

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Книжин Сергей Игоревич

**ПОВЫШЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ВОЛНОВОЙ
ДИАГНОСТИКИ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ ПОМОЩИ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ ПОЛЯ**

Специальность 01.04.03 – «Радиофизика»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физ.-мат. наук, профессор,
Тинин Михаил Валентинович

Иркутск – 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| Введение..... | 4 |
| Глава 1. Методы описания полей в неоднородных средах..... | 15 |
| 1.1. Метод геометрической оптики | 15 |
| 1.2. Приближение Борна..... | 20 |
| 1.3. Приближение Рытова..... | 22 |
| 1.4. Приближение фазового экрана | 25 |
| 1.5. Метод Маслова и метод интерференционного интеграла | 26 |
| 1.6. Двойное взвешенное Фурье преобразование | 28 |
| 1.7. Выводы | 33 |
| Глава 2. Повышение разрешающей способности при диагностике неоднородной плазмы | 35 |
| 2.1. Диагностика неоднородных сред | 35 |
| 2.2. Однократное преобразование Френеля..... | 39 |
| 2.3. Инверсия поля на основе ДВФП | 41 |
| 2.4. Применение пространственной обработки поля ДВФП в условиях сильных и слабых вариаций фазы | 43 |
| 2.5 Результаты численного моделирования: случай слабых вариаций фазы | 46 |
| 2.6.Результаты численного моделирования: случай сильных вариаций фазы | 49 |
| 2.7 Результаты численного моделирования при дискретном распределении элементов приемо-передающей системы | 55 |
| 2.8. Выводы | 58 |
| Глава 3. Устранение влияния многолучевости при распространении сигнала в плавно неоднородной среде | 59 |
| 3.1. Многолучевость в неоднородной среде..... | 59 |
| 3.2. Результаты численного моделирования | 65 |
| 3.3. Выводы | 70 |
| Глава 4. Пространственная обработка поля по плоскости приема | 72 |

| | |
|---|----|
| 4.1. Исследование ионосферы Земли | 72 |
| 4.2. Метод ДВФП для удаленной неоднородности | 75 |
| 4.3. Результаты численного моделирования в условиях слабых вариаций фазы..... | 80 |
| 4.4. Результаты численного моделирования в условиях сильных вариаций фазы | 83 |
| 4.5. Выводы | 87 |
| Заключение | 88 |
| Список литературы | 90 |

ВВЕДЕНИЕ

Диагностика неоднородной плазмы радиофизическими методами является одной из важнейших и актуальных проблем современной физики. Особый интерес представляют исследования околоземной (ионосферной) и лабораторной плазмы [1-5]. Изучение процессов, протекающих в данных неоднородных средах, необходимо для решения широкого круга радиофизических задач, таких как глобальное позиционирование при помощи навигационных спутниковых систем, передача радиосигналов на дальние расстояния, геофизический мониторинг, радиолокационные исследования ближнего космоса с Земли, диагностика лабораторной плазмы при помощи радиоволнового излучения и др.

Как известно, электромагнитные волны при распространении через неоднородную плазму подвержены таким явлениям, как многолучевость, дифракция и рефракция [7-8]. Эти факторы способны затруднять поиск решения прямой и обратной задач распространения радиоволн в неоднородных средах [9-11], потому что в качестве методов решения волнового уравнения обычно используют асимптотические методы [12-16], не всегда учитывающие те или иные условия распространения волн в среде.

При диагностике неоднородной плазмы по данным о радиосигнале, определяются ее физические характеристики: электронная концентрация, частота соударений частиц и т.д. [11, 17]. Тип диагностики напрямую зависит от схемы измерений, задаваемой приемо-передающей системой, методов решения обратной задачи, а также математических методов, определяемых асимптотическим решением волнового уравнения. Существует множество технических средств, используемых в исследованиях неоднородной плазмы, например, для диагностики ионосферы применяют искусственные спутники Земли, на борту которых находятся радиоволновые передатчики [11, 17-25]. Наибольший интерес в настоящее время представляют такие спутниковые методы диагностики околоземной плазмы, как

лучевая и дифракционная радиотомографии, а также радиозатменные методы, позволяющие исследовать разномасштабные неоднородности в ионосфере Земли [11, 17-25]. Однако, приближенный характер математических методов, используемых при таких видах диагностики, накладывает ограничения на разрешающую способность измерительной системы. Фактически, чем строже методы описания распространения зондирующего радиосигнала в неоднородной ионосферной плазме, тем больше возможностей у исследователя для повышения разрешающей способности диагностической системы.

Метод геометрической оптики лежит в основе лучевой томографии, в которой неоднородную плазму исследуют при помощи просвечивания радиоволнами по разным срезам в различных направлениях [11]. Такой вид томографии выполним тогда, когда размеры исследуемых неоднородностей существенно превосходят радиус Френеля, и влияние дифракционных и многолучевых эффектов на радиосигнал не существенны [11]. Приближения Рытова и Борна позволяют решать задачи дифракционной радиотомографии, в условиях, когда размеры неоднородностей могут быть меньше радиуса Френеля, при этом вариации фазы и уровня рассеянной волны должны быть достаточно малыми [11, 26]. В случае возникновения сильных вариаций фазы рассеянной волны диагностику неоднородных сред с учетом многолучевых и дифракционных эффектов можно выполнить методом фазового экрана [15, 27]. Однако для его использования требуется располагать виртуальный экран на выходе волны из области локализации исследуемой неоднородности, что не всегда возможно в условиях отсутствия априорной информации о координатах неоднородности. В связи с этим данный метод трудно использовать для решения задач диагностики.

В рамках диссертационного исследования в качестве метода повышения разрешающей способности волновой диагностики неоднородной плазмы предлагается использовать пространственную обработку поля, основанную на представлении поля волны в виде двойного взвешенного Фурье преобразования

(ДВФП), выполненного относительно координат источника и приемника [28-34]. Отличительная особенность данного метода заключается в возможности диагностировать неоднородности с размерами больше и меньше радиуса Френеля при слабых и сильных вариациях фазы и уровня в отсутствие информации о локализации исследуемой неоднородной среды [28-34]. Такой вид диагностики может быть реализован в задачах дифракционной радиотомографии ионосферы, где рассеянное поле волны измеряет сеть приемников, находящихся на земной поверхности, а передающая антенная система синтезируется движущимся низкоорбитальным или высокоорбитальным искусственным спутником Земли [11]. Аналогичную схему диагностики неоднородной плазмы можно реализовать в лабораторных условиях. Однако, когда физические характеристики неоднородной среды изменяются быстро или пространственная обработка поля возможна только по одной из плоскостей, обработка ДВФП становится не применимой. В таких условиях можно использовать однократную пространственную обработку поля, основанную на модификации метода ДВФП для удаленной неоднородности [35-36]. Этот подход, так же, как и двукратная обработка ДВФП, позволяет диагностировать мелкомасштабные неоднородности в условиях сильных и слабых вариаций фазы [35-36]. Главное отличие данной методики от френелевской инверсии, которую часто используют при решении задач диагностики неоднородной плазмы (см., например [27, 37]), заключается в возможности расположить виртуальный экран не только на выходе из неоднородной среды, но и внутри нее.

Цель работы:

Исследовать возможности пространственной обработки поля на основе метода двойного взвешенного Фурье преобразования и его модификаций для задач диагностики неоднородной плазмы в присутствии дифракционных и многолучевых

эффектов при распространении радиоволны через неоднородную среду, вызывающую слабые и сильные вариации фазы и уровня.

Задачи:

1) Исследовать возможности различных асимптотических методов описания поведения радиоволн в неоднородной среде для усовершенствования методов диагностики неоднородной плазмы.

2) Решить задачу повышения разрешающей способности волновой диагностики мелкомасштабной неоднородной плазмы при помощи пространственной обработки поля ДВФП в условиях возникновения сильных вариаций фазы рассеянной волны.

3) Рассмотреть возможность устранения влияния многолучевых эффектов на диагностику неоднородной плазмы при помощи пространственной обработки поля ДВФП для неоднородностей с размерами больше и меньше радиуса Френеля.

4) На базе модификации метода ДВФП для удаленной неоднородности исследовать возможность повышения разрешающей способности диагностики ионосферы путем однократной пространственной обработки поля в условиях слабых и сильных флуктуаций фазы.

Научная новизна:

Рассмотрены возможности повышения разрешающей способности волновой диагностики неоднородной плазмы. Для этого впервые в качестве модели поля рассеянной волны предложено использовать приближение ДВФП, а также полученную на его основе пространственную обработку поля, позволяющую выйти за рамки френелевского разрешения при диагностике неоднородной плазмы. Впервые предложено использовать в качестве метода диагностики околоземной плазмы модификацию ДВФП, с помощью которой повышение разрешения можно

осуществлять путем пространственной обработки только по одной из плоскостей. В отличие от классических методов, применяемых для диагностики мелкомасштабных и крупномасштабных неоднородностей, обработка поля ДВФП позволяет устранить влияние дифракционных и многолучевых эффектов не только при слабых, но и при сильных вариациях фазы без информации о локализации неоднородности, что существенно расширяет границы применимости такой диагностики.

Научные положения, выносимые на защиту:

1) Пространственная обработка поля на базе ДВФП позволяет превысить разрешающую способность средств диагностики плазменных неоднородностей над френелевским разрешением в присутствии сильных вариаций фазы и амплитуды волны.

2) Пространственная обработка ДВФП устраняет влияние многолучевости на диагностику неоднородной плазмы при фокусировке радиосигнала на локальной неоднородности и при рефракции на нескольких неоднородностях.

3) Однократная пространственная обработка поля, полученная на основе модификации метода ДВФП для удаленной неоднородности, расширяет границы применимости френелевской инверсии, а также повышает разрешающую способность волновой диагностики разномасштабных неоднородностей в околоземной плазме в присутствии как слабых, так и сильных вариаций фазы волны.

Достоверность полученных результатов

Результаты, полученные в ходе исследования, подтверждены численным моделированием и согласуются с результатами, полученными известными методами в условиях их применимости.

Научная и практическая значимость

Полученные данные и предложенные алгоритмы дают возможность существенно расширить границы применимости методов диагностики неоднородной плазмы при помощи пространственной обработки поля методом ДВФП, позволяющей выйти за рамки френелевского разрешения в условиях многолучевого распространения радиосигнала, а также сильных вариаций фазы и уровня. В перспективе данный подход может быть использован в качестве основы для разработки методов диагностики околоземной и лабораторной плазмы нового поколения.

Личный вклад автора

Постановка задач, решаемых в диссертационной работе, формулировалась автором вместе с научным руководителем. Автор лично выполнял все численные расчеты и анализировал полученные результаты. Выводы работы делаются автором на основании полученных данных.

Апробация результатов

Основные результаты диссертационной работы были представлены и докладывались на научно-практической конференции студентов физического факультета ИГУ (г. Иркутск, 2010 г.); IX Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные проблемы радиоэлектроники и связи» (г. Иркутск, 2010 г.); Международном симпозиуме по электромагнитной теории «Международного радио союза» (URSI) (г. Берлин, 2010 г.); XXIII Всероссийской научной конференции по распространению радиоволн (г. Йошкар–Ола, 2011); XXX Генеральной ассамблее и научном симпозиуме

международного радио союза (г. Стамбул, 2011 г.); Международной Байкальской молодежной научной школе по фундаментальной физике (г. Иркутск, 2011 г. и 2013 г.); XVIII Международном симпозиуме "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы" (г. Иркутск, 2012 г.); X Международной школе молодых ученых «Физика окружающей среды» им. А.Г. Колесника (г. Томск, 2012 г.), где работа была отмечена дипломом II степени; Международном симпозиуме по развитию электромагнитных исследований (PIERS) (г. Москва, 2012г.); XIX Международном симпозиуме "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы" (г. Барнаул, 2013 г.); Международном симпозиуме по электромагнитной теории «Международного радио союза » (URSI) (г. Хиросима, 2013 г.); на научных семинарах физического факультета Иркутского государственного университета и Института солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук.

Исследования проводились при поддержке министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.740.11.0078, соглашение № 8388 ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг.), Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 12-02-00249 и № 12-05-31169), совета по грантам президента Российской Федерации (грант № СП-5862.2013.3), фонда некоммерческих программ «Династия» (2011, 2012 г.г.) и фонда поддержки исследований молодых ученых Иркутского государственного университета.

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 13 работ, в том числе 3 в журналах из перечня, утвержденного ВАК: «Радиотехника и электроника», «Известия вузов. Радиофизика» и «Известия Иркутского государственного университета», а также тезисы докладов и статьи в сборниках трудов научных конференций.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 4-х глав, заключения и списка литературы, включающего 73 источника. Общий объем составляет 96 страниц и 30 рисунка.

Краткое содержание работы

Во введении обсуждается современное состояние проблемы, поясняется актуальность исследуемой темы, сформулированы цели исследования и решаемые задачи, а также излагается краткое содержание работы.

В первой главе диссертации дается анализ различных моделей радиосигнала, распространяющегося в неоднородной среде. Эти модели получаются путем решения волнового уравнения с помощью различных асимптотических методов. Обсуждаются возможности методов описания поведения радиоволн в неоднородной среде для усовершенствования диагностики неоднородной плазмы.

Пункт 1.1 посвящен методу геометрической оптики (ГО). В нем приводятся основные выражения для поля рассеянной волны в приближении ГО, а также критерии применимости данного метода при распространении радиоволн в неоднородной среде.

В пункте 1.2 и 1.3 рассматривается поведение радиоволн в неоднородных средах в условиях слабого рассеяния. Приводятся выражения для поля и фазы волны, рассеянной в неоднородной среде, в мало-угловом приближении Борна, а также метода плавных возмущений. Определены условия, при которых данные методы применимы при решении прямой и обратной задач распространения радиоволн в неоднородных средах.

Пункт 1.4 посвящен анализу решения волнового уравнения при помощи метода фазового экрана, в котором неоднородная среда представлена в виде тонкого

слоя, на выходе из которого радиоволна претерпевает только фазовую модуляцию, а изменение амплитуды при этом остается незначительным.

В пункте 1.5 в качестве модели радиосигнала, распространяющегося в неоднородной среде, рассматривается суперпозиция парциальных плоских волн относительно координат источника (метод интерференционного интеграл) и относительно координат приемной системы (метод Маслова).

В пункте 1.6 приводится вывод решения волнового уравнения в приближении двойного взвешенного Фурье преобразования (ДВФП), выполненного одновременно по координатам источника и приемника. Описаны его критерии применимости, а также выполнено сравнение данного метода с ранее известными приближениями.

Вторая глава посвящена проблеме повышения разрешающей способности волновой диагностики неоднородной плазмы при помощи пространственной обработки поля на основе ДВФП. Рассмотрена возможность выхода за рамки френелевского разрешения при помощи данной обработки в условиях сильных вариаций фазы.

В пункте 2.1 рассмотрены основы томографического подхода для задач диагностики неоднородных сред. Представлены выражения для прямого и обратного преобразования Радона. Также описаны основные ограничения методов томографии при решении задач диагностики неоднородной плазмы.

В пункте 2.2 рассматривается пространственная обработка поля, имеющая вид однократного преобразования Френеля.

В пункте 2.3 на основе выражения в виде двойного взвешенного Фурье преобразования для поля волны, рассеянной в неоднородной среде, получена пространственная обработка поля ДВФП. Рассматриваются свойства данной обработки, а также возможность ее применения к задачам диагностики неоднородной плазмы для систем с двумя плоскостями обработки.

В пункте 2.4 приведены выражения для поля волны, после применения обратного ДВФП, где в качестве модели, обрабатываемого поля, выступают

выражения в мало-угловом приближении Борна, а также метода фазового экрана. Рассматривается возможность диагностики разномасштабных плазменных неоднородностей при помощи обработки ДВФП в условиях сильных и слабых вариаций фазы рассеянной волны.

В пункте 2.5 и 2.6 рассмотрена задача рассеяния радиоволны на локальной неоднородности с размерами меньше радиуса Френеля для случая слабых и сильных вариаций фазы. Приведены результаты численного моделирования для фазы рассеянной волны с применением пространственной обработки поля методом ДВФП и без нее.

В пункте 2.7 исследуются возможности пространственной обработки поля ДВФП для случая, когда элементы в приемо-передающей системе распределены дискретно, а радиоволна от источников рассеивается на локальной мелкомасштабной неоднородности, вызывающей слабые и сильные вариации фазы.

В третьей главе диссертации при помощи пространственной обработки поля ДВФП предлагается устранять влияния многолучевости на результаты измерений поля при распространении сигнала в плавно неоднородной среде.

В пункте 3.1 освещаются общие вопросы, касающиеся многолучевого распространения сигнала в неоднородной среде. Рассматривается возможность устранения влияния многолучевых эффектов из результатов измерений рассеянного поля при фокусировке сигнала на локальной плазменной неоднородности, а также при рефракции на нескольких локальных неоднородностях.

В пункте 3.2 приведены результаты численного моделирования фазы после применения пространственной обработки ДВФП и без нее для случая многолучевого распространения радиосигнала в плазменной неоднородности с положительным значением вариации диэлектрической проницаемости, а также для двух локальных неоднородностей с отрицательным значением вариации диэлектрической проницаемости.

В четвертой главе для повышения разрешающей способности диагностики околоземной плазмы предлагается использовать однократную пространственную обработку поля, полученную на основе интегрального представления поля в виде двойного взвешенного Фурье преобразования для удаленной неоднородной среды.

В пункте 4.1 обсуждаются методы и возможности диагностики ионосферы при помощи наземных ионозондов, а также спутниковых систем.

В пункте 4.2 представлены выражения для поля в виде ДВФП для удаленной неоднородности, а также однократная пространственная обработка поля, полученная на основе данного представления.

В пунктах 4.3 и 4.4 приведены результаты численного моделирования фазы после применения обработки поля и без нее в условиях слабых и сильных вариаций фазы при рассеянии радиосигнала на удаленной мелкомасштабной неоднородности.

В заключении приводятся основные результаты исследований.

ГЛАВА 1. МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ ПОЛЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

1.1. Метод геометрической оптики

Так как строгое решение волнового уравнения практически невозможно, при описании волн в неоднородных средах приходится использовать асимптотические методы. Характерным для околоземной и лабораторной плазмы является присутствие неоднородностей с различными масштабами [38-39]. Поэтому при диагностике неоднородной плазмы в качестве модели зондирующего сигнала используют различные асимптотические методы описания взаимодействия сигнала со средой распространения. Одним из основных приближенных методов является метод геометрической оптики (ГО) [7, 13]. Метод ГО используют для широкого круга теоретических и прикладных задач, таких как распространение волн в околоземной плазме, тропосфере и океане Земли [4, 9, 14, 40], акустика слоистых сред [41], квантово-механические явления (метод ВКБ) [42]. Также метод ГО активно используют при решении обратных задач: спутниковая лучевая томография [11], диагностика лабораторной плазмы [17], радиозатменные измерения [25].

В узком смысле под термином “геометрическая оптика” подразумевают методику построения изображений с помощью лучей, в более широком понимании ГО, это метод описания волновых полей в различных средах [7]. Первые работы по применению ГО для поиска волновых полей были выполнены П. Дебаем.

Рассмотрим уравнение Гельмгольца, описывающее поведение волны в неоднородной среде [7]

$$\Delta U(\mathbf{r}) + k^2 n^2(\mathbf{r}) U(\mathbf{r}) = 0, \quad (1.1)$$

где $k = \omega / c$ - волновое число, c - скорость света в вакууме, ω - частота, $n^2(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r})$ - квадрат показателя преломления неоднородной среды в которой распространяется волна, равный относительной диэлектрической проницаемости данной среды.

Решение уравнения Гельмгольца (1.1) можно представить в виде «почти плоской» волны [7]:

$$U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{ik\Phi(\mathbf{r})}. \quad (1.2)$$

Если свойства среды, через которую проходит волна, меняются в пространстве достаточно медленно в масштабе длины волны, то градиент фазы $\Phi(\mathbf{r})$ и амплитуда $A(\mathbf{r})$ волны (1.2) также медленно меняется с расстоянием. Математически эти условия сводятся к наличию следующего малого параметра [7]:

$$\mu = \frac{1}{nkL} = \frac{\lambda}{2\pi L} \ll 1, \quad (1.3)$$

где λ - длина волны, L - наименьший из характерных масштабов изменения A и n . Подставив выражение для поля волны (1.2) в уравнение Гельмгольца (1.1), получим уравнение [7]

$$\left((ik)^2 [(\nabla\Phi)^2 - \varepsilon(\mathbf{r})] A + 2ik\nabla\Phi\nabla A + ikA\Delta\Phi + \Delta A \right) \exp(ik\Phi) = 0. \quad (1.4)$$

Учитывая условия (1.3), можно положить, что k^{-1} является малой величиной. Тогда представим амплитуду волны $A(\mathbf{r})$ в виде ряда Дебая [7]

$$A(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n(\mathbf{r})}{(ik)^n}. \quad (1.5)$$

Подставим выражение (1.5) в уравнение (1.4)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left((ik)^2 ((\nabla\Phi)^2 - \varepsilon(\mathbf{r})) A_n + ik(2\nabla\Phi\nabla A_n + A_n\Delta\Phi) \right) \frac{\exp(ik\Phi)}{(ik)^n} = 0. \quad (1.6)$$

Приравнявая в (1.6) коэффициенты при одинаковых степенях k , получим уравнения эйконала и переноса для определения фазы $\Phi(\mathbf{r})$ и амплитуд $A_n(\mathbf{r})$ [7].

$$(\nabla\Phi)^2 = \varepsilon(\mathbf{r}), \quad (1.7)$$

$$2\nabla A_0\nabla\Phi + A_0\Delta\Phi = 0, \quad (1.8)$$

$$2\nabla A_n\nabla\Phi + A_n\Delta\Phi = -\Delta A_{n-1}. \quad (1.9)$$

В задачах распространения радиоволн часто ограничиваются только первым членом в ряде (1.5), т.е. $A \approx A_0$.

Решая уравнения (1.7), (1.8) и (1.9) методом характеристик, получим, что фаза и амплитуда волны равны [7]

$$\Phi = \Phi_0 + \int_0^\tau n^2 d\tau = \Phi_0 + \int_0^\sigma n d\sigma, \quad (1.10)$$

$$A \approx \frac{A_0}{\sqrt{J}}, \quad (1.11)$$

здесь Φ_0 , A_0 - начальные значения эйконала и амплитуды при $\tau = 0$. Интегрирование в (1.10) выполнено вдоль лучей, определяемых системой уравнений [7]:

$$\begin{cases} \frac{dr}{d\tau} = \mathbf{p}, \\ \frac{dp}{d\tau} = \frac{1}{2} \nabla n^2, \end{cases} \quad (1.12)$$

где $\mathbf{p} = \nabla \Phi$, а τ - параметр на луче, связанный с длиной дуги луча σ соотношением $d\tau = d\sigma/n$. Величина J в (1.11) называется расходимостью лучей, её можно определить, как $D(0)/D(\tau)$, где $D(\tau) = \partial(x, y, z)/\partial(\xi, \eta, \tau)$ якобиан перехода от декартовых координат (x, y, z) к лучевым (ξ, η, τ) (параметры ξ, η «нумеруют лучи») [7].

Пусть источник и приемник находятся в точках $\mathbf{r}_0 = (z_0, x_0, y_0) = (z_0, \mathbf{p}_0)$ и $\mathbf{r} = (z_t, x, y) = (z_t, \mathbf{p})$, где $\mathbf{p}_0 = (x_0, y_0)$ и $\mathbf{p} = (x, y)$ - двумерные векторы в плоскостях излучения $z = z_0$ и приема $z = z_t$. Между ними находится неоднородная плазма (рис.1.1).

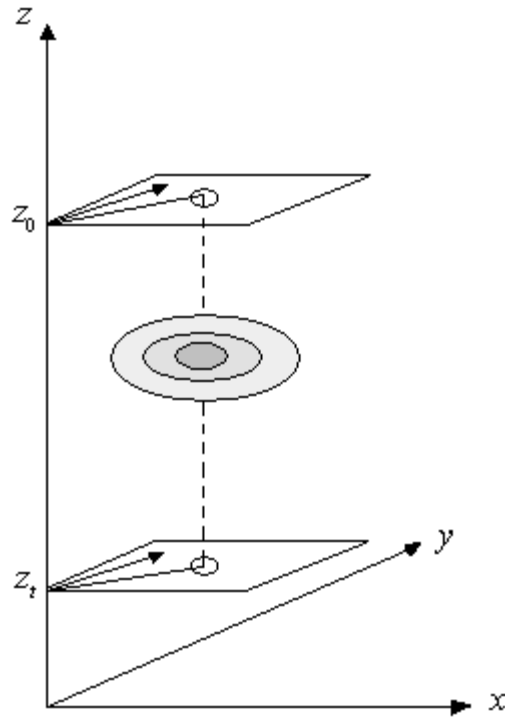


Рисунок 1.1 - Геометрия задачи

Диэлектрическая проницаемость неоднородной изотропной плазмы равна [9]

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = 1 - \omega_p^2(\mathbf{r}) / \omega^2 = 1 + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}), \quad (1.13)$$

где

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}) = -\omega_p^2(\mathbf{r}) / \omega^2 \quad (1.14)$$

отклонение диэлектрической проницаемости изотропной плазмы от ее значения в свободном пространстве, ω - частота радиоволны, $\omega_p = \sqrt{4\pi N_e / \varepsilon_0 m}$ - плазменная частота, N_e - электронная концентрация, ε_0 - диэлектрическая проницаемость в свободном пространстве, m_e и e масса и заряд электрона. Рассматривается случай высоких частот ($\omega \gg \omega_p$), когда $|\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})| \ll 1$.

