АННОТАЦИЯ ПРОЕКТА

Государственный контракт № П 696 от 20 мая 2010 г.
Тема: **«Операторно-дифференциальные системы: начально-краевые задачи, методы оптимального управления и их приложения»**
Исполнитель: **федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Иркутский государственный университет» (ФГБГОУ ВПО «ИГУ»), 664003, Иркутск, ул. К.Маркса 1,**

Цели работы:

- Построение теории непрерывных и обобщенных решений вырожденных интегро-дифференциальных уравнений высокого порядка в банаховых пространствах с приложениями в математической физике к задачам колебания вязко-упругих пластин в средах с «памятью» и разработка универсальной методики построения фундаментальных оператор-функций для интегро-дифференциальных операторов высокого порядка с фредгольмовым оператором в главной части в банаховых пространствах.

- Создание конструктивных (методы улучшения, минимизирующие последовательности) и качественных (обобщённые решения уравнений, условия локальной и глобальной оптимальности) методов исследования задач оптимального управления в системах с сосредоточенными и распределёнными параметрами (обыкновенные динамические системы и уравнения гиперболического типа).

Проект состоял из шести основных этапов.

На первом этапе проекта достигнуты следующие цели:

- Доказаны теоремы о виде фундаментальной оператор-функции вырожденных интегро-дифференциальных операторов второго порядка в банаховых пространствах. Разработан метод построения непрерывных и обобщенных решений интегро-дифференциальных уравнений с фредгольмовым оператором в главной части и теоремы о связи между этими видами решений.
- Изучены вопросы разрешимости в пространстве обобщенных функций с ограниченным слева по времени носителем начально-краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений колебаний термо-упругих пластин. Разработана методология корректной постановки таких задач.

— Построены фундаментальные оператор-функции интегро-дифференциальных- операторов высокого порядка в банаховых пространствах с фредгольмовым оператором в главной части.

— Созданы основы теории ветвления решений нелинейных операторно-функциональных уравнений с функциональным возмущением аргумента (ФВА) нейтрального типа, включая теоремы существования, методы построения асимптотик решений, регуляризованные приближенные методы для решения начально-краевых задач и неклассических интегральных уравнений Вольтерра, моделирующих некоторые динамические процессы в энергетике.

— Проведена модификация метода диаграмм Ньютона и метода асимптотик Ньютона-Пьюизе-Фробениуса с целью построения решений нелинейных операторно-функциональных уравнений с ФВА.

Материалы теоретических исследований, раскрывающие содержание работ по первому этапу:

- аналитический обзор;
- обоснованный вариант направления исследований;
- план проведения теоретических исследований;
- результаты теоретических исследований на первом этапе:

а) Теоремы о виде фундаментальной оператор-функции вырожденных интегро-дифференциальных операторов второго порядка в банаховых пространствах. Метод построения непрерывных и обобщенных решений интегро-дифференциальных уравнений с фредгольмовым оператором в главной части и теоремы о связи между этими видами решений.

б) Теоремы о разрешимости в пространстве обобщенных функций с ограниченным слева (по времени) носителем начально-краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений колебаний термо-упругих пластин. Методология корректной постановки таких задач.

в) Теорема о виде фундаментальной оператор-функции интегро-дифференциального оператора высокого порядка в банаховых пространствах с фредгольмовым оператором в главной части.

г) Основы теории ветвления решений нелинейных операторно-функциональных уравнений с функциональным возмущением аргумента нейтрального типа, включая теоремы существования, построение асимптотик решений, регуляризованные приближенные методы с приложениями к решению начально-краевых задач и неклассических интегральных уравнений Вольтерра, моделирующих некоторые динамические процессы в энергетике.

д) Модификации метода диаграмм Ньютона и асимптотик Ньютона-Пьюизе-Фробениуса для построения решений нелинейных операторно-

функциональных уравнений с функциональным возмущением аргумента в окрестностях неподвижных точек.

На втором этапе проекта достигнуты следующие цели:

- Построена теория разрешимости вырожденной абстрактной задачи «прогноз-управление» в банаховых пространствах в различных предположениях относительно операторного пучка (с фредгольмовым или нетеровым оператором при старшей производной; спектральная, секториальная, радиальная ограниченность операторного пучка).

- Построена теория ветвления решений нелинейных уравнений с векторным параметром, заданным в секториальных областях линейного нормированного пространства.

- Разработаны методы построения параметрических семейств решений нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений в окрестности точек ветвления.

- Разработаны приближенные методы решения интегральных уравнений Гаммерштейна в нерегулярных случаях.

Результаты второго этапа проекта:

1) Функционально-аналитические методы исследования вырожденных абстрактных задач "прогноз-управление" в банаховых пространствах и их приложения.

2) Теория левых и правых асимптотических регуляризаторов сингулярных оператор-функций в фредгольмовом и нетеровом случаях.

3) Приближенные методы построения минимальных ветвей решений нелинейных уравнений в секториальных областях значений параметров в случае нормальной разрешимости оператора в главной части уравнения.

4) Приближенные методы построения решений в окрестностях точек ветвления с векторным параметром в случае оператора первого рода в главной части уравнения.

5) Методы редукции нелинейных ОДУ к системам с регулярной или иррегулярной особой точкой на основе модификации метода диаграмм Ньютона. Построение асимптотик решений и методов последовательных приближений для редуцированных систем.

6) Теоремы существования малых и неограниченных решений определенной структуры нелинейных дифференциальных уравнений с приложениями к построению решений одной модели магнитной изоляции вакуумного диода.