В свободном пространстве, где $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}) = 0$, поле точечного источника имеет вид сферической волны [16]

$$U_0(\mathbf{r}) = -\frac{A_0}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} \exp\{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|\}, \quad (1.15)$$

где $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ - расстояние между источником и приемником.

В мало-угловом приближении [16]

$$U_0(\mathbf{r}) \approx -\frac{A_0}{4\pi Z} \exp(ik(Z + \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2Z})), \quad (1.16)$$

где $Z = z_t - z_0$ расстояние между плоскостями излучения и приема.

Выражение для поля волны в неоднородной среде в приближении ГО можно записать, как

$$U(\mathbf{r}) \approx \frac{U_0(\mathbf{r})}{\sqrt{1+D(\mathbf{r})}} \exp(ik\Phi(\mathbf{r})), \quad (1.17)$$

где $\Phi(\mathbf{r})$ и $D(\mathbf{r})$ - малые возмущения фазы и расходимости лучей [16] :

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z_t, z_0) = 1/2 \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{s}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z'), z'] dz', \quad (1.18)$$

$$D(\mathbf{r}) = 1/2 \int_{z_0}^{z_t} \Delta_{\perp} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{s}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z'), z'] (z_t - z')(z' - z_0) / Z dz' = Z \frac{\partial^2}{\partial \boldsymbol{\rho} \partial \boldsymbol{\rho}_0} \Phi(\mathbf{r}), \quad (1.19)$$

Δ_{\perp} - поперечная компонента оператора Лапласа, вектор $\mathbf{s}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z')$

$$\mathbf{s}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z') = \boldsymbol{\rho} \frac{z' - z_0}{Z} + \boldsymbol{\rho}_0 \frac{z_t - z'}{Z} \quad (1.20)$$

определяет прямолинейный невозмущенный луч между источником и приемником.

Метод ГО применим только тогда, когда несущественны дифракционные эффекты [7, 13]. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, поле в точке наблюдения равно суперпозиции вторичных волн, вызванных первичной волной. Как известно основной вклад в значение поля вносит сумма волн в первой зоне Френеля, остальные волны гасят друг друга за счет разности фаз. При пропускании электромагнитной волны через неоднородность с размерами меньше радиуса Френеля поле волны искажается за счет дифракции френелевского типа. В физическом смысле именно первая зона Френеля или френелевский объем формирует понятие «луча». Поэтому для применения ГО (лучевого) приближения

нужно чтобы продольный размер неоднородности l_p был больше длины волны λ [13]

$$l_p \gg \lambda, \quad (1.21)$$

а поперечные размеры l_{\perp} превышали радиус Френеля a_F :

$$l_{\perp} \gg a_F = \sqrt{\lambda Z} / 2. \quad (1.22)$$

Также ГО приближение не применимо для расчета полей в области каустик, где несколько лучей вырождаются в один [7]. Это связано с тем, что в ГО приближении используется представление поля в виде отдельной волны (1.2). В окрестности каустик такое представление неправомерно, в результате чего энергия волны (1.2) становится бесконечной, что противоречит физическому смыслу.

Для задач диагностики неоднородных сред с масштабами меньше радиуса Френеля, необходимо использовать методы, учитывающие дифракционные эффекты.

1.2. Приближение Борна

Рассмотрим задачу распространения волн в неоднородной среде с произвольной зависимостью диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\mathbf{r})$. Запишем уравнение Гельмгольца [43]:

$$\Delta U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 \varepsilon(\mathbf{r}) U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (1.23)$$

Для поиска приближенного решения волнового уравнения (1.23) необходимо найти тот или иной малый параметр уравнения, по которому можно выполнить асимптотическое разложение [43]. В качестве такого малого параметра используем относительную вариацию диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$, равную [43]

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) - \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}), \quad (1.24)$$

где $\bar{\varepsilon}(\mathbf{r})$ - невозмущенная (фоновая) диэлектрическая проницаемость среды.

Учитывая выражение (1.24), из волнового уравнения (1.23) получим

$$\Delta U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 (\bar{\varepsilon}(\mathbf{r}) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})) U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (1.25)$$

Будем считать, что нам известно решение $U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ невозмущенной задачи

$$\Delta U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}) U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (1.26)$$

Перепишем уравнение (1.25) в следующем виде [43]

$$\Delta U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + k^2 \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}) U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) - k^2 \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}) U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = f(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0). \quad (1.27)$$

Считая функцию $f(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ источником, из уравнения (1.27) получим поле $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ в виде интегрального уравнения с функцией Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') / A$, пропорциональной невозмущенному полю $U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ с расположением источника внутри объема $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}'$ [43].

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) &= \int_V f(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3 r' \\ &= U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - k^2 \int_V \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') U(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) d^3 r'. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Решим уравнение (1.28) с помощью метода итераций. Для этого найдем поле $U(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0)$ в точке \mathbf{r}'

$$U(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) = U_0(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) - k^2 \int_V \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}'') G(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') U(\mathbf{r}'', \mathbf{r}_0) d^3 r''. \quad (1.29)$$

Подставив выражение (1.29) в правую часть (1.28) можно получить следующее приближенное выражение для поля $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ [43]

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) &= U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + U_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + O(1/k^4) \approx \\ &\approx U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - k^2 \int_V \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') U_0(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) d^3 r'. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Решение уравнения Гельмгольца в виде (1.30), где $U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ - поле первичной волны, есть не что иное, как приближение Борна [44]. Этот метод впервые был сформулирован Борном в 1926 году [43]. Изначально его активно использовали в квантовой механике и квантовой теории поля для приближенного вычисления амплитуд упругого рассеяния и неупругого взаимодействия микрочастиц в рамках теории возмущений в первом приближении. Однако на данный момент приближение Борна используют для широкого круга прикладных задач, таких как рассеяние радиоволн в неоднородных средах, диагностика неоднородных сред и др. [16, 26].

Второй член в уравнении (1.30) соответствует однократно рассеянному полю, вызванному током, наведенным на неоднородности $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r})$ под действием первичного поля $U_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ (рис.1.2) [43].

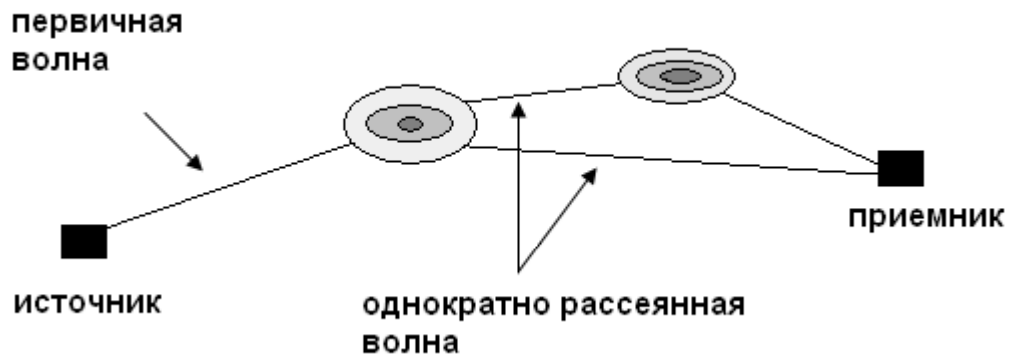


Рисунок 1.2 - Рассеянное поле волны в приближении Борна

Одним из условий возможности представления искомого поля $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ в виде (1.30) является предположение, что неоднородности $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}')$ достаточно малы и вариации фазы рассеянной волны незначительны [43, 44].

В рамках задачи, изображенной на рис.1.2, поле однократно рассеянной волны $U_1(\mathbf{r})$ в мало-угловом приближении Борна при $\bar{\epsilon}(\mathbf{r}) = 1$ имеет вид [30]

$$U_1(\mathbf{r}) = \frac{k^2}{4\pi} \int_{z_0}^{z_t} \frac{dz'}{\xi(z')} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\rho' U_0(\mathbf{r}) \tilde{\epsilon}(\boldsymbol{\rho}', z') \exp\left(\frac{ik}{2\xi(z')} (\mathbf{s}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0, z') - \boldsymbol{\rho}')^2\right), \quad (1.31)$$

где

$$\xi(z') = (z_t - z')(z' - z_0) / (z_t - z_0). \quad (1.32)$$

1.3. Приближение Рытова

Наряду с приближением Борна существует другой асимптотический метод для поиска волновых полей в слаборассеивающих средах – приближение Рытова или

метод плавных возмущений (МПВ) [12, 16]. Он был предложен Рытовым в 1937 году для решения задачи дифракции света на ультразвуке. Данный метод широко применяется в задачах рассеяния радиоволн в неоднородной ионосфере.

Пусть при $\bar{\varepsilon}(\mathbf{r}) = 1$ в уравнении (1.1)

$$U = V(\mathbf{r}) \exp(ikz), \quad (1.33)$$

где $V(\mathbf{r})$ - комплексная амплитуда волны, а координата z совпадает с направлением распространения первичной волны [12]. Тогда уравнение для комплексной амплитуды волны примет вид

$$2ik \frac{\partial V}{\partial z} + \Delta V = -k^2 \tilde{\varepsilon} V. \quad (1.34)$$

Если $l \gg \lambda$, а координата z много больше среднего размера неоднородности и длины волны, то [12]

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \ll 2k \left| \frac{\partial V}{\partial z} \right|. \quad (1.35)$$

При этом условии в (1.34), лапласиан Δ можно заменить на поперечный лапласиан

$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ и тогда уравнение примет вид параболического

$$2ik \frac{\partial V}{\partial z} + \Delta_{\perp} V = -k^2 \tilde{\varepsilon} V. \quad (1.36)$$

Сделав замену $V = \exp(-i\Psi)$, где $\Psi = S + i\chi$ - комплексная фаза (S - фаза, χ - уровень возмущенной волны в слое) [12], получим основное уравнение метода плавных возмущений

$$-2k \frac{\partial \Psi}{\partial z} + i\Delta_{\perp} \Psi + (\nabla_{\perp} \Psi)^2 = k^2 \tilde{\varepsilon}. \quad (1.37)$$

В отличие от уравнения (1.36), уравнение МПВ уже нелинейное [12].

Представляя комплексную фазу в виде ряда $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3 \dots$, приравнивая члены одинакового порядка малости и полагая, что Ψ_n имеют порядок малости $O(|\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})|^n)$

из уравнения (1.37) получаем

$$\begin{cases} -2k \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} + i\Delta_{\perp} \Psi_1 = k^2 \tilde{\varepsilon}, \\ -2k \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} + i\Delta_{\perp} \Psi_2 = -(\nabla_{\perp} \Psi_1)^2, \\ -2k \frac{\partial \Psi_3}{\partial z} + i\Delta_{\perp} \Psi_3 = -(\nabla_{\perp} \Psi_1 \nabla_{\perp} \Psi_2), \\ \dots \end{cases} \quad (1.38)$$

Ограничимся первым приближением МПВ [12]

$$\Psi_1(\mathbf{r}) = \frac{k^2}{4\pi} \int \varepsilon(\mathbf{r}') \frac{V_0(\mathbf{r}') \exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{V_0(\mathbf{r}) |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d^3r', \quad (1.39)$$

где $V_0(\mathbf{r})$ комплексная амплитуда первичного поля в среде без вариаций диэлектрической проницаемости среды. Выражение (1.39) позволяет находить фазу для любого вида первичной волны, а не только плоской (1.33).

Границы применимости выражения (1.39) характеризуются следующим условием [12, 45]

$$\begin{cases} |\chi| \ll 1, \\ |S| \ll 1, \end{cases} \quad (1.40)$$

из которого следует, что первое приближение метода плавных возмущений пригодно для задач распространения волн в неоднородных средах, вызывающих слабые вариации фазы и уровня, что эквивалентно условиям применимости метода Борна.

При условии слабых вариаций фазы выражение для МПВ будет иметь следующий вид [30]

$$\Psi_1(\mathbf{r}) = \ln \frac{U_0(\mathbf{r}) + U_1(\mathbf{r})}{U_0(\mathbf{r})} \approx \frac{U_1(\mathbf{r})}{U_0(\mathbf{r})}, \quad (1.41)$$

где $U_0(\mathbf{r})$ соответствует полю первичной волны в свободном пространстве (1.16), а $U_1(\mathbf{r})$ эквивалентно выражению (1.31).

1.4. Приближение фазового экрана

Для описания полей в неоднородных средах с сильными флуктуациями фазы, довольно часто используют метод фазового экрана. В данном приближении предполагается, что неоднородная среда сосредоточена внутри тонкого слоя (экрана), на выходе из которого волна не успевает испытать амплитудных вариаций, а имеет только фазовую модуляцию [14, 15 -16].

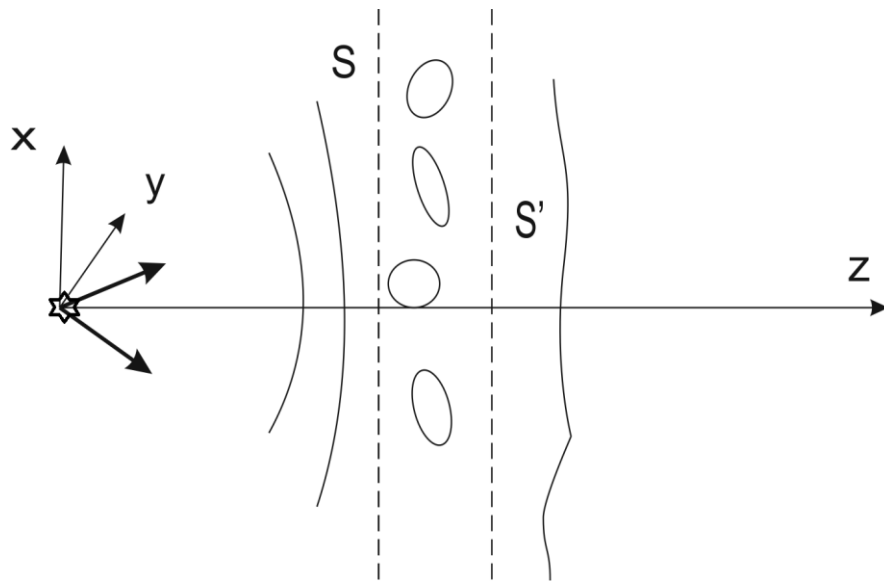


Рисунок 1.3 - Фазовый экран

Затем, при распространении от экрана, у волны начинают появляться амплитудные вариации. Данный подход позволяет описывать волны даже в условиях многолучевости и дифракции, однако слабой стороной данного приближения является необходимость задавать параметры виртуального экрана.

Поле волны на выходе из виртуального экрана можно найти по формуле Киргофа [46]

$$U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = \frac{ikA_0 \exp\{ikZ\}}{8\pi^2(z_t - z_s)(z_s - z_0)} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\rho_s \exp\{ik\Phi_s(\mathbf{p}_s)\} \times \exp\left\{\frac{ik}{2}\left(\frac{(\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_0)^2}{z_s - z_0} + \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_s)^2}{z_t - z_s}\right)\right\}, \quad (1.42)$$

где z_s - z- координата узкого слоя, в котором локализованы неоднородности A_0 - амплитуда падающей сферической волны, Φ_s - фаза, равная

$$\Phi_s(\mathbf{p}_s) = 1/2 \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}_s, z') dz'. \quad (1.43)$$

На практике приближение фазового экрана активно используют для задач распространения радиоволн в ионосфере, межпланетной и межзвездной плазме [12].

1.5. Метод Маслова и метод интерференционного интеграла

Рассмотрим еще два асимптотических метода, используемых для описания волновых полей в неоднородных средах, метод Маслова и метод интерференционного интеграла [47-48].

Как было отмечено ранее, метод ГО не позволяет находить волновые поля вблизи области каустик, в которых амплитуда волны в приближении ГО стремится к бесконечности. В приближении ГО решение волнового уравнения (1.1) представлено в виде ряда Дебая по обратным степеням волнового числа, непосредственно для самого волнового поля $U(\mathbf{r})$. Используем другой подход, в котором решение волнового уравнения также имеет вид ряда Дебая, но только для амплитуд волновых функций, которые связаны с полем $U(\mathbf{r})$ преобразованием Фурье [47 - 48].

Применим смешанное координатно-импульсное представление для решения волнового уравнения [47]. Решение уравнения (1.1.) будем искать в пространстве $\tilde{\mathbf{r}} = (p, y, z)$, где p - обобщенный импульс. Поле $U(\mathbf{r}) = U(x, y, z)$ связано с функцией $U(\tilde{\mathbf{r}})$ соотношением [47]

$$U(\mathbf{r}) = C \int U(\tilde{\mathbf{r}}) e^{ikpx} dp. \quad (1.44)$$

Подставляя выражение (1.44) в уравнение Гельмгольца (1.1.), получим уравнение

$$-p^2 U(\tilde{\mathbf{r}}) + \Delta_{\perp} U(\tilde{\mathbf{r}}) + \varepsilon \left(-\frac{1}{ik} \frac{\partial}{\partial p}, y, z \right) U(\tilde{\mathbf{r}}) = 0, \quad (1.45)$$

где $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ [47].

Подобно методу ГО решение уравнения (1.45) будем искать в виде асимптотического ряда

$$U(\tilde{\mathbf{r}}) = (A_0(\tilde{\mathbf{r}}) + \frac{1}{ik} A_1(\tilde{\mathbf{r}}) + \dots) \exp(ik\varphi(\tilde{\mathbf{r}})). \quad (1.46)$$

В результате получим систему уравнений [47]

$$\begin{cases} p^2 + (\nabla_1 \varphi)^2 - \varepsilon = 0, \\ \left[\frac{\partial A}{\partial p} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + 2\nabla_1 A \nabla \varphi - \frac{A}{2} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + A \Delta \varphi \right] = 0, \end{cases} \quad (1.47)$$

которая соответствует уравнению эйконала и уравнению переноса, но только в координатной системе $\tilde{\mathbf{r}} = (p, y, z)$.

Связь эйконала $\varphi(\tilde{\mathbf{r}})$ и $\varphi(\mathbf{r})$ можно представить в виде

$$\varphi(p, y, z) = \varphi(\mathbf{r}) - xp = \varphi_0(\xi, \eta) + \int_0^{\tau} \varepsilon d\tau - px, \quad (1.48)$$

где (ξ, η, τ) лучевые координаты.

Зная решения уравнений (1.47), можно записать решение волнового уравнения в приближении Маслова [47]

$$U(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi}} \int \frac{U_0(\xi, \eta)}{\sqrt{J \frac{\partial p}{\partial x}}} \exp \left(ik \int_0^{\tau} \varepsilon d\tau - x(p, y, z)p + xp \right) dp, \quad (1.49)$$

где $J = D(\tau) / D(0)$, $D(\tau) = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \tau)}$, а параметры ξ, η, τ, x должны быть выражены

через $\tilde{\mathbf{r}}$. Выражение (1.49) позволяет искать волновые поля вблизи области каустик.

В методе Маслова Фурье преобразование выполнено относительно импульса p ,

соответствующего координате точки наблюдения. Фактически, метод Маслова имеет дело с полем «приходящих» плоских волн.

Теперь рассмотрим решение волнового уравнения в приближении интерференционного интеграла [48]. В данном приближении поле волны рассматривается, как суперпозиция парциальных волн

$$U(\mathbf{r}) = \int U_\alpha(\mathbf{r}) d\alpha = \int V(\mathbf{r}, \alpha) e^{ik\Psi(\mathbf{r}, \alpha)} d\alpha, \quad (1.50)$$

каждая из которых удовлетворяет волновому уравнению [48]

$$\nabla^2 U_\alpha + k^2 \varepsilon(\mathbf{r}) U_\alpha = 0, \quad (1.51)$$

а $\Psi(\mathbf{r}, \alpha)$ и $V(\mathbf{r}, \alpha)$ могут быть найдены из уравнений эйконала и переноса

$$(\nabla\Psi)^2 = \varepsilon(\mathbf{r}), \quad (1.52)$$

$$2\nabla V \nabla\Psi + V\Delta\Psi = 0. \quad (1.53)$$

В отличие от метода Маслова, метод интерференционного интеграла представляет поле в виде суперпозиции «уходящих» плоских волн.

Так как обычно при использовании приближений Маслова и Орлова для задач рассеяния волн в неоднородных средах не учитывают фокусировку парциальных волн, результаты использования их плохо согласуются с результатами метода фазового экрана и метода плавных возмущений [28].

1.6. Двойное взвешенное Фурье преобразование

В данном пункте речь пойдет о еще одном асимптотическом методе, основанном на смешанном координатно-импульсном интегральном представлении, полученном с помощью взвешенного двойного преобразования Фурье по координатам наблюдателя и источника [28-34].

Рассмотрим задачу мало-углового рассеяния волны, описываемую параболическим уравнением (1.36) с граничными условиями [30]

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)|_{z=z_0} = -iA_0 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) / 2k. \quad (1.54)$$

Решение параболического уравнения (1.36) будем искать не непосредственно для поля $V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)$, как функции одной точки излучения и одной точки приема, а для вспомогательной функции двух точек излучения и двух точек приема (рис 1.4):

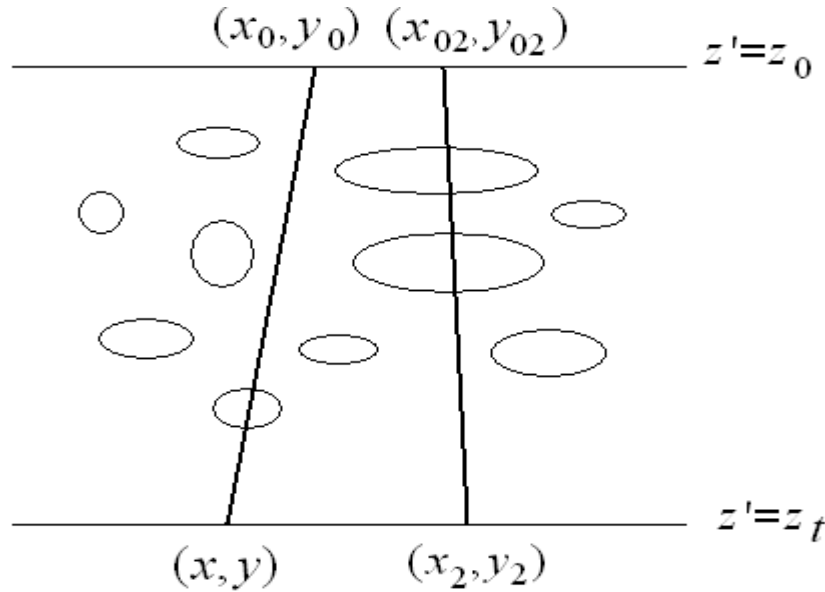


Рисунок 1.4 - Координаты для вспомогательной функции $W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_{02}, z, z_0)$

$$W(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_{02}, z, z_0) = V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, z, z_0) V_2^*(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_{02}, z, z_0), \quad (1.55)$$

где весовая функция $V_2^*(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_{02}, z, z_0)$ - комплексно сопряженное поле волны в однородной среде, удовлетворяющее уравнению [30]

$$2ik \frac{\partial V_2^*}{\partial z} - \frac{\partial^2 V_2^*}{\partial \mathbf{p}_2^2} = 0, \quad (1.56)$$

с граничными условиями

$$V_2^*(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_{02}) \Big|_{z=z_0} = i\delta(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_{02}) / 2k. \quad (1.57)$$

Умножим уравнение (1.36) на $V_2^*(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_{02}, z, z_0)$, а уравнение (1.56) на $V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, z, z_0)$. Сложив получившиеся выражения с учетом граничных условий (1.54) и (1.57), получим уравнение [30]

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{i}{k} \frac{\partial^2 W}{\partial \mathbf{p}_+ \partial \mathbf{p}_-} + \frac{ik}{2} \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}_+ + \mathbf{p}_- / 2, z) W, \quad (1.58)$$

со следующим граничным условием [30]

$$W(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-, \mathbf{p}_{0+}, \mathbf{p}_{0-}, z, z_0) \Big|_{z=z_0} = \frac{A_0}{(2k)^2} \delta(\mathbf{p}_- - \mathbf{p}_{0-}) \delta(\mathbf{p}_+ - \mathbf{p}_{0+}), \quad (1.59)$$

где

$$\begin{cases} \mathbf{p}_+ = (\mathbf{p} + \mathbf{p}_2) / 2, \\ \mathbf{p}_- = \mathbf{p} - \mathbf{p}_2, \\ \mathbf{p}_{0+} = (\mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_{02}) / 2, \\ \mathbf{p}_{0-} = \mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_{02}. \end{cases} \quad (1.60)$$

Решение уравнения (1.58) будем искать в виде двойного преобразования Фурье для координат “импульса” \mathbf{a} , \mathbf{p} , где \mathbf{a} соответствует начальным координатам \mathbf{p}_- , как в методе интерференционного интеграла, а \mathbf{p} конечным координатам \mathbf{p}_{0+} , как в методе Маслова [30]. Двойное преобразование Фурье для функции $W(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-, \mathbf{p}_{0+}, \mathbf{p}_{0-}, z, z_0)$ имеет следующий вид [30]

$$W(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-, \mathbf{p}_{0+}, \mathbf{p}_{0-}, z, z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{W}(\mathbf{p}_+, \mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{p}_{0-}, z, z_0) \exp(ik(\mathbf{a}\mathbf{p}_- - \mathbf{p}\mathbf{p}_{0+})) d^2\mathbf{a} d^2\mathbf{p}. \quad (1.61)$$

обратное преобразование Фурье от выражения (1.61) запишем как

$$\begin{aligned} \widehat{W}(\mathbf{p}_+, \mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{p}_{0-}, z, z_0) &= \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-, \mathbf{p}_{0+}, \mathbf{p}_{0-}, z, z_0) d^2\rho_- d^2\rho_{0+} \times \\ &\times \exp(ik(\rho_{0+}\mathbf{p} - \mathbf{p}_-\mathbf{a})). \end{aligned} \quad (1.62)$$

Для выражения (1.62) из (1.58) получаем уравнение

$$\frac{\partial \widehat{W}}{\partial z} = -\mathbf{a} \frac{\partial \widehat{W}}{\partial \mathbf{p}_+} + \frac{ik}{2} \tilde{\varepsilon}\left(\mathbf{p}_+ - \frac{1}{2ik} \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}}, z\right) \widehat{W}, \quad (1.63)$$

с граничными условиями

$$\widehat{W}(\mathbf{p}_+, \mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{p}_{0-}, z, z_0) \Big|_{z=z_0} = \frac{A_0}{(4\pi)^2} \exp(ik(\mathbf{p}\mathbf{p}_+ - \mathbf{a}\mathbf{p}_{0-})). \quad (1.64)$$

Представим функцию \widehat{W} в виде ряда Дебая [30]

$$\widehat{W} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m (ik)^{-m} \exp[ik\Phi], \quad (1.65)$$

подставив его в (1.63) можно получить уравнения эйконала и переноса для фазы Φ и нулевого члена разложения ряда для амплитуд [28]. Решив данные уравнения и произведя замену

$$\begin{aligned}\mathbf{\alpha} &= -\xi / Z, \\ \mathbf{p} &= 2\xi_0 / Z.\end{aligned}\quad (1.66)$$

получаем выражение для поля волны в приближении двойного взвешенного Фурье преобразования [30]

$$\begin{aligned}U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, z_t, z_0) &= \frac{-A_0 k^2}{4\pi^3 Z^3} \exp(ik(Z + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}_0)^2}{2Z})) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \xi d^2 \xi_0 \exp(ik(\frac{2(\xi \xi_0 - \xi \mathbf{p}_0 - \xi_0 \mathbf{p})}{Z} + \Phi(\xi, \xi_0, z_t, z_0))),\end{aligned}\quad (1.67)$$

где $\Phi(\xi, \xi_0, z_t, z_0)$ - линейный интеграл от $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$, определяемый формулой (1.18).

В этом случае двойное Фурье преобразование от координат $(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, z, z_0)$ и $(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_{02}, z_t, z_0)$ не содержит, по крайней мере, в первом приближении амплитудных вариаций у парциальных волн [30].

При выполнении условия [33]

$$\frac{\lambda L}{l^2} \ll 1, \quad (1.68)$$

где L - протяженность неоднородного слоя,

границы применимости метода ДВФП определяются следующим неравенством [33]

$$(\varepsilon_m k L)^2 \ll \frac{l^2}{\lambda L}. \quad (1.69)$$

Неравенство (1.69) менее строгое, чем критерий применимости метода плавных возмущений. Поэтому ДВФП может описывать поля волн, рассеянных на неоднородностях с масштабами, не превышающими радиуса Френеля $a_F = \sqrt{\lambda Z} / 2$, т.е. оно учитывает дифракционные эффекты. Критерий применимости ДВФП (1.69) имеет силу даже при условии сильных вариаций фазы, когда метод плавных

возмущений использовать нельзя, из чего следует, что помимо дифракции метод ДВФП учитывает геометрические фокусировки поля [33].

В предельном случае, когда толщина слоя соизмерима с размерами неоднородности $L \approx l$, т.е. рассеяние волны происходит на локальной неоднородности, условие (1.69) примет вид [33]

$$\varepsilon_m^2 \ll \frac{l}{\lambda}, \quad (1.70)$$

это означает, что интенсивность неоднородности должна быть много меньше угла рассеяния на этой неоднородности.

На высоких частотах под интегралом (1.67) находится быстро осциллирующая функция. Поэтому большинство лучей не дает существенного вклада в интеграл. Используя метод стационарной фазы, можно найти, что основной вклад дают лучи, соединяющие точки излучения ρ_0 и приема ρ . Если выполняется условие, что масштаб неоднородности превосходит радиус Френеля, то в (1.67) можно считать $\Phi(\xi, \xi_0)$ медленной функцией и в результате применения метода стационарной фазы получить приближение ГО (1.17) [30].

При малых вариациях фазы, когда

$$|k\Phi(\xi, \xi_0)| \ll 1, \quad (1.71)$$

под интегралом в (1.67) можно положить

$$\exp\{ik\Phi(\xi, \xi_0)\} \approx 1 + ik\Phi(\xi, \xi_0). \quad (1.72)$$

В этом случае получаем

$$U(\rho, \rho_0) \approx U_0(\rho, \rho_0) + U_1(\rho, \rho_0), \quad (1.73)$$

где $U_0(\rho, \rho_0)$ поле волны в свободном пространстве в мало-угловом приближении (1.16), а $U_1(\rho, \rho_0)$ равно

$$U_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = \frac{-iA_0 k^3}{8\pi^3 Z^3} \exp \left[ik \left(Z + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}_0)^2}{2Z} \right) \right] \exp \left[ik \left(Z + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}_0)^2}{2Z} \right) \right] \times \quad (1.74)$$

$$\times \int_{z_0}^{z_t} dz' \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \xi d^2 \xi_0 \tilde{\varepsilon} [\mathbf{s}(\xi, \xi_0, z'), z'] \exp \{ ik 2(\xi \xi_0 - \xi \mathbf{p}_0 - \xi_0 \mathbf{p}) / Z \}.$$

Перейдем в (1.74) от интегрирования по $\{\xi, \xi_0\}$ к интегрированию по $\{\xi, \xi_s\}$, где

$$\xi_s = \xi(z' - z_0) / Z + \xi_0(z_t - z') / Z. \quad (1.75)$$

После замены (1.75) и интегрирования по ξ из (1.74) получим выражение в виде мало-углового приближения Борна (1.31). Эта согласованность ДВФП с методом Борна в очередной раз говорит о способности ДВФП корректно описывать эффекты неоднородностей с масштабами порядка и меньше радиуса Френеля [30].

Рассмотрим ситуацию, когда неоднородности локализованы в некоторой окрестности $z \sim z_s$, но при этом вариации фазы не малы, то есть условие (1.71) не выполняется. В этом случае, будем считать, что входящая в (1.67) функция Φ практически не зависит от z' : $\mathbf{s}(\xi, \xi_0, z') \approx \mathbf{s}(\xi, \xi_0, z_s)$. Это позволяет перейти к переменным $\{\xi, \xi_s\}$ и проинтегрировать по ξ , но без разложения (1.72). В результате получаем выражение для поля в виде приближения фазового экрана (1.42). Таким образом, ДВФП согласуется с результатами метода фазового экрана не только при вычислении статистических моментов, но и при вычислении отдельных реализаций и может быть использовано при сильных вариациях [30-32].

1.7. Выводы

В главе рассмотрены основные асимптотические методы, используемые для описания волновых полей в неоднородных средах. Применение метода геометрической оптики ограничено дифракционными эффектами и многолучевостью. Также невозможно использование метода геометрической оптики в области каустик. Методы Маслова и Орлова расширяют границы применимости

ГО и позволяют находить поля вблизи области каустик. Однако при использовании данных приближений для задач рассеяния волн в неоднородных средах обычно не учитывают фокусировку парциальных волн. Приближение Борна и метод плавных возмущений позволяют учитывать дифракционные эффекты, но только для неоднородных сред, вызывающих слабые вариации фазы и уровня. Приближение фазового экрана учитывает дифракционные эффекты и описывает поля в условиях сильных вариаций фазы, но для его применения необходимо задавать параметры виртуального экрана. Метод двойного взвешенного Фурье преобразования имеет более широкую область применения, чем вышеупомянутые методы в мало-угловых приближениях. Его можно использовать для задач распространения волн в условиях сильных и слабых вариаций фазы, также данное приближение учитывает дифракционные эффекты и многолучевость. В отличие от методов Маслова и Орлова, поле в виде ДВФП не содержит, по крайней мере, в первом приближении амплитудных вариаций у парциальных волн. При определенных условиях результаты решения волнового уравнения методом ДВФП согласуются с результатами мало-угловых приближений Борна, фазового экрана, ГО и метода плавных возмущений.

ГЛАВА 2. ПОВЫШЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРИ ДИАГНОСТИКЕ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ

2.1. Диагностика неоднородных сред

Часто при решении обратных задач распространения радиоволн в неоднородных средах приходится использовать томографические подходы [11, 49-57]. Как известно в томографии исследуются внутренние структуры неоднородных объектов посредством их многократного просвечивания в различных пересекающихся направлениях. Наиболее развитыми являются методы вычислительной или компьютерной томографии, применяемые при диагностике неоднородных сред с различными видами зондирующего излучения [11, 49-57].

Первые работы по томографии связаны с открытием в 1895 г. рентгеновских лучей [58]. Изображения костных тканей, получаемые по одному из срезов методами рентгенографии, не давали полной информации о состоянии структуры исследуемого объекта, поэтому было предложено использовать специальную математическую обработку проекционных данных, которая позволила бы получать значения плотностей тканей для различных сечений [58-59]. Большой вклад в развитие математического аппарата для методов реконструктивной томографии внес Радон. Предложенное им в 1917 г. преобразование, устанавливало связь между поглощением рентгеновского излучения и плотностью просвечиваемой ткани по одному лучу [58]. Обратное же преобразование Радона позволяло восстанавливать характеристики неоднородных объектов по набору томографических измерений.

Первый серийный томограф появился в 1972 г., его разработал британский инженер Хаунсвилд. Томографы первого поколения имели лишь одну рентгеновскую трубку и один детектор, которые синхронно передвигались вдоль рамы. После полного сканирования объекта в одном сечении, рама поворачивалась на один градус и измерения повторялись. Затем полученные данные обрабатывались

на специальном компьютере, который позволял выполнять реконструкцию изображений исследуемых тканей.

На данный момент существует множество видов томографии, использующих тот или иной вид излучения. Наиболее развитыми являются: рентгеновская, радионуклидная, магнитно-резонансная, ультразвуковая, оптическая, протонно-ионная томография, томография в радиодиапазоне и др. [11, 49-57].

Особый интерес представляет томография неоднородной плазмы. Например, такой вид томографии встречается в задачах диагностики околоземной плазмы с помощью искусственных спутников Земли и при исследованиях плазмы в установках типа Токамак [5, 11]. Можно выделить ряд особенностей данного вида томографии по отношению к классической, используемой в медицинских целях. При томографии неоднородной плазмы очень часто приходится иметь дело с ограниченным количеством ракурсов наблюдения и угловыми ограничениями при получении проекций, недостаточным числом элементов в приемо-передающей системе, наличием шумов, отклонениями траектории луча от прямолинейной в связи с рефракцией, дифракцией и многолучевостью в неоднородных средах [17, 60].

Рассмотрим простейшие выражения, на которых основывается вычислительная томография. Пусть в декартовой системе координат (x, z) задана функция $f(x, z)$, которую можно проинтегрировать по любому из ракурсов вдоль прямой L_i (см. рис. 2.1), тогда уравнение прямой в плоскости (x, z) выразим через координаты (x^*, φ) [58]

$$x \cos \varphi + z \sin \varphi - x^* = 0, \quad (2.1)$$

где x^* - расстояние от начала координат до прямой L_i , φ - угол между осью x и перпендикулярной прямой к L_i , выходящей из центра координат.

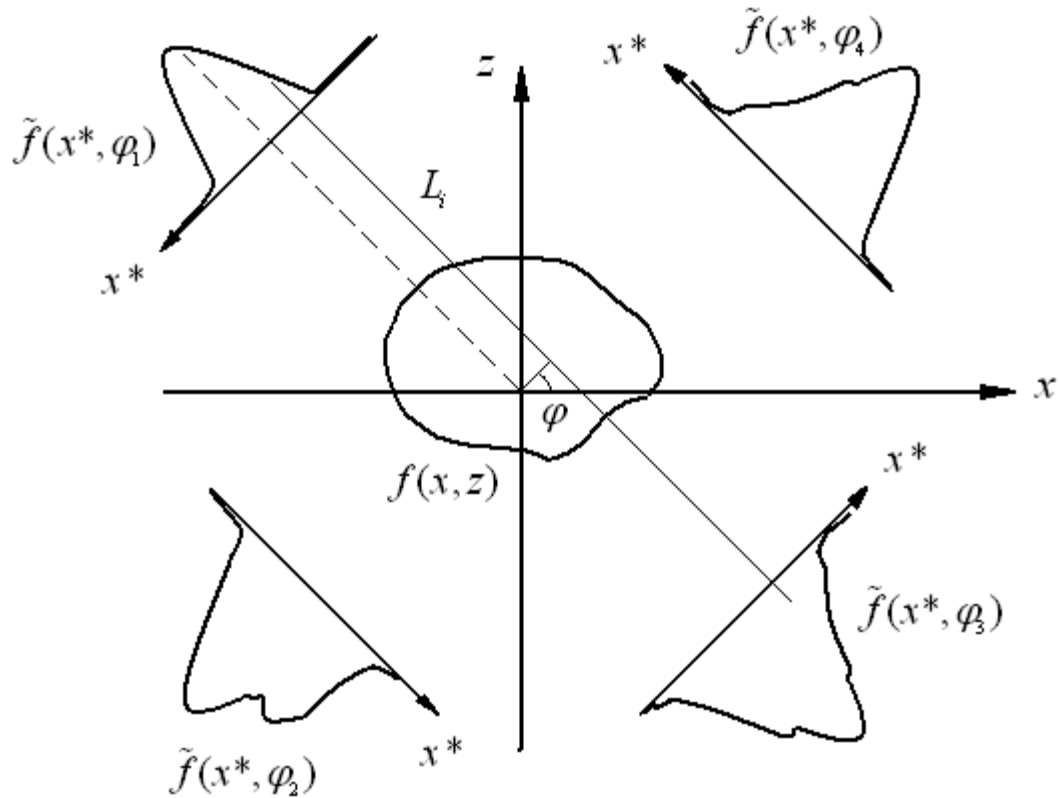


Рисунок 2.1 - Реконструкция двумерной функции $f(x, z)$ по ее проекциям $\tilde{f}(x^*, \varphi)$

Результат интегрирования функции $f(x, z)$ вдоль прямой L_i может быть представлен в виде линейного интеграла $\tilde{f}(x^*, \varphi)$. Зависимость функции $\tilde{f}(x^*, \varphi)$ от $f(x, z)$ определяется преобразованием Радона, имеющим вид [58]

$$\tilde{f}(x^*, \varphi) = \int f(x, z) dL = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z) \delta(x \cos \varphi + z \sin \varphi - x^*) dx dz, \quad (2.2)$$

где δ - дельта функция Дирака.

Задача вычислительной томографии заключается в поиске функции $f(x, z)$ по набору проекций, состоящих из линейных интегралов $\tilde{f}(x^*, \varphi)$, полученных под различными углами φ [49-60]. По способу получения проекционных данных проекции можно разделить на два типа: параллельные и верные (рис. 2.2).

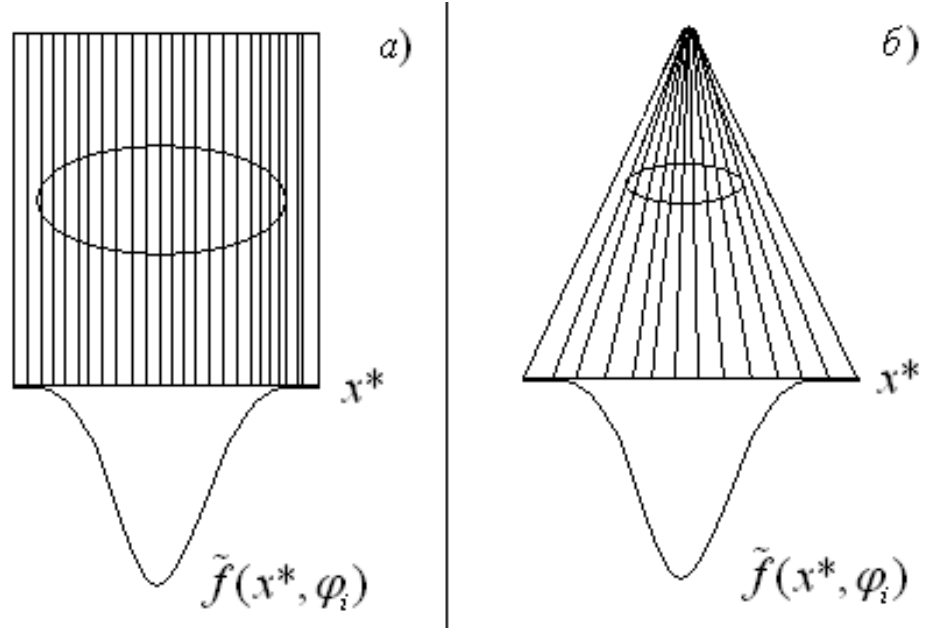


Рисунок 2.2 - Параллельная (а) и веерная (б) проекции

В простейшем случае, когда томографические измерения выполняются по кругу, а проекции являются параллельными, функция $f(x, z)$ может быть найдена через обратное преобразование Радона [58].

$$f(x, z) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \omega \tilde{f}(\omega, \varphi) \exp(i2\pi\omega(x \cos \varphi + z \sin \varphi)) d\omega d\varphi, \quad (2.3)$$

где

$$\tilde{f}(\omega, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(x^*, \varphi) \exp(-i2\pi x^* \omega) dx^* \quad (2.4)$$

одномерное преобразование Фурье функции $\tilde{f}(x^*, \varphi)$.

В рентгеновской компьютерной томографии в качестве функции $\tilde{f}(x^*, \varphi)$ выступает коэффициент поглощения фотонов узкого рентгеновского пучка, а искомой функцией $f(x, z)$ является плотность исследуемых тканей [58-59]. В задачах диагностики неоднородной плазмы возможен поиск значений диэлектрической проницаемости неоднородной среды по набору фазовых проекций [11]. Однако в отличие от классической томографии при диагностике неоднородной плазмы круговую схему томографических измерений практически не удастся

реализовать в реальных условиях, это возможно лишь только при исследованиях лабораторной плазмы. Например, для спутниковой радиотомографии такой вид измерений невозможен из-за малых значений возможных апертур [11]. Для этого вида томографии необходимо использовать более сложные, по сравнению с преобразованием Радона, алгоритмы мало-ракурсной томографии для решения обратной задачи [60].

Как было отмечено ранее, одними из основных препятствий, встречающихся на пути исследований неоднородных объектов в плазме, являются дифракция и многолучевость. Эти эффекты значительно ограничивают возможности диагностических методов, не позволяя им выходить за рамки френелевского разрешения, т.е. получать данные о физических характеристиках объектов с размерами, не превосходящими радиуса Френеля. Далее будет рассмотрена возможность устранения влияния дифракционных эффектов на результаты томографических измерений при помощи дополнительной пространственной обработки поля [30-33].

2.2 Однократное преобразование Френеля

В первой главе мы рассматривали различные приближения, используемые для описания полей в неоднородных средах. Для решения задач диагностики неоднородной плазмы, данные методы играют важную роль. Успех того или иного вида диагностики напрямую связан с используемой пространственно-временной моделью зондирующего сигнала [7-8, 12-16, 28-35]. Чем шире границы применимости какого-либо из методов, тем более точными будут результаты восстановления физических характеристик неоднородной плазмы. Однако применение более точных методов накладывает дополнительные трудности, например, значительное увеличение времени расчета параметров неоднородной среды при численной обработке томографических измерений. Поэтому одним из

критериев выбора метода диагностики должен быть баланс между его точностью и простотой аналитического представления для численной реализации.

Далее рассмотрим особенности математических методов, используемых при исследованиях неоднородной плазмы. В пункте 2.1 было обозначено, что для поиска физических характеристик неоднородной среды, необходимо знать значения линейных интегралов, полученных под разными ракурсами [17].

При исследовании крупномасштабных неоднородностей, с использованием внешнего высокочастотного радиозондирования, амплитуда рассеянной волны слабо зависит от неоднородностей. В этом случае из измерений поля (1.17) можно получить фазу $k\Phi(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)$ при различных \mathbf{p}, \mathbf{p}_0 , то есть получить множество линейных интегралов (1.18), необходимых для томографии неоднородности $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$. Однако эта ГО томография позволяет исследовать неоднородную структуру только с масштабами больше радиуса Френеля. Более тонкую структуру неоднородностей с помощью данного метода исследовать нельзя [11].

Если имеет место мало-угловое рассеяние волны в неоднородной среде со слабыми вариациями фазы и уровня из выражения (1.41) с учетом (1.31) получим комплексную фазу

$$ik\Phi(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = \frac{k^2}{4\pi} \int_{z_0}^{z_t} \frac{dz'}{\zeta(z')} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\rho' \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}', z') \exp \left\{ \frac{ik}{2\zeta(z')} [\mathbf{s}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, z') - \mathbf{p}']^2 \right\}. \quad (2.5)$$

Сделав допущение, что неоднородности локализованы в некотором слое небольшой толщины в окрестности $z' = z_s$, можно положить $\zeta(z') \approx \zeta(z_s)$ и $\mathbf{s}(\xi, \xi_0, z') \approx \mathbf{s}(\xi, \xi_0, z_s)$. Тогда, (2.5) как функция \mathbf{s} , является преобразованием Френеля по \mathbf{p}' . Используя обратное преобразование Френеля, получаем [11]:

$$\frac{ik}{\pi\zeta(z_s)} \int_{-\infty}^{\infty} d^2s \Phi(\mathbf{s}) \exp \left\{ \frac{-ik}{2\zeta(z_m)} [\mathbf{s} - \mathbf{p}]^2 \right\} = \int_{z_0}^{z_t} dz' \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}, z'). \quad (2.6)$$

Таким образом, обрабатывая результаты измерений в соответствии с (2.6), определяем линейный интеграл с учетом дифракционных эффектов. Однако,

выражение (2.6) получено при локализации неоднородностей в некотором слое и выполнении условия (1.71).

В рамках модели фазового экрана можно также с помощью обратного преобразования Френеля получить информацию о $\Phi_s(\mathbf{p}_s)$ (1.43), где $U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)$ рассеянное поле в приближении фазового экрана (1.42) [11]

$$\begin{aligned} & \left[\frac{k}{2\pi(z_t - z_s)} \right]^2 \int_{-\infty}^{\infty} d^2\rho U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) \exp \left\{ -\frac{ik}{2} \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}^*)^2}{z_t - z_s} \right\} \\ & = \frac{ikA_0 \exp\{ikZ\}}{8\pi^2(z_t - z_s)(z_s - z_0)} \exp \left\{ ik\Phi_s(\mathbf{p}^*) + \frac{ik}{2} \frac{(\mathbf{p}^* - \mathbf{p}_0)^2}{z_s - z_0} \right\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Отсюда нетрудно найти $\Phi_s(\mathbf{p}^*)$. Однако в обработку (2.7) входит z -координата неоднородного слоя, которая не всегда известна достаточно точно.

Однократное обратное преобразование Френеля (2.6) и (2.7) позволяет производить дифракционную томографию не только в условиях слабых вариаций фазы, но и при сильных вариациях в рамках приближения фазового экрана. Однако остается существенное ограничение дифракционной томографии, связанное с предположением о локализации неоднородности в известном интервале дальностей. Это существенно затрудняет использование всех возможностей дифракционной томографии.