7) Теорема существования решений уравнения Гаммерштейна в окрестностях точек ветвления и методы построения асимптотик решений с явной и неявной параметризацией, итерационные формулы в нерегулярном случае, итерационные формулы в условиях сплетения уравнения разветвления.

На третьем этапе проекта достигнуты следующие цели:

- Построены обобщенные решения начально-краевых задач для полулинейных многомерных гиперболических систем.

- Получены необходимые условия оптимальности для задач оптимального управления такими гиперболическими системами дифференциальных уравнений.

- Разработаны итерационные методы решения задач оптимального управления гиперболическими системами многомерных дифференциальных уравнений.

Результаты третьего этапа проекта:

1) Теоремы существования и единственности обобщенных решений гиперболических многомерных дифференциальных уравнений, обоснование оценок роста решения и его аналитических свойств.

2) Необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления гиперболическими системами многомерных дифференциальных уравнений.

3) Алгоритмы численных методов решения задач оптимального управления таких системам.

На четвертом этапе проекта достигнуты следующие цели:

- Построены методы улучшения экстремальных управлений и дан анализ сходимости итерационных процедур в задаче на максимум эллипсоидальной нормы конечного состояния.

— Даны конструктивные условия оптимальности экстремальных процессов в задачах d.c.-максимизации.

— Разработаны итерационные методы поиска экстремальных точек множества достижимости в задачах d.c.-оптимизации, связанных с линейными управляемыми системами.

Результаты четвертого этапа проекта:

1) Методы итерационного улучшения экстремальных процессов.

2) Теоремы о сходимости последовательности приближений, алгоритмы и программы для проведения расчётов;

3) Необходимые и достаточные условия глобальной оптимальности в задачах на максимум d.c.-функции конечного состояния, конструктивные варианты критерия оптимальности, методы поиска и процедуры улучшения экстремальных точек множества достижимости;

На пятом этапе проекта

— Разработаны математические модели, описывающих динамику трех типов популяций байкальских беспозвоночных на основе распределенной по возрасту и времени интегро-дифференциальной системы.

— Построены обобщенные решения интегро-дифференциальной системы, получены оценки его роста относительно входных данных и проведен анализ его аналитических свойств.

— Получены необходимые условия оптимальности в задачах оптимального управления интегро-дифференциальными системами.

— Разработаны алгоритмы решения задач оптимального управления, интерпретирующих проблему идентификации параметров модели по имеющимся натурным наблюдениям и выполнен анализ результатов вычислительных экспериментов с использованием реальных данных по экологическим системам озера Байкал.

Результаты пятого этапа проекта:

1) Математическая модель динамики трех типов байкальских беспозвоночных олигохет, амфипод и хирономид.

2) Теоремы существования и единственности обобщенного решения интегро-дифференциальной системы.

3) Необходимые условия оптимальности вариационного типа в задачах оптимального управления системами интегро-дифференциальных уравнений и разработаны численные алгоритмы их решения .

На шестом этапе проекта разработана аннотированная справка по научным результатам НИР, полученным на предыдущих этапах и подготовлен аналитический отчет о проведении теоретических и экспериментальных исследований с обобщением и оценкой результатов исследований.

Таким образом, в рамках проекта получили развитие два научных направления в теоретической и прикладной математике.

Итоги проекта.

— Построена теория непрерывных и обобщенных решений вырожденных интегро-дифференциальных уравнений высокого порядка в банаховых пространствах с приложениями в математической физике и разработана универсальная методика построения фундаментальных оператор-функций для интегро-дифференциальных операторов высокого порядка с фредгольмовым оператором в главной части в банаховых пространствах. Совокупность полученных результатов позволила решить актуальные проблемы доказательства теорем существования, алгоритмического анализа в теории сингулярных интегро-дифференциальных моделей в ограниченных областях и ее приложений в ряде задач энергетики и математической физике. Научная ценность результатов состоит в разработке новых конструктивных методов анализа сингулярных систем на основе теории нелинейных операторов в банаховых пространствах, аналитических и функциональных методов, теории обобщенных функций в банаховых пространствах, приближенных методов теории бифуркаций, нелинейного функционального анализа. Эти результаты явились важной частью в проблеме строгой постановки и качественного исследования прикладных задач, связанных с оптимальным управлением в сложных динамических системах.

— Разработаны качественные и конструктивные методы исследования неклассических задач оптимального управления в системах с сосредоточенными и распределёнными параметрами (обыкновенные динамические системы и уравнения гиперболического типа). Актуальность тематики обусловлена наличием многочисленных прикладных задач (управление химико-технологическими процессами, исследование динамики популяций, поиск оптимальных аэродинамических форм, обратные задачи математической физики и др.) Исследован ряд невыпуклых задач оптимального управления. Предложены конструктивные методы решения таких задач. В результате построен новый приближенный метод, обеспечивающий сходимость последовательных приближений к экстремальной точке. Применение этого метода к построению технологии улучшения в невыпуклых задачах позволило повысить качественный уровень методов глобальной оптимизации.

На всех этапах проекта активное участие принимали студенты, аспиранты и молодые сотрудники кафедр Математического анализа и дифференциальных уравнений, Методов оптимизации, Вычислительной математики и механики.

По результатам проекта:

— защищено 6 кандидатских диссертаций,
— опубликовано 46 работ в рецензируемых работах, включенных в список ВАК РФ,
— 3 монографии,
— 3 учебных пособия.

Руководитель проекта

д.ф.-м.н, профессор Н.А. Сидоров