2.3. Инверсия поля на основе ДВФП

Как было показано в первой главе, интегральное представление ДВФП (1.67) согласуется с результатами мало-угловых приближений ГО, Борна, Рытова, и фазового экрана и, следовательно, учитывает дифракционные эффекты, появление многолучевости и каустик при распространении волн в неоднородной среде [28-34]. При использовании ДВФП в дифракционной томографии, в отличие от метода фазового экрана и приближений Рытова и Борна, нет необходимости в какой-либо априорной информации о локализации неоднородности. Это связано с

использованием не однократного, а двойного обратного преобразования Френеля. Действительно, если на решение (1.67) подействовать следующим оператором [30]

$$\hat{L}[U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \rho d^2 \rho_0 U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) \times \exp \left\{ -ik \left[Z + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}_0)^2}{2(z_t - z_0)} \right] + \frac{2ik}{z_t - z_0} [\mathbf{p}^* \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_0^* \mathbf{p}] \right\}, \quad (2.8)$$

то получим [30]:

$$\hat{U}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0^*) = L[U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)] = -\frac{A\pi(z_t - z_0)}{4k^2} \exp \left\{ ik \left[\frac{2\mathbf{p}^* \mathbf{p}_0^*}{z_t - z_0} + \tilde{\Phi}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0^*) \right] \right\}. \quad (2.9)$$

Таким образом, пространственная обработка поля $U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)$ в соответствии с (2.9) дает нам поле волны $\hat{U}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0^*)$, фазовая добавка которой $\tilde{\Phi}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0^*)$ имеет вид линейного интеграла (1.18). Эта добавка имеет вид фазовой добавки ГО приближения, однако была получена из модели (1.67), которая как мы видели, учитывает дифракционные эффекты и, следовательно, допускает получение линейного интеграла для неоднородностей с поперечными масштабами меньше радиуса Френеля. При этом нет условия на величину вариации фазы (1.71), характерного для обычной дифракционной томографии [30-34].

Обратим так же внимание на то, что в отличие от ГО приближения (1.17) после обработки по алгоритму (2.8) в принимаемом сигнале отсутствуют вариации амплитуды, что важно для точных фазовых измерений.

Однако в реальных условиях строгое обратное ДВФП осуществить невозможно, так как невозможно осуществить измерения в бесконечных пределах. Другим возможным ограничением является дискретность обработки по \mathbf{p}, \mathbf{p}_0 при использовании антенных решеток в передающей и приемной плоскостях [30-32].

Для учета ограниченности областей обработки в передающей и приемной плоскостях введем в подынтегральное выражение (2.8) гауссовский множитель [30-32]

$$\exp[-(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_{m0})^2/(2D_0^2)-(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_m)^2/(2D^2)], \quad (2.10)$$

где D_0 и D - апертуры передающей и принимающей областей; $\boldsymbol{\rho}_{m0}$ и $\boldsymbol{\rho}_m$ - координаты их центров.

Тогда с учетом конечных размеров антенн, выражение (2.8) примет вид [30]

$$\begin{aligned} \hat{U}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\rho d^2\rho_0 U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0) \exp\left\{-ikZ - \frac{(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_m)^2}{2D^2} - \frac{(\boldsymbol{\rho}_0-\boldsymbol{\rho}_{m0})^2}{2D_0^2}\right\} \\ & \times \exp\left\{\frac{2ik}{Z}(\boldsymbol{\rho}_0^* \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}^* \boldsymbol{\rho}_0) - ik \frac{(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2Z}\right\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Чтобы провести исследование влияния размеров областей обработки на разрешающую способность метода ДВПФ, необходимо в (2.11) подставить решение прямой задачи $U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0)$. К сожалению, строгое решение задачи распространения сферической волны с локализованной неоднородностью отсутствует. Поэтому в качестве обрабатываемого поля $U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0)$ в (2.11) приходится брать то или иное приближенное решение.

2.4. Применение пространственной обработки поля ДВФП в условиях сильных и слабых вариаций фазы

В условиях слабых вариаций фазы (1.71) в качестве $U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0)$, используем выражение для поля в виде мало-углового приближения Борна (1.30) и подставим его в обработку (2.11), тогда после преобразований получим [30]

$$\tilde{U}_d(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) \approx \tilde{U}_{d0}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) + \tilde{U}_{d1}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*), \quad (2.12)$$

где

$$\tilde{U}_{d0}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) = \frac{-A\pi Z}{4k^2(1+\gamma^2)} \exp\left(ik \frac{2\boldsymbol{\rho}^* \boldsymbol{\rho}_0^*}{Z}\right), \quad (2.13)$$

$$\tilde{U}_{d1}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) = ik\tilde{\Phi}_d(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*)\tilde{U}_{d0}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*), \quad (2.14)$$

$\tilde{\Phi}_d(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0)$ равно [30]:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_d(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0) = & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\kappa} \int_{z_0}^{z_t} dz' \tilde{\varepsilon}_{\boldsymbol{\kappa}}(\boldsymbol{\kappa}, z') \\ & \times \exp \left\{ i \boldsymbol{\kappa} \mathbf{s}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) - \frac{i \boldsymbol{\kappa}^2 \zeta(z')}{2k(1+\gamma^2)} \left[1 - ik\zeta(z') \left(\left(\frac{D}{z_t - z'} \right)^2 + \left(\frac{D_0}{z' - z_0} \right)^2 \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

здесь

$$\tilde{\varepsilon}_{\boldsymbol{\kappa}}(\boldsymbol{\kappa}, z') = (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \boldsymbol{\rho} \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}, z') \exp\{-i \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\rho}\}, \quad (2.16)$$

двумерный спектр неоднородности,

$$\gamma = \frac{2kDD_0}{Z}. \quad (2.17)$$

При $D \rightarrow \infty$, $D_0 \rightarrow \infty$ выражение (2.12) перейдет в (2.9).

Теперь для исследования разрешающей способности обработки ДВПФ используем решение (1.42), полученное методом фазового экрана. Данное выражение содержит основные особенности распространения волн в условиях сильных вариаций фазы и, поэтому, широко используется в исследованиях этих особенностей [32].

Подставим в (2.11), выражение (1.43) и сделаем ряд замен

$$\begin{cases} \boldsymbol{\rho} = D(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) \\ \boldsymbol{\rho}_0 = D_0(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \\ \boldsymbol{\rho}_0^* = D_0 \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^* \\ \boldsymbol{\rho}^* = D \tilde{\boldsymbol{\rho}}^*. \end{cases} \quad (2.18)$$

В результате выражение (2.11) примет следующий вид

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}^*, \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*) = & - \frac{A\gamma^2 D^2 D_0^2 \text{Exp}[i\gamma \tilde{\boldsymbol{\rho}}^* \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*]}{\pi Z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 q_1 d^2 q_2 \exp \left\{ ik \tilde{\Phi}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \right. \\ & \left. - (\gamma^2 - i\gamma) \left(\mathbf{q}_1 - \frac{\tilde{\boldsymbol{\rho}}^* + \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*}{2} \right)^2 - (\gamma^2 + i\gamma) \left(\mathbf{q}_2 - \frac{\tilde{\boldsymbol{\rho}}^* - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*}{2} \right)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = 1/2 \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{s}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, z'), z'] dz' \quad (2.20)$$

и

$$\mathbf{s}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, z') = \mathbf{q}_1 \left(D \frac{z' - z_0}{Z} + D_0 \frac{z_t - z'}{Z} \right) + \mathbf{q}_2 \left(D \frac{z' - z_0}{Z} - D_0 \frac{z_t - z'}{Z} \right). \quad (2.21)$$

В случае фазового экрана

$$\mathbf{s}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, z') \approx \mathbf{s}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, z_s) = \mathbf{q}_1 (D_1 + D_2) + \mathbf{q}_2 (D_2 - D_1). \quad (2.22)$$

С учетом (2.22) и замены

$$\begin{cases} D_1 = D_0 \frac{z_t - z_s}{Z} \\ D_2 = D \frac{z_s - z_0}{Z}, \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\boldsymbol{\rho}_s = \mathbf{q}_1 (D_1 + D_2) + \mathbf{q}_2 (D_2 - D_1), \quad (2.24)$$

выражение (2.19) примет вид

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}^*, \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*) = & - \frac{A\gamma^2 D^2 D_0^2 \exp\{i\gamma \tilde{\boldsymbol{\rho}}^* \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*\}}{\pi Z (D_1 + D_2)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -(\gamma^2 + i\gamma) \left(\mathbf{q}_2 - \frac{\tilde{\boldsymbol{\rho}}^* - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*}{2} \right)^2 \right\} \\ & \times \exp \left\{ -(\gamma^2 - i\gamma) \left(\frac{\boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{q}_2 (D_2 - D_1)}{D_1 + D_2} - \frac{\tilde{\boldsymbol{\rho}}^* + \tilde{\boldsymbol{\rho}}_0^*}{2} \right)^2 + ik\tilde{\Phi}(\boldsymbol{\rho}_s) \right\} d^2 \rho_s d^2 q_2. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Вычисляя интеграл (2.25) по q_2 , с учетом старых обозначений переменных, получим [32]:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) = & - \frac{A_0 \gamma^2 D^2 D_0^2 \exp(i2k\boldsymbol{\rho}^* \boldsymbol{\rho}_0^*/Z)}{2ZM} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \rho_s \exp \{ ik\Phi(\boldsymbol{\rho}_s) \\ & - \frac{(\gamma^4 + \gamma^2)}{2M} \left[\boldsymbol{\rho}_s - \left(\boldsymbol{\rho}^* \frac{(z_s - z_0)}{Z} + \boldsymbol{\rho}_0^* \frac{(z_t - z_s)}{Z} \right) \right]^2 \}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

где

$$M = \gamma^2 (D_2^2 + D_1^2) + 2i\gamma D_2 D_1, \quad (2.27)$$

D_1 и D_2 - представляют собой верные проекции в сечение $z = z_s$ передающей и приемной антенных систем (рис. 2.3).

Очевидно, что при $D_1 \rightarrow \infty$ и $D_2 \rightarrow \infty$ (2.26) перейдет в (2.9).

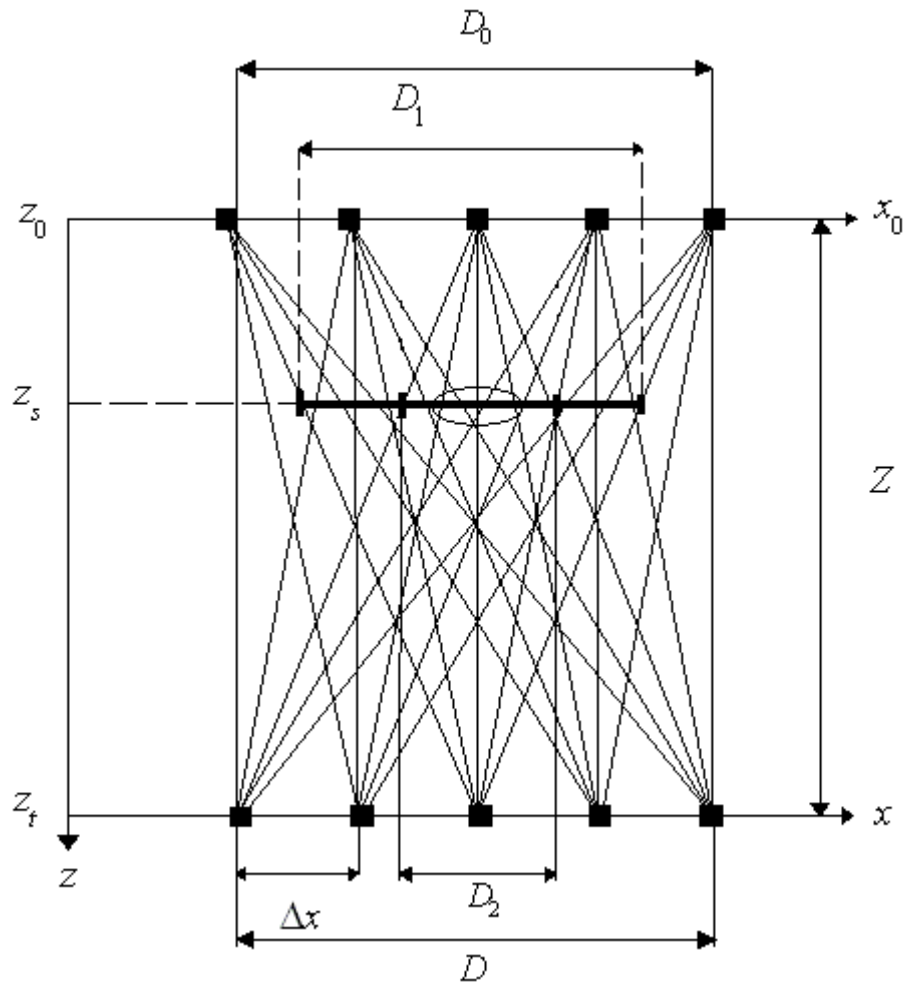


Рисунок 2.3 - Схема томографических измерений

2.5 Результаты численного моделирования: случай слабых вариаций фазы

Теперь на примере численного моделирования фазы волны, рассеянной на неоднородности (см. рис. 2.3), рассмотрим как пространственная обработка поля ДВФП (2.11) влияет на результаты томографических измерений поля $U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)$ для случая, когда рассеянная волна претерпевает слабые и сильные вариаций фазы [30-32].

Для начала выполним обработку поля при условии малых вариаций фазы (1.73). Будем рассматривать реальную часть $\text{Re} \tilde{\Phi}_d(x^*, x^*)$, рассчитанную по формуле (2.15) [30].

В качестве модели неоднородности диэлектрической проницаемости можно использовать любую функцию. Здесь для простоты численных расчетов мы используем функцию Гаусса [30-32]

$$\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}, z) = \varepsilon_m \exp\left\{-\left[(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m)^2 + (z - z_m)^2\right]/(2l^2)\right\}. \quad (2.28)$$

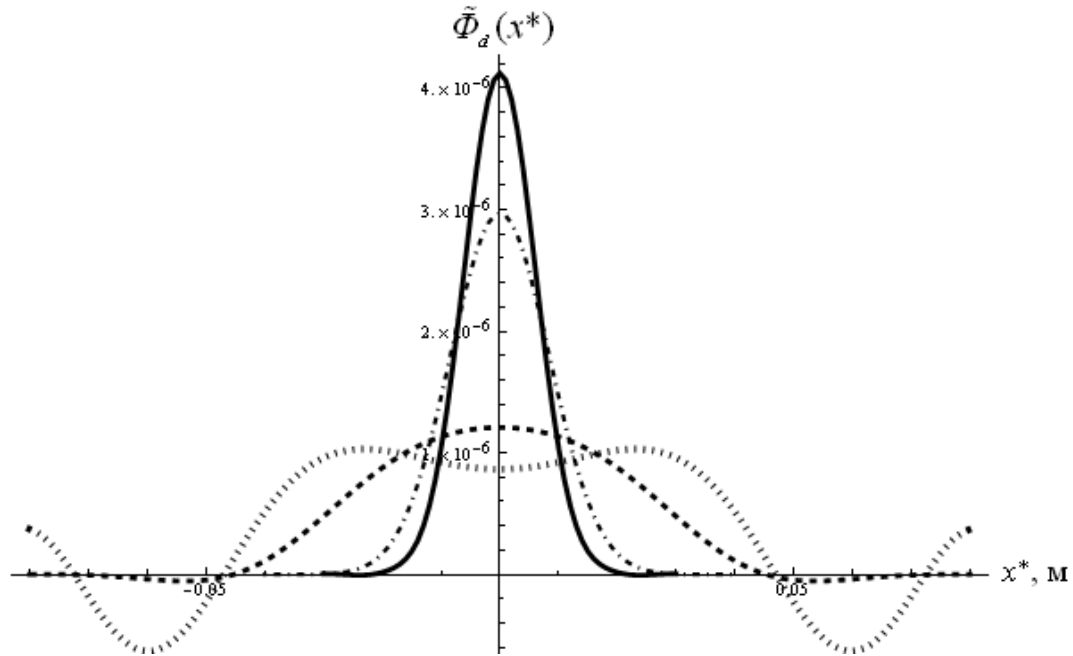


Рисунок 2.4 - Фаза волны $\tilde{\Phi}_d(x^*)$ для гауссовой неоднородности (2.28) после обработки (2.11) при $\lambda = 2\text{мм}$, $l = 5\text{мм}$, $D = D_0 = 1\text{см}$ (пунктирная линия), $D = D_0 = 3\text{см}$ (штриховая линия), $D = D_0 = 15\text{см}$ (штрихпунктирная линия), $D = D_0 \sim Z$ (сплошная линия)

На рис. 2.4 приведены результаты расчетов фазы волны $\tilde{\Phi}_d(x^*)$ после обработки (2.11) в сечении $y^* = y_0^* = 0$ при $x^* = x_0^*$ и следующих параметрах $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = 0,02$, $l = 5\text{мм}$, $z_t = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 5,4\text{см}$ превышает размеры неоднородности. Пунктирной линией изображен случай $D = D_0 = 1\text{см}$, штриховая линия соответствует $D = D_0 = 3\text{см}$, штрихпунктирная линия использована для $D = D_0 = 15\text{см}$, сплошной линией

изображен идеальный случай, когда $D, D_0 \sim Z$. Из рис. 2.4 видно, что при $D = D_0 = 1\text{см}$ в фазе рассеянной волны после обработки ДВФП существенно влияние дифракционных эффектов, фактически в данном случае обработка поля ДВФП не проводилась. При $D = D_0 = 3\text{см}$ после обработки ДВФП заметно уменьшение влияния на фазу дифракционных эффектов и уменьшение ширины фазовой кривой. Для $D = D_0 = 15\text{см}$ обработка поля ДВФП дает результат близкий к идеальному случаю, когда $D, D_0 \sim Z$, а влияние дифракционных эффектов на томографические измерения поля удается полностью устранить.

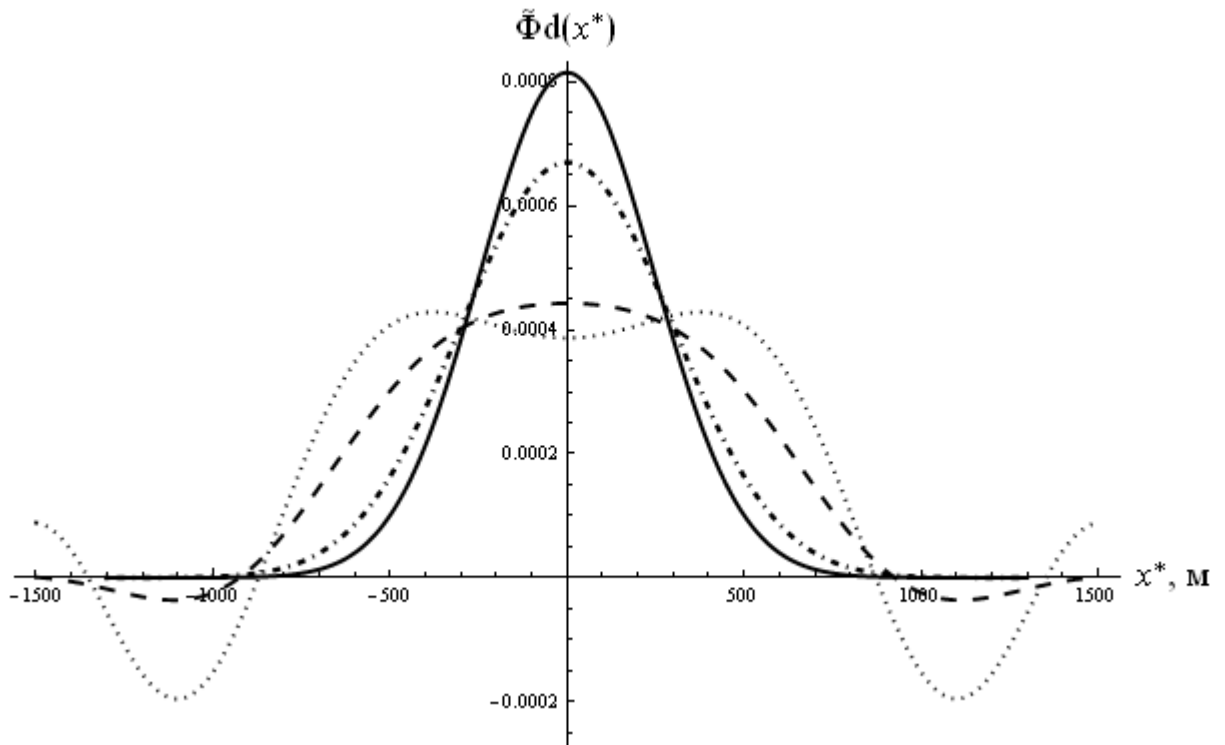


Рисунок 2.5 - Фаза волны $\tilde{\Phi}_d(x^*)$ для гауссовой неоднородности (2.28) после обработки (2.11) при $\lambda = 2\text{м}$, $l = 200\text{м}$, $D = D_0 = 10\text{м}$ (пунктирная линия), $D = D_0 = 400\text{м}$ (штриховая линия), $D = D_0 = 1000\text{м}$ (штрихпунктирная линия), $D = D_0 \sim Z$ (сплошная линия)

На рис. 2.5 приведены результаты расчетов фазы волны $\tilde{\Phi}_d(x^*)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$ при $x^* = x_0^*$ и следующих параметрах $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = 0,0001$, $l = 200\text{м}$, $z_t = -1000\text{км}$, $z_0 = 1000\text{км}$, $\lambda = 1\text{м}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 1\text{км}$ превышает размеры неоднородности. Пунктирной линией изображен случай при $D = D_0 = 10\text{м}$, штриховая линия соответствует $D = D_0 = 400\text{м}$, штрихпунктирная линия использована для $D = D_0 = 1000\text{м}$, сплошной линией изображен идеальный случай, когда $D, D_0 \sim Z$. В отличие от предыдущего рисунка, где параметры моделирования подобраны для диагностики лабораторной плазмы, в данном случае параметры соответствуют диагностике локальных неоднородностей в ионосфере Земли. Из поведения фазы при точечных антеннах, когда $D = D_0 = 10\text{м}$, видно, что пространственная обработка поля фактически не производится (пунктирная линия). При $D = D_0 = 400\text{м}$ (штриховая линия) обработка ДВФП достаточна для выявления профиля неоднородности в зависимости $\tilde{\Phi}_d(x^*)$. Для $D = D_0 = 1000\text{м}$ (штрихпунктирная линия) обработка ДВФП дает результаты близкие к идеальному случаю, когда $D, D_0 \sim Z$ (сплошная линия).

2.6. Результаты численного моделирования: случай сильных вариаций фазы

Далее проведем численное моделирование фазы рассеянной волны, после обработки поля по алгоритму (2.11) для случая сильных вариаций фазы на фазовом экране, когда

$$|k\Phi(\rho_s)| \geq 1. \quad (2.29)$$

В соответствии с (2.9) определим фазу обработанного поля как

$$k\tilde{\Phi}_d(\rho^*, \rho_0^*) = \arg\left[\hat{U}(\rho^*, \rho_0^*)\right], \quad (2.30)$$

где определяемое формулой (2.11) $\hat{U}(\rho^*, \rho_0^*)$ - поле за фазовым экраном после его обработки по алгоритму ДВФП [32].

В качестве модели неоднородности диэлектрической проницаемости по-прежнему будем использовать гауссову функцию (2.28)

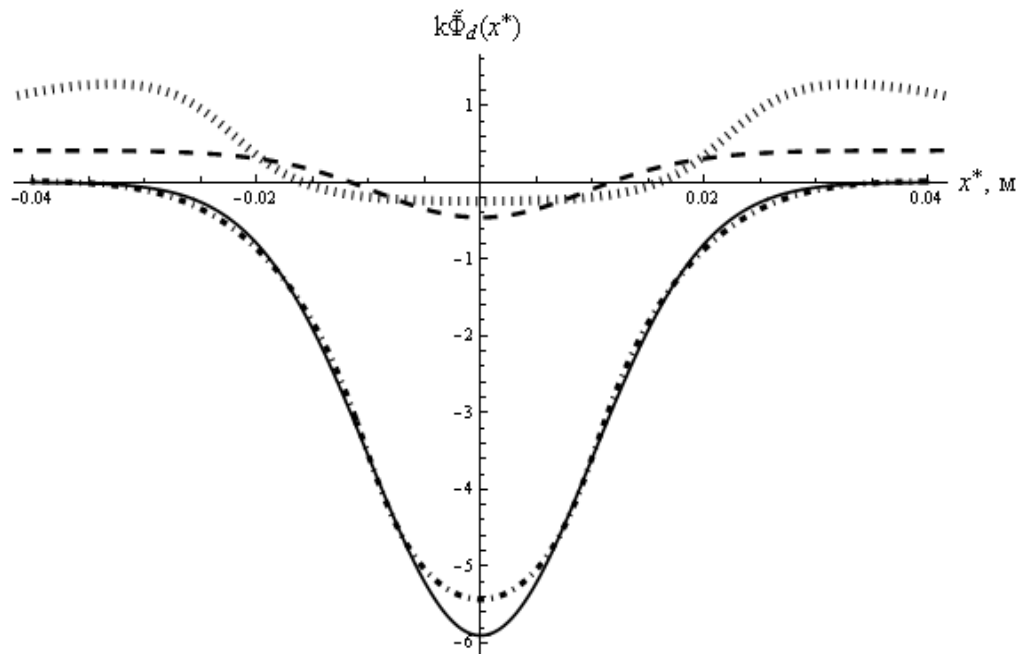


Рисунок 2.6 - Поведение фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ для гауссовой неоднородности (2.28) без обработки (2.11) (пунктирная линия) и после обработки при $D = D_0 = 3\text{см}$ (штриховая линия), $D = D_0 = 15\text{см}$ (штрихпунктирная линия), $D = D_0 \sim Z$ (сплошная линия)

На Рис. 2.6 приведены результаты расчетов фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$ при $x^* = x_0^*$ и следующих параметрах $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = -0,15$, $l = 1\text{см}$, $z_t = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$, $z_s = 0\text{м}$, соответствующих масштабам лабораторной плазмы. В этом случае радиус Френеля $a_f = 5,4\text{см}$ превышает размеры неоднородности. Пунктирной линией изображена фаза без обработки (2.11). Обработке при $D = D_0 = 3\text{см}$ соответствует штриховая линия, при $D = D_0 = 15\text{см}$ -

штрихпунктирная линия, а сплошной линией изображен идеальный случай, когда $D=D_0 \sim Z$. В данном случае $k\tilde{\Phi}_d(x^*) \sim 2\pi$. Также, как и в случае со слабыми флуктуациями фазы из рис. 2.6 видно, что с увеличением размеров приемных и передающих антенн влияние дифракционных эффектов можно устранить при помощи пространственной обработки поля ДВФП. Из поведения фазы при точечных антеннах, когда пространственная обработка поля не производится (пунктирная линия) не удастся даже выявить присутствие неоднородности. Обработка ДВФП при $D=D_0=3\text{см}$ (штриховая линия) выявила в зависимости $k\tilde{\Phi}_d(x^*)$ только слабые признаки наличия неоднородности. При $D=D_0=15\text{см}$ (штрихпунктирная линия) обработка ДВФП оказывается уже достаточной для выявления профиля неоднородности. Результаты реконструкции оказываются очень близкими к идеальному случаю, когда $D, D_0 \sim Z$ (сплошная линия).

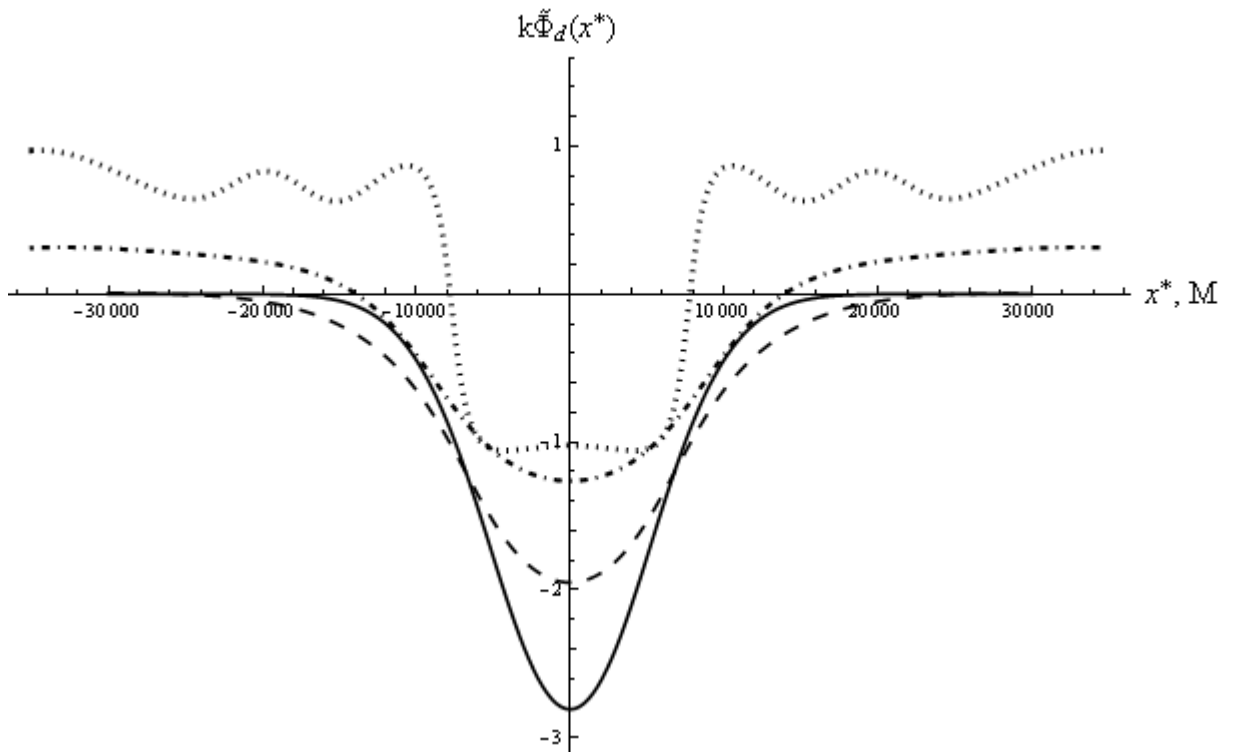


Рисунок 2.7 - Поведение фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ для гауссовой неоднородности (2.28) без обработки (2.11) (пунктирная линия) и после обработки

при $D = D_0 = 800\text{м}$ (штриховая линия), $D = D_0 = 5000\text{м}$ (штрихпунктирная линия),
 $D = D_0 = 10000\text{м}$ (сплошная линия)

На Рис. 2.7 приведены результаты расчетов фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$ при $x^* = x_0^*$ и следующих параметрах $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = -0,0015$, $l = 500\text{м}$, $z_t = -1000\text{км}$, $z_0 = 19000\text{км}$, $\lambda = 2\text{м}$, $z_s = 0\text{м}$, соответствующих масштабам околосредней плазмы. В этом случае радиус Френеля $a_f = 1,4\text{км}$ превышает размеры неоднородности. Пунктирной линией изображена фаза без обработки (2.11). Обработке при $D = D_0 = 800\text{м}$ соответствует штриховая линия, при $D = D_0 = 5000\text{м}$ - штрихпунктирная линия, когда $D = D_0 = 10000\text{м}$ (штрихпунктирная линия) обработка ДВФП дает результаты близкие к идеальному случаю $D, D_0 \sim Z$ (сплошная линия).

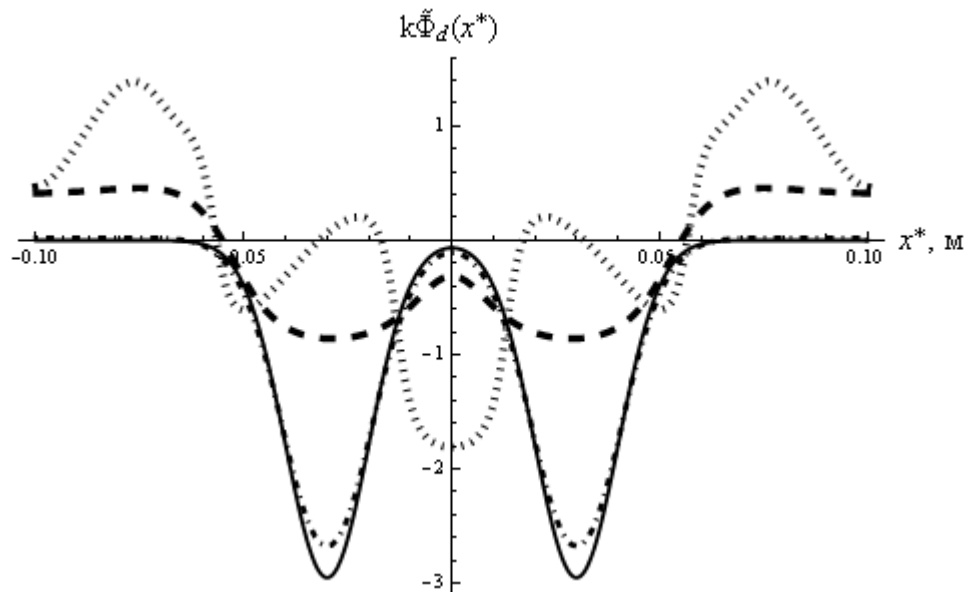


Рисунок 2.8 - Поведение фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ для двух гауссовых неоднородностей без обработки (2.11) (точечная линия), после обработки при $D = D_0 = 3\text{см}$ (штриховая линия), $D = D_0 = 15\text{см}$ (штрихпунктирная линия),
 $D = D_0 \sim Z$ (сплошная линия)

На рис. 2.8 приведены результаты расчетов фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$, при рассеянии на двух неоднородностях, в сечении $y^* = y_0^* = 0$ при $x^* = x_0^*$ и следующих параметрах $x_{m1} = -0,03\text{м}$, $x_{m2} = 0,03\text{м}$, $\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{m2} = -0,075$, $l_1 = l_2 = 1\text{см}$, $z_1 = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$, $z_S = 0\text{м}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 5,4\text{см}$ превышает размеры неоднородности.

Как видно из рис. 2.8 для случая, когда радиоволны рассеиваются на двух локальных неоднородностях с размерами, не превосходящими радиуса Френеля, обработка ДВФП, также позволяет устранять дифракционные эффекты при томографических измерениях. Фаза $k\tilde{\Phi}_d(x^*)$ без применения дополнительной обработки (пунктирная линия) не позволяет выявить наличие двух неоднородностей. После обработки ДВФП при $D = D_0 = 15\text{см}$ (штрипунктирная линия) уже отчетливо видно два максимума в фазе, соответствующих первой и второй неоднородности.

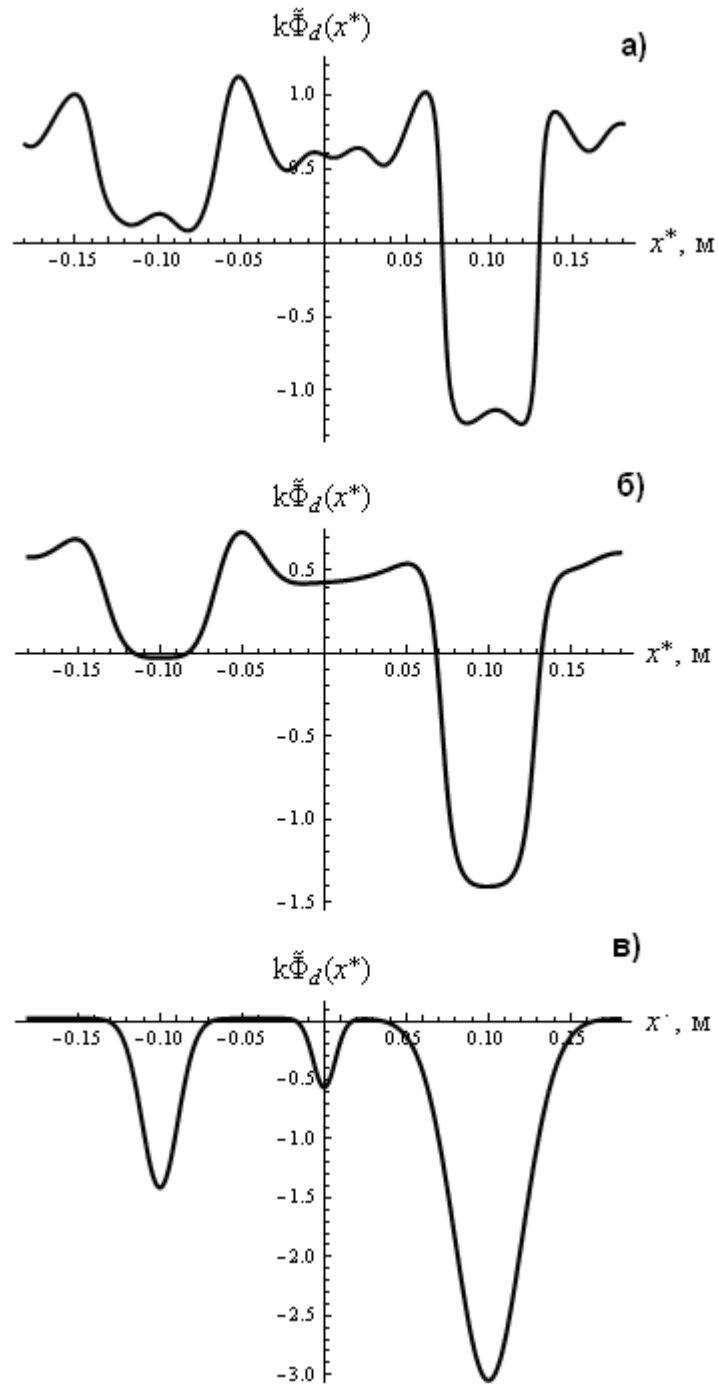


Рисунок 2.9 - Поведение фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ для трех гауссовых неоднородностей а) без обработки (2.11), б) после обработки при $D = D_0 = 2\text{см}$, в)

$$D = D_0 = 13\text{см}$$

На рис. 2.9 приведены результаты расчетов фазы $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$, при рассеянии на трех неоднородностях, в сечении $y^* = y_0^* = 0$ при $x^* = x_0^*$ и следующих параметрах $x_{m1} = -0,1\text{м}$, $x_{m2} = 0\text{м}$, $x_{m3} = 0,1\text{м}$, $\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{m2} = \varepsilon_{m3} = -0,04$, $l_1 = 1\text{см}$, $l_2 = 0,5\text{см}$, $l_3 = 2\text{см}$, $z_1 = -3\text{м}$, $z_2 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$, $z_S = 0\text{м}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 5,4\text{см}$ превышает размеры неоднородности. Фаза $k\tilde{\Phi}_d(x^*)$ без применения обработки ДВФП (рис. 2.9 а) не позволяет выявить наличие трех неоднородностей. Обработки ДВФП при $D = D_0 = 4\text{см}$ (рис. 2.9 б) еще недостаточно для выявления неоднородностей, но уже при $D = D_0 = 15\text{см}$ (рис. 2.9 в) видно три максимума в фазе, соответствующих первой, второй и третьей неоднородности.

2.7 Результаты численного моделирования при дискретном распределении элементов прямо-передающей системы

Рассмотрим теперь влияние дискретизации обработки по плоскостям излучения и приема, которая имеет место при использовании антенных решеток. В этом случае необходимо интегралы в (2.11) заменить суммами [32]. Рассмотрим сечение $k\tilde{\Phi}_d(x^*)$ для гауссовой неоднородности (2.28). Предположим, что интервалы между точками и количество этих точек в приемной и передающей плоскостях равны: $\Delta x = \Delta x_0$, $Nx = Nx_0$ рис. 2.3.

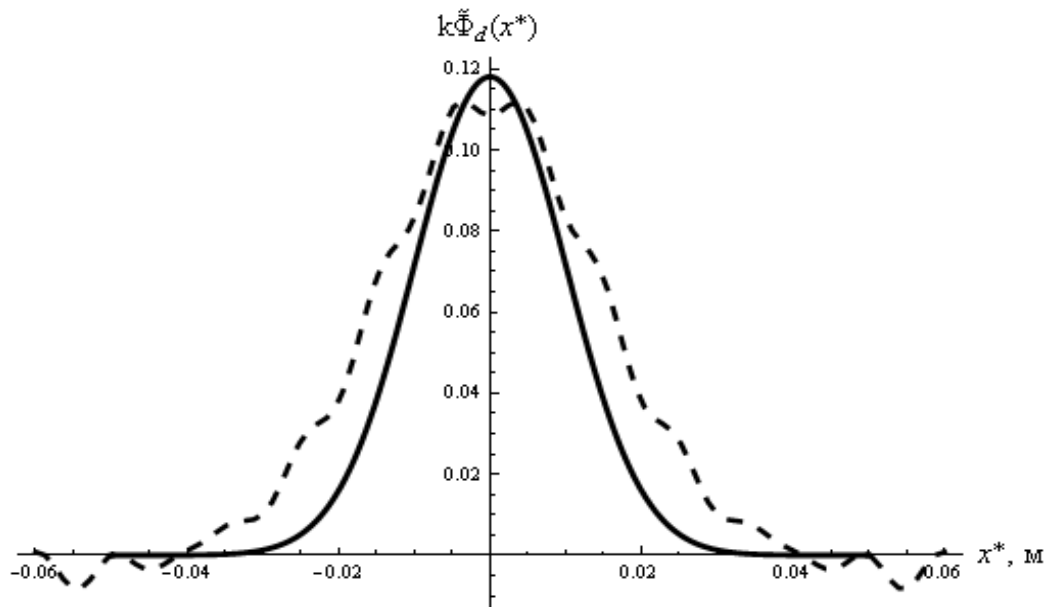


Рисунок 2.10 - Поведение фазы волны $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ при дискретных измерениях для гауссовой неоднородности при $Nx = Nx_0 = 60$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 1\text{см}$ (штриховая линия), $Nx = Nx_0 = 150$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 0,4\text{см}$

На рис. 2.10 приведены результаты расчетов при $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = 0,01$, $l = 1\text{см}$, $z_l = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$, $a_F = 5,4\text{см}$, $D = D_0 \sim Z$. Расчет выполнен для разных $Nx = Nx_0$ и $\Delta x = \Delta x_0$: пунктирная линия соответствует, $Nx = Nx_0 = 60$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 1\text{см}$, сплошная линия изображает случай $Nx = Nx_0 = 150$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 0,4\text{см}$. В данном случае $k\tilde{\Phi}_d(x^*) \ll 2\pi$.

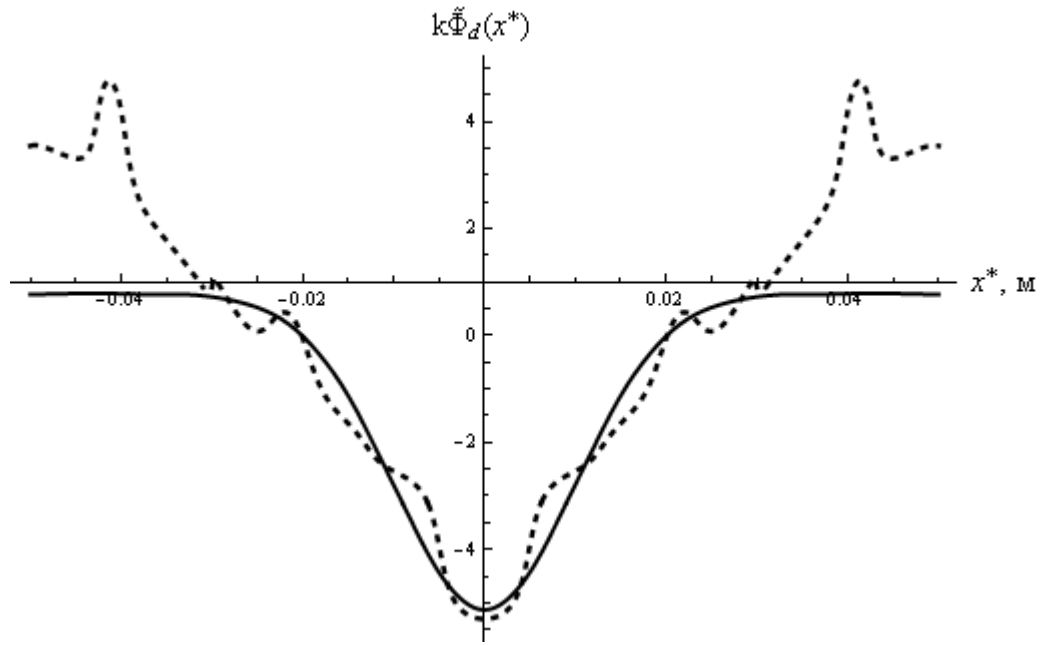


Рисунок 2.11 - Поведение фазы волны $k\tilde{\Phi}_d(x^*) = k\tilde{\Phi}_d(x^*, x^*, 0, 0)$ при дискретных измерениях для $N_x = N_{x_0} = 15$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 4,6 \text{ см}$ (штриховая линия) и $N_x = N_{x_0} = 100$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 0,7 \text{ см}$ (сплошная линия)

На рис. 2.11 приведены результаты расчетов при $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = -0,15$, $l = 1 \text{ см}$, $z_t = -3 \text{ м}$, $z_0 = 3 \text{ м}$, $\lambda = 2 \text{ мм}$, $z_s = 0 \text{ м}$, $a_F = 5,4 \text{ см}$, $D = D_0 \sim Z$. Расчет выполнен для разных $N_x = N_{x_0}$ и $\Delta x = \Delta x_0$: пунктирная линия соответствует, $N_x = N_{x_0} = 15$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 4,6 \text{ см}$, сплошная линия изображает случай $N_x = N_{x_0} = 100$ и $\Delta x = \Delta x_0 = 0,7 \text{ см}$. В данном случае $k\tilde{\Phi}_d(x^*) \sim 2\pi$.

Из приведенного результата следует, что при повышении количества элементов приемо-передающей системы разрешение улучшается.

По набору фазовых проекций (см. рис. 2.4-2.10), полученных после обработки поля ДВФП для разных ракурсов просвечивания, при помощи методов вычислительной томографии возможно получение физических характеристик исследуемых локальных неоднородности со сверх-френелевским разрешением, т.е. по сути, пространственная обработка поля ДВФП позволяет получать информацию о неоднородностях, масштаб которых не превосходит радиуса Френеля.

2.8. Выводы

Так как поле рассеянной волны в приближении ДВПФ согласуется с приближением фазового экрана, то такая модель может описать дифракционные эффекты. Поэтому для диагностики неоднородной плазмы с размерами, не превышающими радиуса Френеля, можно использовать пространственную обработку поля, получаемую с помощью обратного ДВПФ. В отличие от однократного преобразования Френеля, такая обработка не требует информации о местонахождении исследуемой неоднородности.

С помощью пространственной обработки ДВПФ можно осуществлять дифракционную томографию без условия о слабых вариациях фазы. Тем самым можно добиться сверхфренелевского разрешения не только для неоднородностей, вызывающих слабые вариации фазы, как в обычной дифракционной томографии, но и сильных, когда появляется многолучевость и сильные вариации амплитуды.

Возможности диагностики неоднородной плазмы при помощи пространственной обработки поля ДВПФ, определяются количеством элементов приемо-передающей системы и размерами областей обработки в передающей и приемной плоскостях.

ГЛАВА 3. УСТРАНЕНИЕ ВЛИЯНИЯ МНОГОЛУЧЕВОСТИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ СИГНАЛА В ПЛАВНО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

3.1. Многолучевость в неоднородной среде

При распространении электромагнитных волн в неоднородных средах в областях, где имеют место сильные вариации амплитуды волны, возникает эффект многолучевости [61-63]. В этом случае сигнал распространяется по различным траекториям, соединяющим точки излучения и приема. Данный эффект является одной из важных проблем систем связи, навигации и диагностики неоднородных сред, его влияние приходится учитывать при решении задач распространения радиоволн в тропосфере и ионосфере Земли, прохождении радиоволн через межпланетную и околосолнечную плазму, распространении света в турбулентной атмосфере и звука в океане и т. д. [10, 64 – 65]. С точки зрения механизма образования, многолучевость бывает различных типов, например за счет отражения волны от окружающих объектов, в связи с рефракцией и дифракцией волны в неоднородной среде.

При решении задач глобального позиционирования многолучевая погрешность является главным источником ошибок для высокоточной навигации [66-67]. В результате отражения радиоволн от земной поверхности, океана или других объектов на приемную антенну приходит множество сигналов, уровень которых может быть соизмерим с прямым сигналом от навигационного космического аппарата, что приводит к серьезным искажениям полезного сигнала.

В гидроакустике многолучевое распространение сигнала затрудняет идентификацию и измерение времени пробега звуковых импульсов, распространяющихся вдоль лучей, соединяющих источники и приемники звука. Измерение такого рода импульсов необходимо для реконструкции гидрофизических полей при акустическом зондировании океана [68-69].

При прохождении света через фокусирующую линзу, в фокальной плоскости образуется каустика и многолучевость (рис.3.1 а).

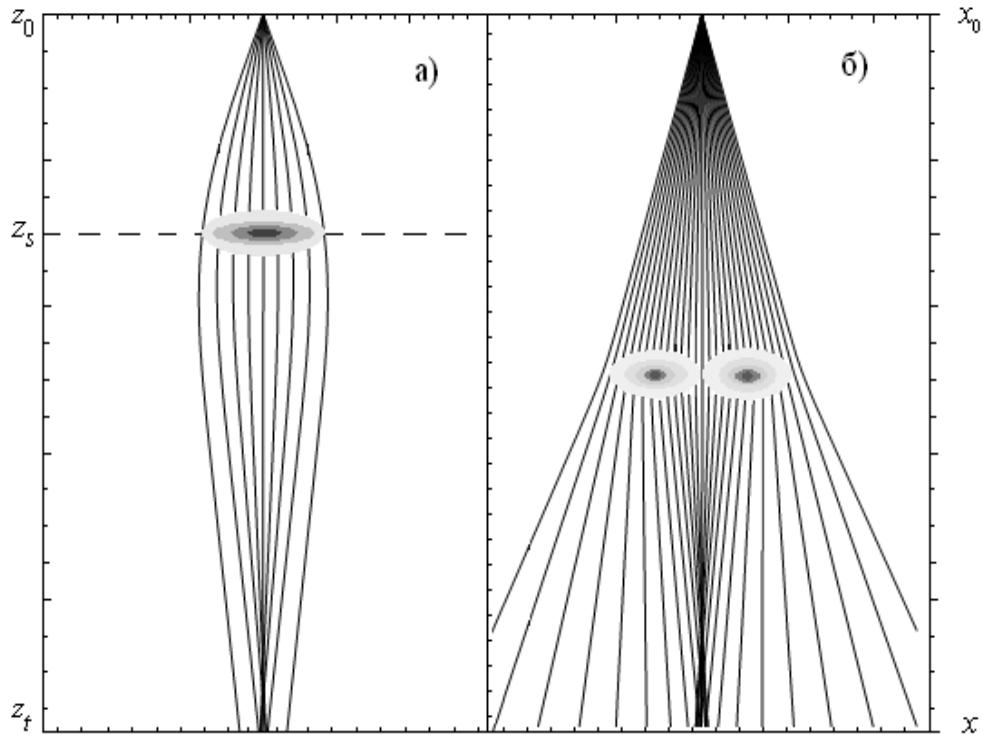


Рисунок 3.1 - Лучевая картина: а) фокусировка на линзе, б) рефракция на двух неоднородностях

Также, данные явления можно наблюдать при рефракции электромагнитной волны на двух или нескольких локальных неоднородностях (рис. 3.1 б).

Описание волновых полей в области появления многолучевости в рамках той или иной математической модели, представляет достаточно сложную задачу. Например, в условиях многолучевости амплитуда волны в приближении ГО резко возрастает на каустиках (огibaющих лучей) [61-63], что указывает на необходимость при описании поля, даже при выполнении условия превышения поперечного размера неоднородности l_ε над радиусом Френеля a_F :

$$l_\varepsilon \gg a_F = \sqrt{\lambda \zeta(z')}, \quad (3.1)$$

использовать обобщения ГО приближения, учитывающие дифракционные эффекты каустического типа, такие как метод Маслова, метод интерференционного интеграла и т.д. [47- 48]. Однако эти методы требуют априорное знание лучевой структуры, что в задачах диагностики редко представляется возможным. Кроме того, многолучевость и сопровождающие ее интерференция и сильные вариации амплитуды, даже в областях применимости ГО приближения, где поле принимает вид суммы парциальных ГО волн, сильно затрудняют измерения фазы и их интерпретацию. Метод плавных возмущений и приближение Борна не позволяют описывать поля в условиях сильных вариаций амплитуды, что соответственно делает неприменимым данные методы для описания полей в условиях многолучевости [16]. Приближение фазового экрана, описывает поля в области многолучевости и каустик, однако слабой стороной этой модели является необходимость задавать параметры экрана, что может привести к плохому количественному описанию поля волны, рассеянной в неоднородной среде [12, 14].

Многолучевость сигнала существенно затрудняет поиск решения обратной задачи распространения электромагнитных волн в неоднородных средах [10, 70]. Например, при радиозатменных исследованиях с применением искусственных спутников в случае однолучевого распространения радиоволн в ионосфере или атмосфере Земли, орбитальные траектории пересекает только один луч под углом ξ . Однако вблизи каустик и в области многолучевости измерить направление луча с помощью одиночных фазовых измерений достаточно сложно из-за возникновения взаимной интерференции от распространения радиоволн в различных направлениях (рис. 3.2) [70].

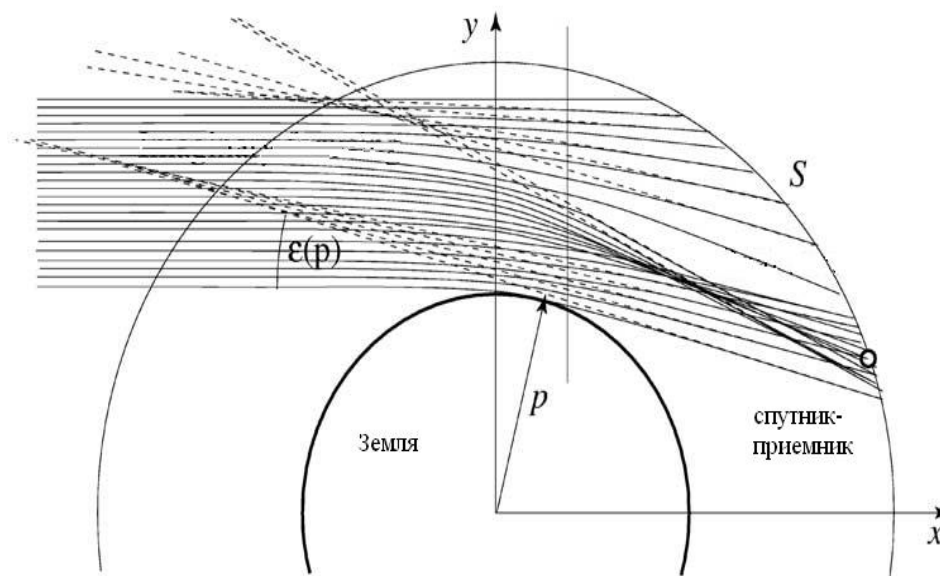


Рисунок 3.2 - Многолучевость при спутниковых исследованиях атмосферы [70]

Так как при небольшой протяженности случайно неоднородного слоя интегральное представление ДВФП переходит в результаты метода фазового экрана в мало-угловом приближении [32], то с его помощью можно описать поле в области многолучевости, включая окрестности каустик. Как видно из первой главы, после обратного ДВФП мы получаем поле одной ГО волны без вариаций амплитуды в первом приближении. Таким образом, обратное ДВФП позволяет устранять не только дифракционные эффекты френелевского типа, но и многолучевость и дифракционные эффекты каустического типа. Об этом, в частности, говорит, показанная в работе [71] возможность устранения вариаций амплитуды волны, распространяющейся в случайно неоднородной среде, с помощью пространственной обработки на базе обратного ДВФП.

Далее рассмотрим возможность устранения влияния многолучевых эффектов при диагностике неоднородных сред, используя пространственную обработку поля ДВФП.

Пусть между источником и приемником, расположенными на плоскостях $z = z_0$ и $z = z_r$, соответственно, находится неоднородная среда. При прохождении через нее

электромагнитная волна претерпевает многолучевые эффекты. В случае, когда неоднородный слой расположен в окрестности плоскости $z = z_s$, поле волны с учетом многолучевости может быть найдено по формуле (1.42) в приближении фазового экрана [30, 32].

Если поперечные размеры неоднородности превышают радиус Френеля, то можно использовать ГО приближение. Это эквивалентно применению метода стационарной фазы при вычислении выражения для поля (1.42). Точки стационарной фазы $\mathbf{\rho}_{sc}$ можно найти из уравнения [34]

$$\partial \left(\tilde{\Phi}_s(\mathbf{\rho}_s) + \left(\frac{(\mathbf{\rho}_s - \mathbf{\rho}_0)^2}{2(z_s - z_0)} + \frac{(\mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}_s)^2}{2(z_t - z_s)} \right) \right) / \partial \mathbf{\rho}_s = 0. \quad (3.2)$$

В качестве модели диэлектрической проницаемости неоднородной среды возьмем сумму Гауссовых функций:

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{\rho}, z) = \varepsilon_{mi} \sum_{i=1}^N \exp \left(- \left[(\mathbf{\rho} - \mathbf{\rho}_{mi})^2 + (z - z_{mi})^2 \right] / (2l_i^2) \right). \quad (3.3)$$

Для модели (3.3) результат вычисления $\tilde{\Phi}_s(\mathbf{\rho}_s)$ подставляем в (3.2) и получаем зависимость поперечной координаты $\mathbf{\rho}$ от $\mathbf{\rho}_{sc}$ [34]

$$\mathbf{\rho}(\mathbf{\rho}_{sc}) = \mathbf{\rho}_{sc} \frac{z_t - z_0}{z_s - z_0} - \mathbf{\rho}_0 \frac{z_t - z_s}{z_s - z_0} - (z_t - z_s) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \varepsilon_{mi} \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{\rho}_{sc} - \mathbf{\rho}_{mi}}{l_i} \exp \left(- \frac{(\mathbf{\rho}_{sc} - \mathbf{\rho}_{mi})^2}{2l_i^2} \right). \quad (3.4)$$

Учитывая связь угла выхода траектории из источника с координатой $\mathbf{\rho}_{sc}$ на экране, видно, что выражение (3.4) является так называемой дистанционно-угловой характеристикой, широко используемой при анализе результатов траекторных расчетов. С ее помощью, в частности, можно графически исследовать многолучевость в неоднородной среде по количеству лучей, с различными значениями $\mathbf{\rho}_{sc}$, приходящих в заданную точку $\mathbf{r} = \{\mathbf{\rho}, z_t\}$.

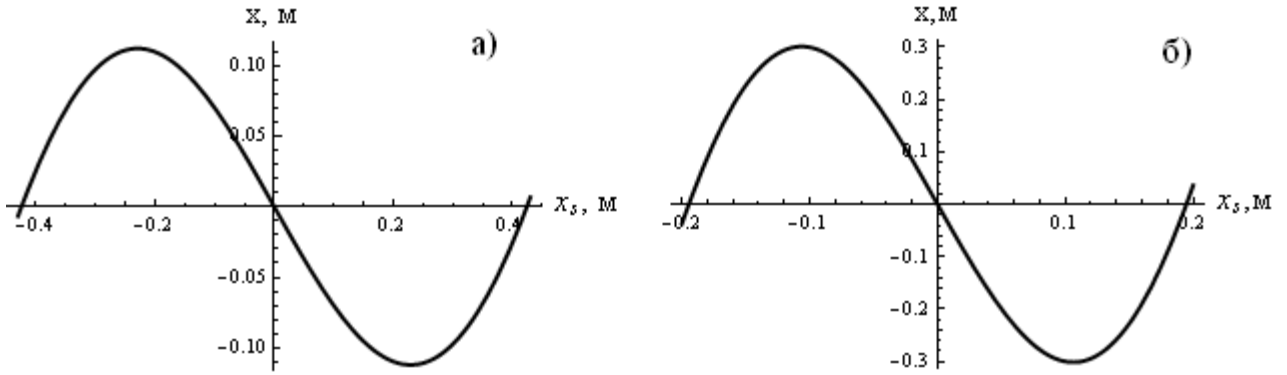


Рисунок 3.3 - Зависимость поперечной координаты луча в точке наблюдения от координаты выхода луча из экрана для фокусирующей неоднородности (а) и для двух неоднородностей, симметрично расположенных относительно оси z (б)

На рис. 3.3а приведены результаты расчетов (3.4) для лабораторной плазмы при $y=0$ для $N=1$, $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = 0,14$, $l = 40\text{см}$, $z_t = -8\text{м}$, $z_0 = 8\text{м}$. Так как $\varepsilon_m > 0$, этот случай соответствует распространению в линзоподобной среде. Из рис. 3.3а видно, что многолучевость в плоскости наблюдается в интервале $-0,11\text{м} < x < 0,11\text{м}$, ограниченном точками пересечения каустической поверхности с плоскостью $z = z_t$. Эти точки совпадают с экстремумами кривой $\rho(\rho_{sc})$. В области многолучевости в каждую точку при заданном значении x приходят три луча, один прямой и два преломленных.

На рис. 3.3б приведены результаты расчетов (3.4) для $N=2$, $z_{m1,2} = y = 0$, $\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{m2} = -0,17$, $x_{m1} = -26\text{см}$, $x_{m2} = 26\text{см}$, $l_1 = l_2 = 15\text{см}$, $z_t = -5\text{м}$, $z_0 = 5\text{м}$. В этом случае $\varepsilon_{m1,2} < 0$ и имеет место рефракция на двух неоднородностях (рис. 3.1б). Здесь, также как при фокусировке на линзе, возникает многолучевость в интервале $-0,3\text{м} < x < 0,3\text{м}$, куда приходят три луча, один прямой и два луча, отраженных от двух неоднородностей. Отметим качественное сходство этих случаев, что связано с подобием лучевых картин в обеих ситуациях в окрестности оси z .

Чтобы устранить влияние многолучевости на результаты измерений рассеянного поля при диагностике неоднородной плазмы, целесообразно воспользоваться пространственной обработкой поля ДВФП. Благодаря данной обработке можно получить фазу $k\tilde{\Phi}(\mathbf{r}^*, \mathbf{r}_0^*, z_t, z_0)$ (2.9). Вариация фазы $k\tilde{\Phi}(\mathbf{r}^*, \mathbf{r}_0^*, z_t, z_0)$ получена из модели (1.67), которая согласуется с моделью фазового экрана и, следовательно, может, в отличие от ГО приближения, использоваться в условиях многолучевости.

3.2. Результаты численного моделирования

Рассмотрим, каким образом пространственная обработка ДВФП (2.11) влияет на результаты измерений рассеянного поля в условиях возникновения многолучевости. Заметим, что в реальных условиях интегрирование в (2.11) может осуществляться только в конечных пределах. При моделировании размеры области интегрирования в (2.11) мы выбирали из условий, полученных в [31-32]. Кроме того, для моделирования пространственной обработки (2.11) необходимо решение прямой задачи $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$. Здесь в качестве модели обрабатываемого поля используется решение (1.42), полученное методом фазового экрана. Исследуем возможность устранения многолучевости с помощью пространственной обработки поля (2.11) для рассмотренных в пункте 3.1 случаев фокусировки поля на линзе (рис. 3.1а и рис. 3.3а) и рефракции на двух локальных неоднородностях (рис. 3.1б и рис. 3.3б) [34]. Когда поперечные координаты в плоскостях источника и приемника совпадают ($\mathbf{r}^* = \mathbf{r}_0^*$), фаза $k\tilde{\Phi}(\mathbf{r}^*) = k\tilde{\Phi}(\mathbf{r}^*, \mathbf{r}_0^*, z_t, z_0)$, как видно из (1.18), в идеальном случае отсутствия многолучевости и дифракционных эффектов, дает проекцию неоднородности на плоскость измерения $z = z_t$.

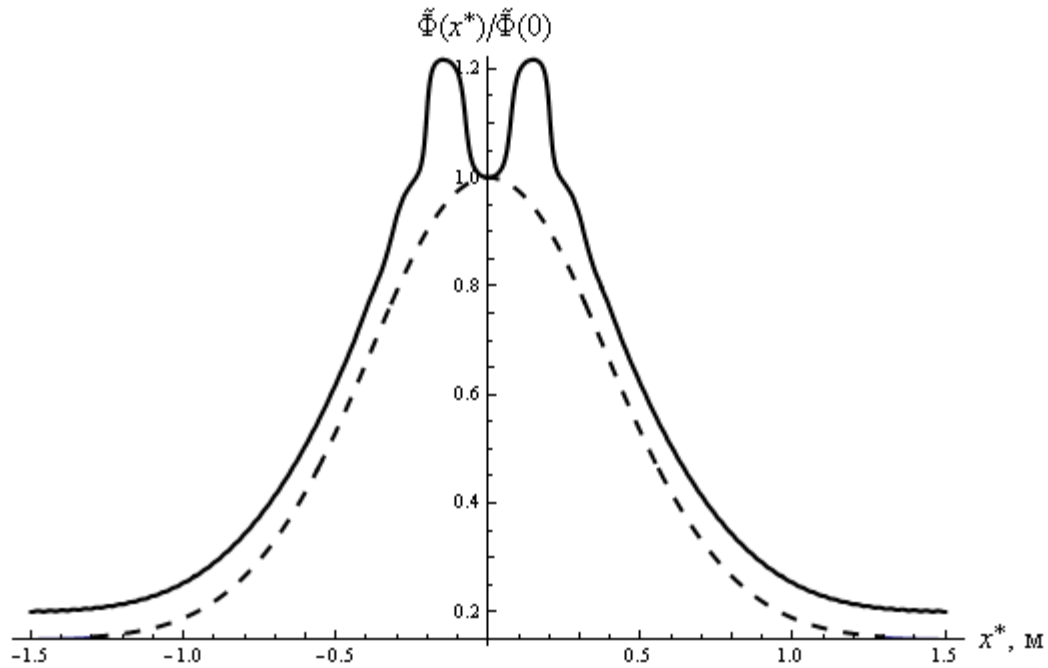


Рисунок 3.4 - Нормированная фаза $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0)/\tilde{\Phi}(0, 0)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$ для случая одной фокусирующей неоднородности с размерами больше радиуса Френеля $a_F = 31 \text{ см}$ при следующих параметрах: $y = 0$, $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = 0,14$, $l = 40 \text{ см}$, $z_t = -8 \text{ м}$, $z_0 = 8 \text{ м}$. Фаза без применения обработки - сплошная линия и после обработки ДВФП - штриховая линия

На рис. 3.4 приведены результаты расчетов фазы $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0)/\tilde{\Phi}(0, 0)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$, как функции $x^* = x_0^*$, для случая фокусировки волны на линзе (см. рис. 3.1а и 3.3а) при $\lambda = 2,5 \text{ см}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 31 \text{ см}$ не превышает размеры неоднородности. Из рис. 3.4 видно, что до пространственной обработки (сплошная кривая) неоднородность дает более широкий отклик с двумя максимумами, что затрудняет определение параметров исследуемой неоднородности. Применение обработки (2.11) (штриховая линия) позволило устранить влияние многолучевости на результаты измерений и определить истинный профиль неоднородности.

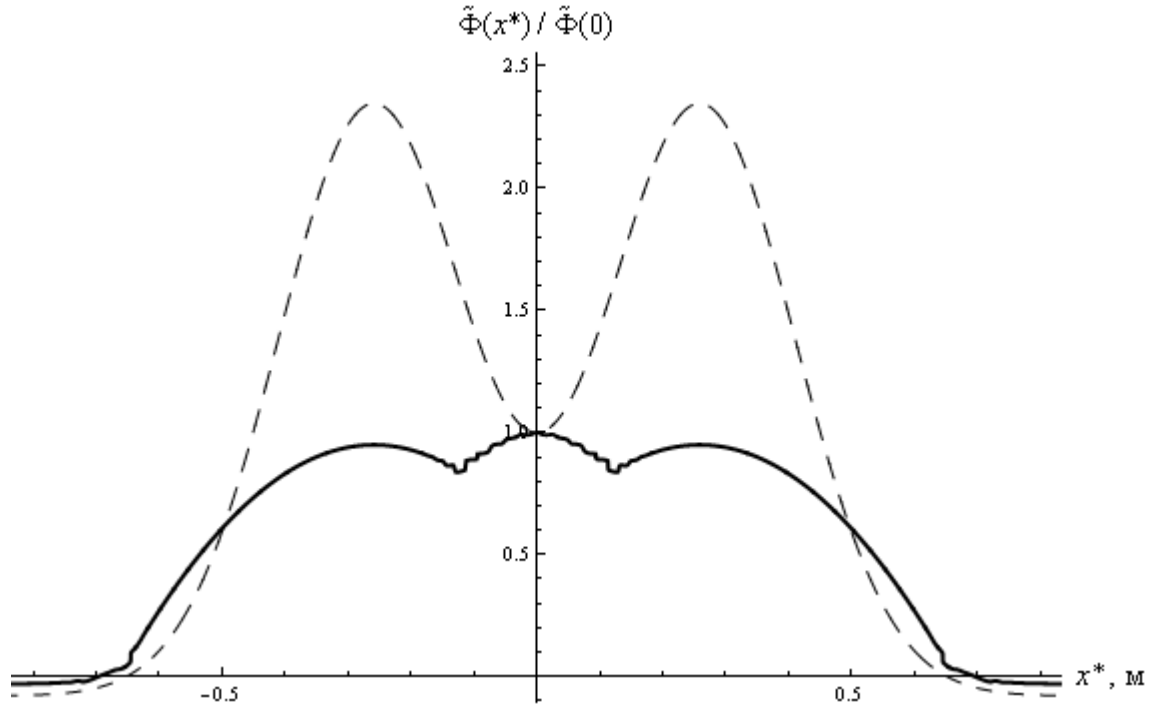


Рисунок 3.5 - Нормированная фаза $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0)/\tilde{\Phi}(0, 0)$ для случая рефракции на двух локальных неоднородностях с размерами больше радиуса Френеля $a_F = 7,2 \text{ см}$ при следующих параметрах: $z_{m1,2} = y = 0$, $\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{m2} = -0,17$, $x_{m1} = -26 \text{ см}$, $x_{m2} = 26 \text{ см}$, $l_1 = l_2 = 15 \text{ см}$, $z_t = -5 \text{ м}$, $z_0 = 5 \text{ м}$. Фаза без применения обработки - сплошная линия и после обработки ДВФП - штриховая линия

Для случая рефракции на двух локальных неоднородностях (см. рис. 3.1б и 3.3б) на рис. 3.5 приведены результаты расчетов нормированной фазы $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0)/\tilde{\Phi}(0, 0)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$, как функции $x^* = x_0^*$, при $\lambda = 2 \text{ мм}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 7,2 \text{ см}$ также не превышает размеры неоднородности. Проекция фазы без обработки (сплошная линия), не позволяет выявить две гауссовы неоднородности (3.3) из-за возникновения эффекта многолучевости. Использование пространственной обработки ДВФП (штриховая линия) позволило устранить влияние многолучевости на результаты измерений.

Здесь для лучшей иллюстрации многолучевости и возможности ее устранения мы использовали случаи превышения размеров неоднородностей над радиусом Френеля. Когда размеры неоднородностей близки к радиусу Френеля или меньше его, появляется френелевское уширения результатов измерений, что в еще большей степени усложняет интерпретацию результатов фазовых измерений. Устранение этого дифракционного эффекта с помощью пространственной обработки на базе ДВФП показано в предыдущей главе. Чтобы продемонстрировать возможности данной обработки при одновременном присутствии дифракционных эффектов и многолучевости на рис. 3.6 приведены результаты моделирования нормированной фазы $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0)/\tilde{\Phi}(0, 0)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$ для случая одной фокусирующей неоднородности при следующих параметрах: $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = 0,1$, $l = 2\text{см}$, $z_t = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 5,4\text{см}$ превышает размеры неоднородности.

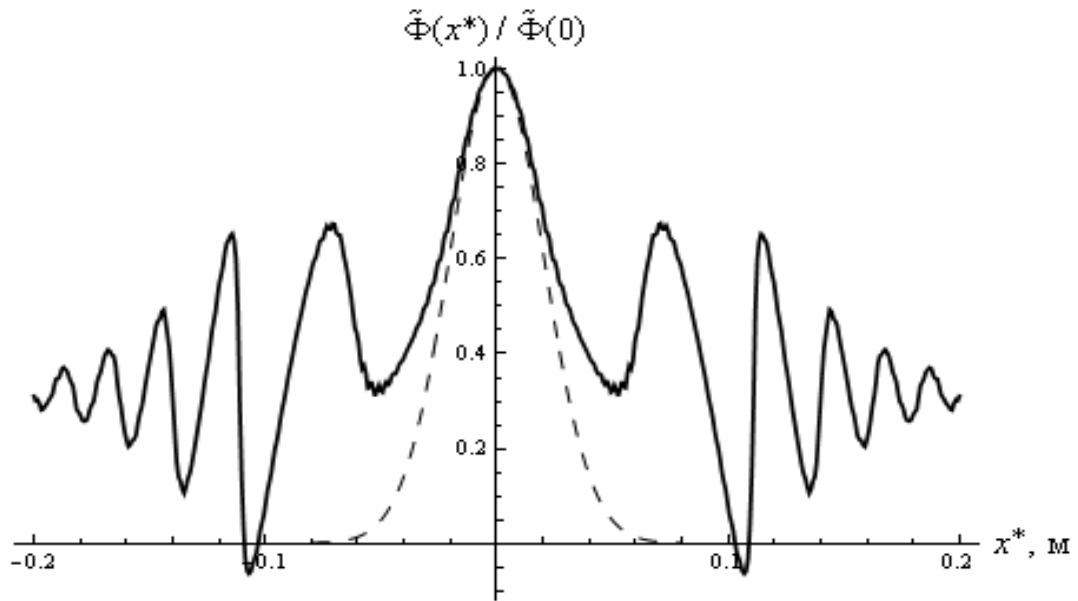


Рисунок 3.6 - Нормированная фаза $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0)/\tilde{\Phi}(0, 0)$ в сечении $y^* = y_0^* = 0$ для случая одной фокусирующей неоднородности с размерами меньше радиуса Френеля $a_F = 5,4\text{см}$ при следующих параметрах: $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = 0,1$,

$l = 2\text{см}$, $z_t = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$. Фаза без обработки - сплошная линия и после обработки ДВФП - штриховая линия

Из рис. 3.6 видно, что дифракционные эффекты существенно усложнили получение какой-либо информации о параметрах неоднородности (сплошная линия). Применение обработки (2.11) (штриховая линия) позволило устранить одновременно дифракционные эффекты и многолучевость и определить параметры профиля неоднородности.

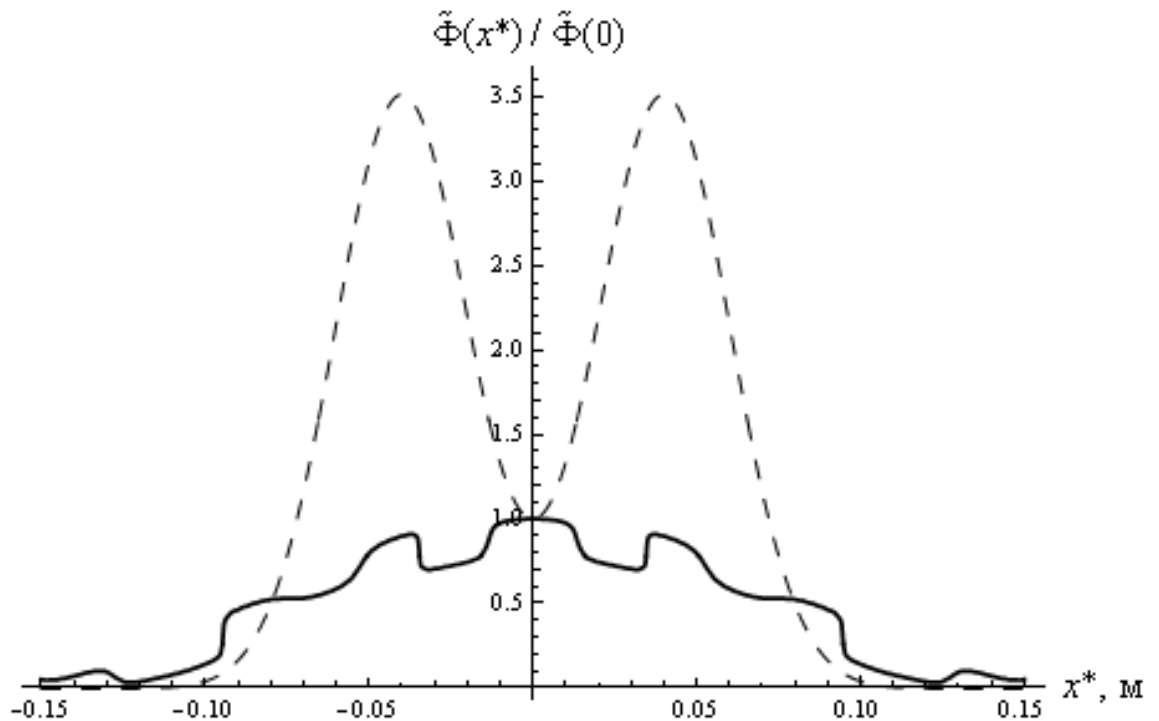


Рисунок 3.7 - Поведение нормированной фазы $\tilde{\Phi}(x^*) / \tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0) / \tilde{\Phi}(0, 0)$ для случая рефракции на двух локальных неоднородностях с размерами меньше радиуса Френеля $a_F = 5,4\text{см}$ при следующих параметрах: $x_{m1} = -4\text{см}$, $x_{m2} = 4\text{см}$, $z_m = 0$, $\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{m2} = -0,09$, $l_1 = l_2 = 2\text{см}$, $z_t = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$. Фаза без обработки - сплошная линия и после обработки ДВФП - штриховая линия

На рис. 3.7 приведены результаты расчетов нормированной фазы $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\Phi}(x^*, x^*, 0, 0)/\tilde{\Phi}(0, 0)$, как функции $x^* = x_0^*$, в сечении $y^* = y_0^* = 0$ для случая рефракции на двух локальных неоднородностях при следующих параметрах: $x_{m1} = -4\text{см}$, $x_{m2} = 4\text{см}$, $z_m = 0$, $\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{m2} = -0,09$, $l_1 = l_2 = 2\text{см}$, $z_t = -3\text{м}$, $z_0 = 3\text{м}$, $\lambda = 2\text{мм}$. В этом случае радиус Френеля $a_F = 5,4\text{см}$ превышает размеры неоднородности. Результаты, приведенные на рис. 3.7, говорят о возможности с помощью пространственной обработки на базе ДВФП разрешить две неоднородности с масштабами меньше радиуса Френеля в условиях сильных вариаций фазы.

Таким образом, устранение многолучевости возможно не только в ГО области, но и при наличии дифракционных эффектов, накладывающихся на многолучевость.

Нужно заметить, что использование пространственной обработки ДВФП в некоторых задачах (например, в ионосферных исследованиях) не всегда удобно, так как предполагает обработку по плоскостям излучения и приема. Но эти исследования часто проводятся в условиях, когда исследуемая неоднородность находится вдали от излучателей и приемников. В такой ситуации, которая соответствует применимости метода ДВФП без ограничений на вариации фазы, можно от двукратного интегрирования перейти к однократному (например, в плоскости, приема) [35-36]. Такой подход значительно расширит область использования предлагаемой пространственной обработки.

3.3. Выводы

Проведенное исследование показало, что влияние многолучевости на результаты измерений рассеянного поля устраняется дополнительной пространственной обработкой поля на базе обратного ДВПФ. Это значительно

упрощает определение физических характеристик неоднородных сред в условиях многолучевости.

Результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что применение обработки ДВФП даже в условиях сильных вариаций фазы при рассеянии волны на одной или нескольких неоднородностях позволяет превысить френелевский порог разрешения в условиях многолучевости.

ГЛАВА 4. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОБРАБОТКА ПОЛЯ ПО ПЛОСКОСТИ ПРИЕМА

4.1. Исследование ионосферы Земли

Одной из основных задач космической радиофизики является диагностика ионосферы Земли. Её исследование необходимо для создания более совершенных систем радиосвязи и решения радиофизических задач, связанных с распространением радиоволн в неоднородных средах. На сегодняшний день существует множество методов диагностики ионосферы Земли. Наиболее известными являются радиозондирование, спутниковая радиотомография, радиозатменные измерения и др. [11, 20, 72].

Первые работы по радиозондированию ионосферы были выполнены в 1926 г., Брайтом и Тьювом [2-3]. В результате этих исследований обнаружено, что в атмосфере Земли на высоте около 100 км присутствует слой, способный отражать радиоволны. Этот слой был назван ионосферой.

В настоящее время радиозондирование - один из основных методов диагностики ионосферы Земли. Популярность этого метода заключается в относительной простоте диагностического комплекса. Изначально метод радиозондирования включал в себя ионозонд, который излучает радиоволны и измеряет высоту их отражения от ионосферы [2-3, 72]. Радиозондирование позволяет получать полную геофизическую информацию: групповую задержку, как функцию частоты, амплитуду, фазу и доплеровский сдвиг, по которой можно судить о строении ионосферы. Современное радиозондирование можно разделить на пять типов: вертикальное-наземное, наклонное, возвратно-наклонное, внешнее и транс-ионосферное.

В 90-х годах прошлого столетия с развитием спутниковых технологий появились новые методы диагностики ионосферы Земли. Одной из наиболее перспективных в настоящее время является спутниковая радиотомография, реализуемая с помощью

низкоорбитальных или высокоорбитальных (GPS, ГЛОНАСС и т.д.) искусственных спутников Земли [11, 18-19]. Для определения физических характеристик ионосферы (плотность электронной концентрации, эффективная частота соударений и т.д.) с помощью спутниковой радиотомографии используют томографические данные, такие как фазовые проекции, полученные посредством просвечивания неоднородной среды под разными углами. За счет использования спутников реализуется простая схема томографических измерений, в которой имеется линейка приемников и спутник, синтезирующий апертуру по плоскости излучения при помощи передатчика радиоволн, находящегося на его борту. Спутниковую радиотомографию можно разделить на два типа, лучевую и дифракционную томографию [11]. Лучевая радиотомография ионосферы позволяет исследовать крупномасштабные неоднородности в ионосфере Земли. Такая томография основана на регистрации и анализе радиосигналов низкоорбитальных или высокоорбитальных спутников в нескольких приемных точках, расположенных вдоль земной проекции траектории спутника на расстояниях порядка сотен километров [11]. При решении задач лучевой радиотомографии не учитываются дифракционные эффекты, и задача сводится к восстановлению физических характеристик неоднородной среды по набору линейных интегралов. Для решения томографической задачи с учетом дифракционных эффектов используют приближенные методы, такие как малоугловые приближения Борна и Рытова, метод фазового экрана и т.д.

Наряду со спутниковой радиотомографией существует метод радиозатменных измерений, использующий низкоорбитальные или высокоорбитальные спутники. Первые исследования были выполнены в 1965 и 1969 годах, где в качестве исследуемого объекта выступала атмосфера Марса [20]. Суть измерений заключается в том, что спутник-источник, выходящий из зоны тени планеты, излучает сигнал, который просвечивает ионосферу или тропосферу, в то время как второй спутник выступает в качестве приемника рассеянного сигнала (рис.4.1).

Радиозатменные измерения позволяют определять давление, температуру тропосферы и электронную концентрацию ионосферы [20].

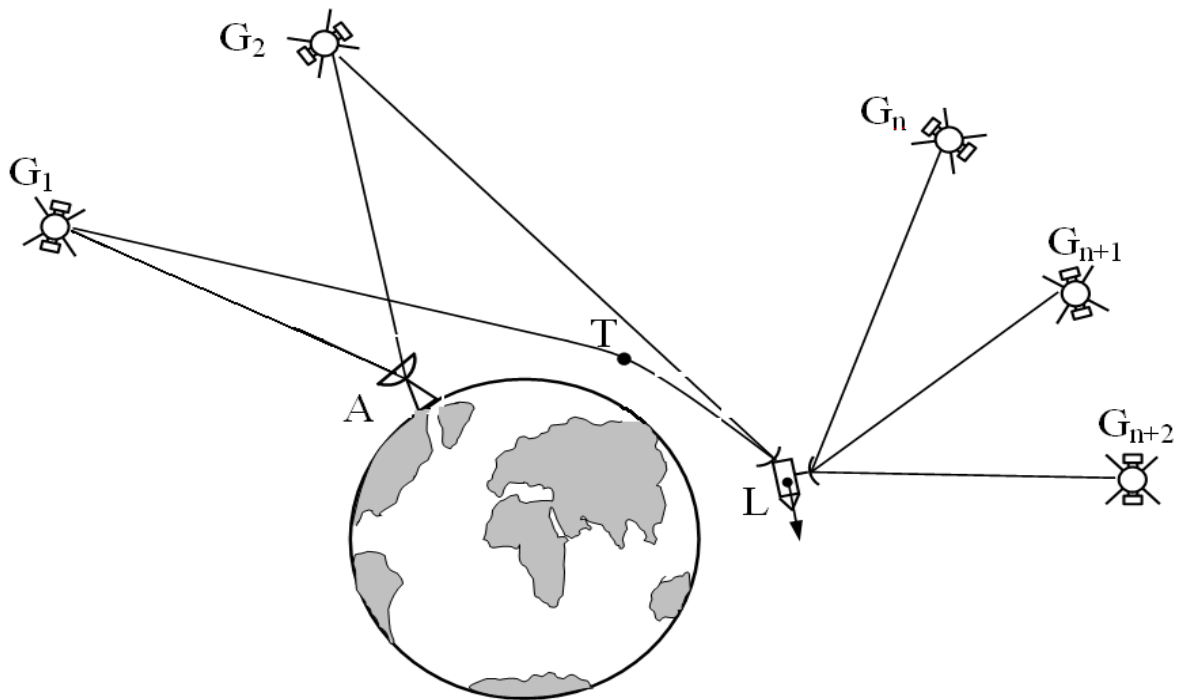


Рисунок 4.1 - Схема радиозатменных измерений. G_1 - спутник, выходящий из зоны тени, G_2 опорный спутник, L низкоорбитальный спутник-приемник, $G_n \dots G_{n+2}$ спутники, измеряющие орбитальные параметры низкоорбитальных спутников, A - наземная станция, принимающая и анализирующая радиозатменные данные [21]

Все рассмотренные методы диагностики позволяют получать данные о структуре ионосферы и тропосферы Земли. Однако, диагностика тонкой структуры неоднородной ионосферы с масштабами, не превышающими радиуса Френеля, остается одной из актуальнейших проблем радиофизики. Исследование таких неоднородностей необходимо для решения широкого круга прикладных задач, например глобальное позиционирование с помощью навигационных спутников (GPS, ГЛОНАСС). Как известно, рефракция на локальных неоднородностях в ионосфере способна искривлять траекторию навигационного сигнала и давать существенную ошибку в прецизионное позиционирование [73].

Разрешающую способность средств диагностики ионосферной плазмы можно увеличить с помощью дополнительной пространственной обработки поля. При этом нужно учитывать, что, как уже отмечалось, при решении томографических задач возникают проблемы, связанные с дифракцией и многолучевостью, затрудняющие поиск физических характеристик неоднородных сред. Рассмотренная в предыдущих главах пространственная обработка поля на основе двойного взвешенного Фурье преобразования (ДВФП) позволяет получать фазовые проекции с устранением влияния дифракционных и многолучевых эффектов. Однако, основным недостатком данного алгоритма является необходимость обработки поля по двум плоскостям - приема и излучения. В связи с этим в данной главе предлагается использовать пространственную обработку поля только по плоскости приема на основе модификации метода ДВФП для удаленной неоднородности [35]. Далее исследуются возможности такой обработки поля при диагностике мелкомасштабных неоднородностей околоземной плазмы в условиях сильных вариаций фазы [36].

4.2. Метод ДВФП для удаленной неоднородности

Пусть измерения выполняются по схеме, изображенной на рис. 4.2.

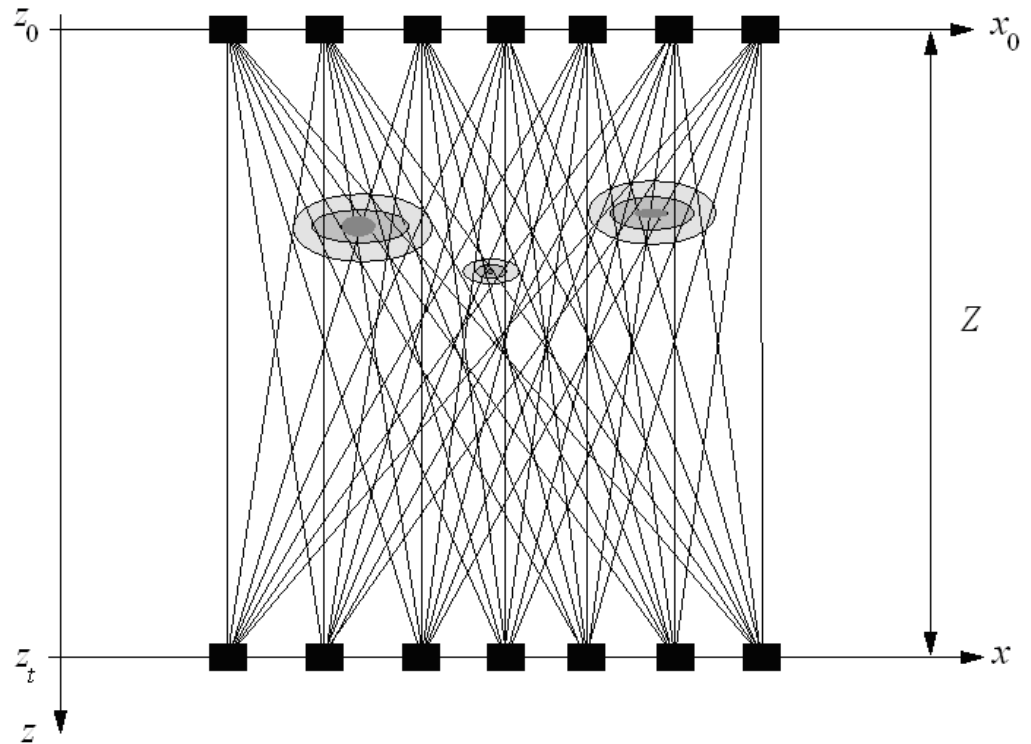


Рисунок 4.2 - Двукратная обработка поля по плоскости излучения z_0 и приема z_t

Линейка источников на плоскости $z = z_0$ излучает сигналы, приемная система на плоскости $z = z_t$ измеряет рассеянное поле для каждого источника. Между приемной и передающей системами располагаются неоднородности, физические характеристики которых необходимо найти. Просвечивая неоднородности под разными углами по разным срезам, можно получить фазовые проекции и по набору этих проекций восстановить характеристики неоднородной среды. Для данного случая, чтобы повысить разрешение при диагностике мелкомасштабных неоднородностей можно воспользоваться пространственной обработкой поля на основе метода ДВФП (2.8) [28-34]. Из выражения (2.8) видно, что обработка ДВФП подходит для задач, в которых реализуется схема томографических измерений, представленная на рис. 4.2. Такой вид томографии удобно осуществлять при диагностике плазмы в лабораторных условиях. Также гипотетически обработку

ДВФП возможно использовать для спутниковой томографии ионосферы, где передающая решетка синтезируется движущимся искусственным спутником Земли.

Диагностика ионосферы радиозатменными методами предполагает несколько иную схему измерений (рис. 4.3).

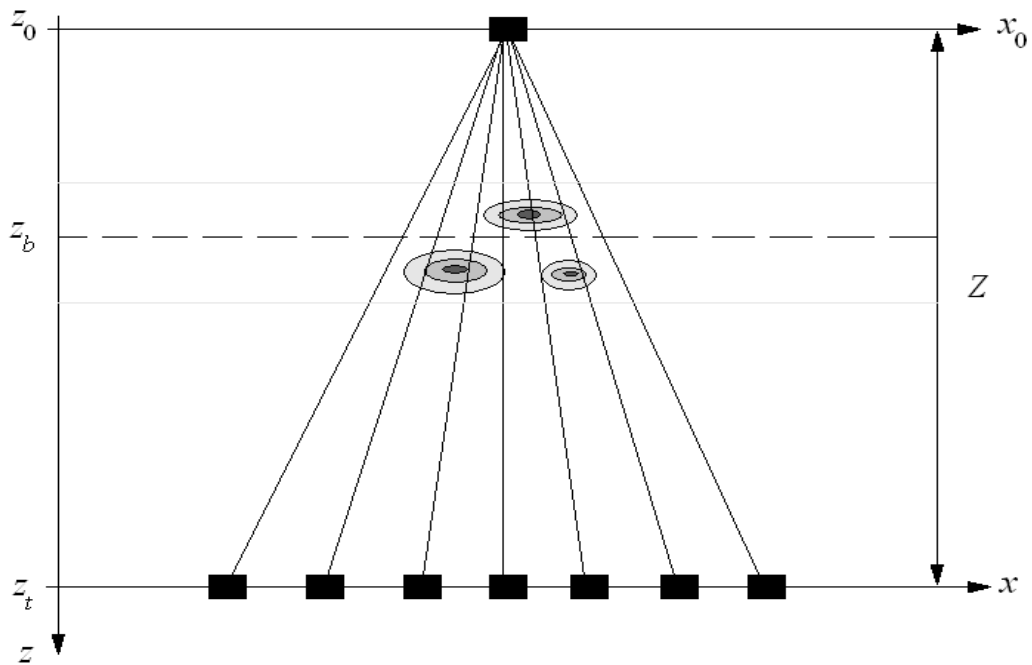


Рисунок 4.3 - Обработка поля по плоскости приема z_t

Из рис. 4.3 видно, что в отличие от томографической схемы, приведенной на рис. 4.2, теперь имеется один источник на плоскости z_0 и линейка приемников на плоскости z_t . Между источником и приемной системой находится исследуемая неоднородность. Для повышения разрешающей способности данной диагностической системы целесообразно воспользоваться пространственной обработкой поля, выполненной только по плоскости приема.

Допустим, что неоднородность находится в окрестности плоскости $z = z_m$. Перейдем в (1.67) к новым координатам ρ_b , ρ_s [35]:

$$\xi_0 = \mathbf{p}_b + \mathbf{p}_s(z_b - z_0), \quad \xi = \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_s(z_t - z_b), \quad (4.1)$$

где $z = z_b$ – некоторая виртуальная плоскость в окрестности плоскости $z = z_m$. В переменных (4.1) выражение (1.67) переписывается

$$U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = \frac{-A_0 k^2}{4\pi^3 Z} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \rho_b \exp \left[ik \left(Z + \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_b)^2}{2(z_t - z_b)} + \frac{(\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_0)^2}{2(z_b - z_0)} \right) \right] V_s(\mathbf{p}_b), \quad (4.2)$$

где

$$V_s(\mathbf{p}_b) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2 p_s \exp \left[-ik2(\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_{sc})^2 (z_t - z_b)(z_b - z_0) / Z + ik\varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_s) \right], \quad (4.3)$$

$$\varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_s) = 1/2 \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{p}_b + \mathbf{p}_s(z_b - z'), z'] dz', \quad (4.4)$$

$$\mathbf{p}_{sc} = [(\mathbf{p}_b - \mathbf{p}) / (z_t - z_b) - (\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_0) / (z_b - z_0)] / 2. \quad (4.5)$$

Выражение (4.2) – это запись приближения ДВФП, удобная при исследовании рассеяния на удаленной неоднородности [35]. Когда неоднородность находится вдали от источника и приемника

$$\sqrt{1/[k(z_t - z_b)] + 1/[k(z_b - z_0)]} \ll l/[l + |z_b - z'|] \approx l/[l + |z_b - z_m|], \quad (4.6)$$

а фокусировка у парциальных волн достаточно мала

$$\left| \frac{Z}{(z_t - z_b)(z_b - z_0)} \int_{z_0}^{z_t} (z_b - z')^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{p}_b + \mathbf{p}_{sc}(z_b - z'), z'] dz' \right| \ll 1, \quad (4.7)$$

из выражения (4.2) с помощью метода стационарной фазы можно получить [31]:

$$U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = \frac{iA_0 k}{8\pi^2 (z_t - z_b)(z_b - z_0)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 \rho_b}{\sqrt{\Delta_s}} \exp \left[ik \left(Z + \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_b)^2}{2(z_t - z_b)} + \frac{(\mathbf{p}_b - \mathbf{p}_0)^2}{2(z_b - z_0)} + \varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_{sc}) \right) \right], \quad (4.8)$$

где

$$\Delta_s = 1 - \frac{1}{8} \frac{Z}{(z_t - z_b)(z_b - z_0)} \int_{z_0}^{z_t} (z_b - z')^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{p}_b + \mathbf{p}_{sc}(z_b - z'), z'] dz'. \quad (4.9)$$

Формула (4.8) при уменьшении толщины слоя с неоднородностями переходит в приближение фазового экрана.

Поддействуем на выражение (4.2) оператором в виде преобразования Френеля, выполненного по координатам приемников

$$\widehat{U}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0) = \widehat{L}_b[U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)] = C_0 \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \rho U(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) \exp \left\{ -ik \frac{(\mathbf{p}^* - \mathbf{p})^2}{2(z_t - z_b)} - ikZ \right\}, \quad (4.10)$$

получим

$$\begin{aligned} \widehat{U}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0) = & \frac{iC_0 A_0 k (z_t - z_b)}{2\pi^2 (z_b - z_0)} \exp \left[ik(\mathbf{p}^* + \mathbf{p}_0)^2 / (2(z_b - z_0)) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \rho_b d^2 p_s \times \\ & \times \exp \left\{ ik \left[2\rho_b^2 / (z_b - z_0) + 2\mathbf{p}_s (\mathbf{p}_b - \mathbf{p}^*) - 2\mathbf{p}_b (\mathbf{p}_0 + \mathbf{p}^*) / (z_b - z_0) + \varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_s) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Выражение (4.11) позволяет получать сверхфренелевское разрешение для случая, когда масштаб неоднородности не превосходит радиуса Френеля [35]. В отличие от обработки ДВФП, обработка (4.10) выполняется только по плоскости приема.

При условии, что

$$a_{fr}(z_0, z_b) = \sqrt{(z' - z_0)(z_b - z') / (k(z_b - z_0))} \ll l_\varepsilon, \quad (4.12)$$

$$\left| \int_{z_0}^{z_t} \frac{(z_b - z')(z' - z_0)}{(z_b - z_0)} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{S}_0(z'), z'] dz' \right| < 1 \quad (4.13)$$

интеграл (4.11) после применения метода стационарной вазы примет вид

$$\begin{aligned} \widehat{U}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0) = & \frac{iC_0 A_0 (z_t - z_b)}{2k(z_b - z_0)} \exp \left\{ ik \frac{(\mathbf{p}^* - \mathbf{p}_0)^2}{2(z_b - z_0)} + \frac{ik}{2} \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{S}_0(z'), z'] dz' \right\} \times \\ & \times \left\{ 1 + \frac{1}{2} \int_{z_0}^{z_t} \frac{(z_b - z')(z' - z_0)}{(z_b - z_0)} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{S}_0(z'), z'] dz' \right\}^{-1/2}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

где

$$\mathbf{S}_0(z') = \mathbf{p}^* \frac{z' - z_0}{z_b - z_0} + \mathbf{p}_0 \frac{z_b - z'}{z_b - z_0}, \quad (4.15)$$

луч, выходящий из источника и проходящий через точку на экране с координатами (\mathbf{p}^*, z_b) .

Таким образом, пространственная обработка (4.10) позволяет находить линейный интеграл (1.18) в условиях дифракции и многолучевости. Однако Френелевское преобразование (4.10) содержит неизвестную координату $z = z_b$ - виртуального экрана.

4.3. Результаты численного моделирования в условиях слабых вариаций фазы

При условии, что вариации фазы малы т.е.

$$k|\varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_s)| < 1, \quad (4.16)$$

в подынтегральном выражении (4.11) можно воспользоваться следующим разложением

$$\exp[ik\varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_s)] \approx 1 + ik\varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_s) \quad (4.17)$$

и получить

$$\begin{aligned} \widehat{U}(\mathbf{p}^*, \mathbf{p}_0) &\approx \frac{iC_0 A_0(z_t - z_b)}{2k(z_b - z_0)} \exp\left\{ik \frac{(\mathbf{p}^* - \mathbf{p}_0)^2}{2(z_b - z_0)}\right\} \{1 + \Psi\} \approx \\ &\frac{iC_0 A_0(z_t - z_b)}{2k(z_b - z_0)} \exp\left\{ik \frac{(\mathbf{p}^* - \mathbf{p}_0)^2}{2(z_b - z_0)} + \Psi\right\}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

где

$$\Psi = \frac{ik}{2} \int_{z_0}^{z_t} dz' \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{k} \varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}, z') \exp\left\{i\mathbf{k}\mathbf{S}_0(z') - \frac{i\mathbf{k}^2(z_b - z')(z' - z_0)}{2k(z_b - z_0)}\right\}. \quad (4.19)$$

Здесь

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2\rho \tilde{\varepsilon}(\mathbf{\rho}, z) \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{\rho}] \quad (4.20)$$

- двумерный пространственный спектр неоднородности.

В выражении (4.19) мнимая часть комплексной фазы описывает вариации фазы, а вещественная часть – вариации уровня [35].

Для гауссовой неоднородности (2.28)

$$\tilde{\varepsilon}_\kappa(\mathbf{k}, z) = \frac{\varepsilon_m l^2}{(2\pi)^2} \exp\left\{-\frac{(z - z_m)^2}{(2l^2)} - \kappa^2 l^2 / 2 - i\kappa \rho_m\right\} \quad (4.21)$$

выражение (4.19) примет вид [35]

$$\Psi = \frac{ik\varepsilon_m}{4\pi} \int_{z_0}^{z_t} \frac{dz'}{1 + i\zeta(z')/l^2} \exp\left\{-\frac{(z' - z_m)^2}{2l^2} - \frac{[\rho_m - \mathbf{S}_0(z')]^2}{2l^2 [1 + i\zeta(z')/l^2]}\right\}, \quad (4.22)$$

где

$$\zeta(z') = \frac{(z_b - z')(z' - z_0)}{k(z_b - z_0)}. \quad (4.23)$$

При расположении виртуального экрана z_b между источником и приемником, (4.23) будет совпадать с выражением для квадрата радиуса Френеля в плоскости расположения неоднородности $z = z'$ при расположении источника и наблюдателя в плоскостях $z = z_0$ и $z = z_b$ (рис. 4.3). В этом случае верхний предел интегрирования в (4.22) можно заменить на z_b . В результате получим комплексную фазу метода плавных возмущений, вычисленную в плоскости $z = z_b$.

Далее проведем численное моделирование для случая, когда падающая волна имеет вид плоской. Масштаб неоднородной среды, через которую проходит сигнал, превышает размеры радиуса Френеля. Центр неоднородности расположен в области с координатами $\rho_m = z_m = 0$. Учитывая данные условия из (4.23) получим [35]

$$\Psi(\rho^*) = i\Psi_{gm} \hat{\Psi}(\rho^*), \quad (4.24)$$

где

$$\hat{\Psi}(\rho^*) = \frac{1}{1 + iz_b/(kl^2)} \exp\left\{-\frac{[\rho^*/l]^2}{2[1 + iz_b/(kl^2)]}\right\}, \quad (4.25)$$

$\Psi_{gm} = k\varepsilon_m l / (2\sqrt{2\pi})$ - ГО значение для фазы при $\rho^* = 0$.

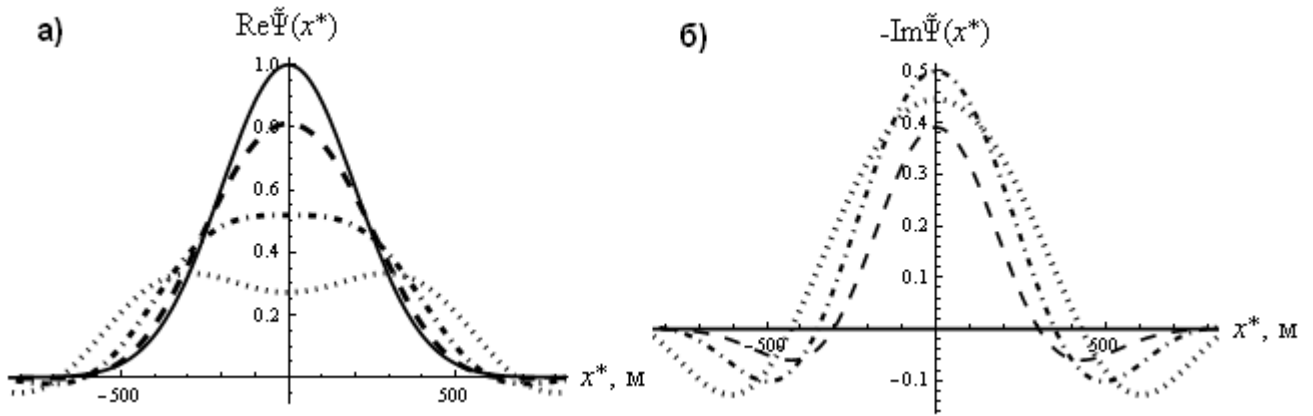


Рисунок 4.4 - Зависимости приращения фазы $\text{Re} \hat{\Psi}(x^*)$ (а) и уровня $-\text{Im} \hat{\Psi}(x^*)$ (б) после пространственной обработки (4.10) при расположении неоднородности в начале координат ($z_m = x_m = y_m = 0$) при $kl^2 = 1040 \text{ км}$, для $z_b = 0$, когда нет дифракционного уширения (сплошная линия), $z_b = 500 \text{ км}$ (штриховая линия), $z_b = 1000 \text{ км}$ (штрихпунктирная линия), $z_b = 1700 \text{ км}$ (пунктирная линия)

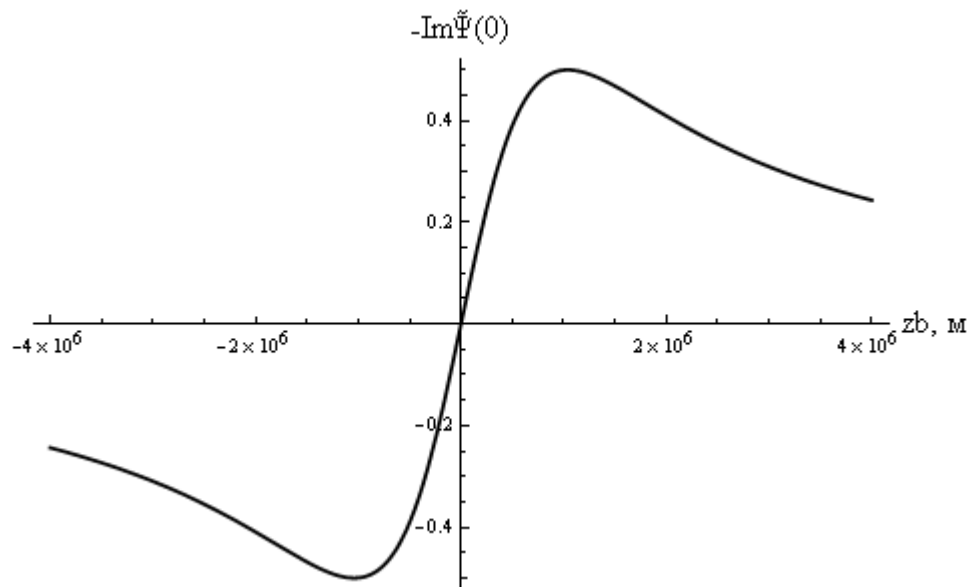


Рисунок 4.5 - Зависимость приращения уровня $-\text{Im} \hat{\Psi}(0)$ после пространственной обработки (4.10) от расстояния z_b между центром неоднородности и виртуальным экраном

На рис. 4.4 приведены результаты расчета зависимостей приращения фазы $\text{Re} \hat{\Psi}(x^*)$ (а) и уровня $-\text{Im} \hat{\Psi}(x^*)$ (б) при $l = 200\text{м}$ для различных расстояний z_b между неоднородностью и виртуальным экраном. Как видно из (4.25), фаза и уровень, являются четной и нечетной функциями z_b , соответственно.

По ширине кривых, изображенных на рис. 4.4а можно судить о разрешающей способности. Очевидно, что чем кривая уже, тем разрешение лучше. Из результатов моделирования (сплошная линия, рис. 4.4а) видно, что при совмещении плоскости виртуального экрана z_b с плоскостью, проходящей через максимум неоднородности, $z_m = 0$, дифракционные эффекты отсутствуют, разрешающая способность максимальна и $\text{Re} \hat{\Psi}(x^*)$ пропорциональна проекции неоднородности (2.28) на плоскость наблюдения. В данном случае вариации амплитуды минимальны рис. 4.4б (сплошная линия). При смещении виртуального экрана до значений $z_b = 500\text{км}$ (штриховая линия) и $z_b = 1000\text{км}$ (штрих-пунктирная линия) наблюдаются уширение кривой, представляющей зависимость фазы от поперечной координаты x^* . Наряду с ухудшением разрешения заметен рост амплитудных вариаций. Однако при $z_b = 1700\text{км}$, т.е. при $z_b > kl^2$ появляются френелевские осцилляции, что приводит к уменьшению уровня $|\text{Im} \hat{\Psi}(0)|$ при $|z_b| > kl^2$ (рис. 4.5).

Таким образом, результаты моделирования позволяют сделать вывод, что для оптимального расположения виртуального экрана необходимо руководствоваться критерием минимума амплитуды после обработки (4.11).

4.4. Результаты численного моделирования в условиях сильных вариаций фазы

В пункте 4.3 обсуждался случай, когда сигнал, прошедший через крупномасштабную неоднородность, не претерпевал сильных вариаций фазы. Ниже

рассмотрим задачу диагностики мелкомасштабных неоднородностей при сильных вариациях фазы т.е.

$$k|\varphi_b(\mathbf{p}_b, \mathbf{p}_s)| > 1. \quad (4.26)$$

Если масштаб неоднородности не превосходит радиус Френеля, то наряду с рефракцией начинают проявляться дифракционные эффекты. В этом случае использовать ГО приближение для решения обратной задачи невозможно.

Пусть томографические измерения ведутся по схеме, изображенной на рис. 4.3. Источник в точке $\{x_0, z_0\}$ испускает волну, линейка приемников, расположенная на плоскости $z = z_t$, фиксирует данные о рассеянном поле. Воспользуемся Френелевским преобразованием (4.10). В качестве модели зондирующего сигнала используем выражение для поля в приближении ДВФП, которое учитывает дифракционные эффекты и многолучевость. Модель неоднородности имеет вид гауссовой функции (2.28).

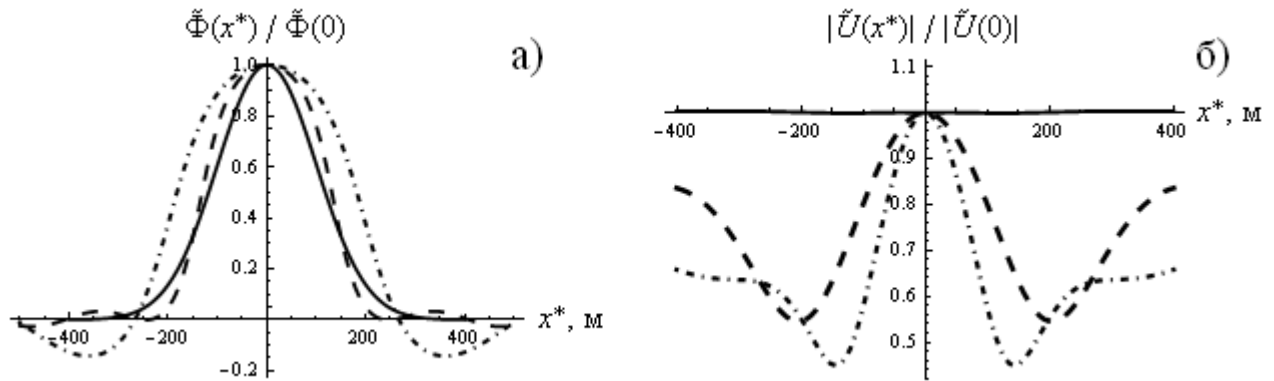


Рисунок 4.6 - Зависимости приращения нормированной фазы $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0)$ (а) и амплитуды $|\tilde{U}(x^*)|/|\tilde{U}(0)|$ (б) после пространственной обработки (4.10) при расположении неоднородности в начале координат ($z_m = x_m = y_m = 0$), для $z_b = 0$ м, когда нет дифракционного уширения (сплошная линия), $z_b = 250$ км (штриховая линия), $z_b = 450$ км (штрих-пунктирная линия)

На рис. 4.6 показаны нормированная фаза и амплитуда волны для различных значений z_b при $x^* = x_0^*$, в сечении $y^* = y_0^* = 0$, для следующих параметров: $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = -0,0005$, $l = 100\text{м}$, $z_t = -500\text{км}$, $z_0 = 19500\text{км}$, $\lambda = 17\text{см}$, $z_m = 0\text{м}$. В этом случае радиус Френеля $a_F \approx 300\text{м}$ превышает размеры неоднородности. Штрих-пунктирной линией изображен случай, когда $z_b = 450\text{км}$, штриховая линия соответствует случаю при котором $z_b = 250\text{км}$, сплошная линия при $z_b = 0$. Из рис. 4.6а видно, что при перемещении виртуального экрана z_b амплитудные вариации обработанного поля изменяются в следующей зависимости: чем ближе виртуальный экран z_b к месту локализации неоднородности z_m , тем меньше вариации амплитуды волны и ширина фазовой проекции.

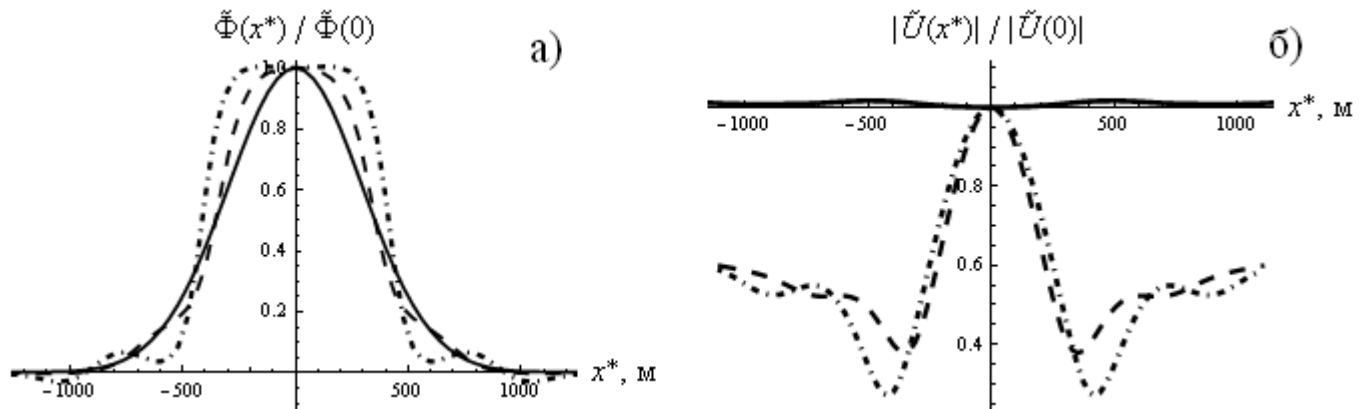


Рисунок 4.7 - Зависимости приращения нормированной фазы $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0)$ (а) и амплитуды $|\tilde{U}(x^*)|/|\tilde{U}(0)|$ (б) после пространственной обработки (4.10) при расположении неоднородности в начале координат ($z_m = x_m = y_m = 0$), для $z_b = 0\text{м}$, когда нет дифракционного уширения (сплошная линия), $z_b = 170\text{км}$ (штриховая линия), $z_b = 250\text{км}$ (штрих-пунктирная линия)

На рис. 4.7 показаны нормированная фаза и амплитуда волны для различных значений z_b при $x^* = x_0^*$, в сечении $y^* = y_0^* = 0$, для следующих параметров: $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = -0,002$, $l = 300\text{м}$, $z_t = -300\text{км}$, $z_0 = 700\text{км}$, $\lambda = 2\text{м}$, $z_m = 0\text{м}$. В этом случае радиус Френеля $a_F \approx 675\text{м}$ превышает размеры неоднородности. Штрих-пунктирной линией изображен случай, когда $z_b = 250\text{км}$, штриховая линия соответствует случаю при котором $z_b = 170\text{км}$, сплошная линия при $z_b = 0$.

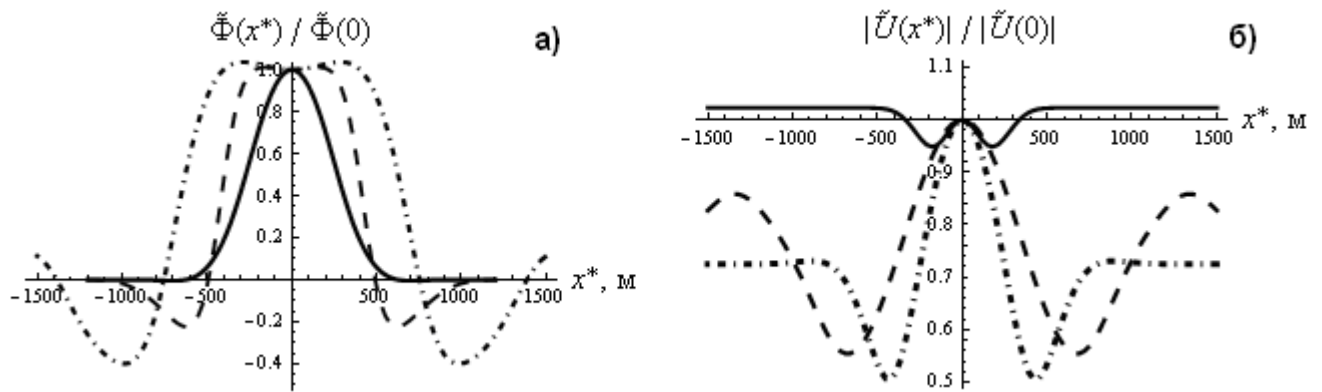


Рисунок 4.8 - Зависимости приращения нормированной фазы $\tilde{\Phi}(x^*)/\tilde{\Phi}(0)$ (а) и амплитуды $|\tilde{U}(x^*)|/|\tilde{U}(0)|$ (б) после пространственной обработки (4.10) при расположении неоднородности в начале координат ($z_m = x_m = y_m = 0$), для $z_b = 0\text{м}$, когда нет дифракционного уширения (сплошная линия), $z_b = 200\text{км}$ (штриховая линия), $z_b = 500\text{км}$ (штрих-пунктирная линия)

На рис. 4.8 показаны нормированная фаза и амплитуда волны для различных значений z_b при $x^* = x_0^*$, в сечении $y^* = y_0^* = 0$, для следующих параметров: $x_m = z_m = 0$, $\varepsilon_m = -0,002$, $l = 150\text{м}$, $z_t = -1000\text{км}$, $z_0 = 1000\text{км}$, $\lambda = 2\text{м}$, $z_m = 0\text{м}$. В этом случае радиус Френеля $a_F \approx 1\text{км}$ превышает размеры неоднородности. Штрих-

пунктирной линией изображен случай, когда $z_b = 500\text{км}$, штриховая линия соответствует случаю при котором $z_b = 200\text{км}$, сплошная линия при $z_b = 0\text{м}$.

Как видно из рис. 4.6-4.8 в результате обработки (4.10) при расположении виртуального экрана внутри неоднородности, волна имеет минимальные амплитудные вариации, а вся информация о неоднородности заключена в фазе волны и мы получаем высокое разрешение в условиях дифракции, многолучевости и сильных вариаций фазы. Близкие результаты также получены в работах [11, 27, 37]. Однако отличие наших результатов заключается в том, что приближение ДВФП для удаленной неоднородности позволяет исследовать процедуру френелевской инверсии (4.10) для случая, когда экран помещен в неоднородную область, а не за ней.

4.5. Выводы

Для диагностики околосемной плазмы целесообразно использовать пространственную обработку поля, основанную на приближении ДВФП для удаленной неоднородности. Данный алгоритм позволяет выполнять обработку поля только по плоскости приема.

Результаты численного моделирования показали, что для получения наилучшего разрешения при диагностике неоднородной плазмы виртуальный экран необходимо располагать в области локализации неоднородности. При таком расположении виртуального экрана амплитудные вариации малы и вся информация о неоднородности содержится в фазе.

Анализ френелевской инверсии с помощью приближения ДВФП для удаленной неоднородности показал, что такая пространственная обработка поля позволяет устранять дифракционные эффекты при диагностике мелкомасштабной плазмы и получать фазовые проекции в условиях сильных и слабых вариаций фазы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты, полученные в ходе подготовки диссертационной работы:

1. Проведенный анализ асимптотических методов решения уравнения Гельмгольца при распространении волн в неоднородной среде, показал, что метод двойного взвешенного Фурье преобразования имеет более широкую область применения, чем мало-угловые приближения ГО, Борна, Рытова, фазовые приближения методов Маслова и интерференционного интеграла, а также фазового экрана. Было установлено, что при определенных условиях метод ДВФП переходит в результаты мало-угловых приближений ГО, Борна и фазового экрана.

2. Для диагностики неоднородной плазмы с размерами, не превышающими радиуса Френеля, можно использовать пространственную обработку поля, получаемую с помощью обратного ДВФП. В отличие от однократного преобразования Френеля, такая обработка не требует информации о местонахождении исследуемой неоднородности, с ее помощью можно осуществлять дифракционную томографию без условия о слабых вариациях фазы. Тем самым можно добиться сверхфренелевского разрешения для неоднородностей, вызывающих сильные вариации фазы, когда появляются многолучевость и сильные вариации амплитуды. Возможности такой диагностики, определяются количеством элементов приемно-передающей системы и размерами областей обработки в передающей и приемной плоскостях.

3. При помощи результатов численного моделирования удалось показать, что влияние многолучевых эффектов, вызванных фокусировкой волны на локальной неоднородности, а также рефракцией волны на нескольких локальных неоднородностях, на результаты измерений рассеянного поля, устраняются дополнительной пространственной обработкой поля ДВФП. Также полученные результаты свидетельствуют о том, что применение обработки поля ДВФП даже при

сильных вариациях фазы позволяет превысить френелевский порог разрешения в условиях многолучевости, что может значительно упростить определение физических характеристик неоднородных сред в данных условиях.

4. Для получения сверх-френелевского разрешения при диагностике околосредней плазмы в условиях слабых и сильных вариациях фазы можно использовать пространственную обработку поля, основанную на френелевской инверсии. Результаты численного моделирования с использованием приближения ДВФП для удаленной неоднородности показали, что для получения наилучшего разрешения при помощи данного метода виртуальный экран необходимо располагать в области локализации неоднородности. При таком расположении виртуального экрана амплитудные вариации малы и вся информация о неоднородности содержится в фазе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дымович Н. Д. Ионосфера и ее исследование / Н. Д. Дымович. - М.: Энергия, 1964. – 41 с.
2. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн и ионосфера / Я. Л. Альперт. - М.: Наука, 1972. – 564 с.
3. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере / К. Дэвис. - М.: Мир, 1973. – 504 с.
4. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме / В. Л. Гинзбург. - М.: Наука, 1967. – 684 с.
5. Стрелков В. С. Физические основы методов диагностики плазмы в токамаке / В. С. Стрелков. - М.: МИФИ, 2004. – 89 с.
6. Hofmann-Wellenhof В. Global Positioning System. Theory and Practice / В. Hofmann-Wellenhof, Н. Lichtenegger, J. Collins. - New York: Springer, 1994. – 356 p.
7. Кравцов Ю. А. Геометрическая оптика неоднородных сред / Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов. - М.: Наука, 1980. – 304 с.
8. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах / Л. М. Бреховских. - М.: Наука, 1973. - 344 с.
9. Budden К. Radio waves in the ionosphere / К. Budden. - Cambridge: Cambridge University Press, 1985. – 542 p.
10. Захаров В. И. Влияние многолучевого распространения на точность восстановления профилей параметров сред в радиозатменных экспериментах / В. И. Захаров, В. Е. Куницын // Вестник московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. – 1999. - №4. – С. 42 - 46.
11. Куницын В. Е. Томография ионосферы / В. Е. Куницын, Е. Д. Терещенко. – М.: Наука, 1991. – 176 с.
12. Барабаненков Ю. Н. Состояние теории распространения волн в случайно-неоднородной среде / Ю. Н. Барабаненков, Ю. А. Кравцов, С. М. Рытов, В. И. Татарский // Успехи физических наук. - 1970. – Т. 102. – Вып. 1. – С. 1-42.

13. Кравцов Ю. А. Границы применимости метода геометрической оптики и смежные вопросы / Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов // Успехи физических наук. – 1980. – Т. 132. – Вып. 3. – С. 475 – 496.
14. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере / В. И. Татарский. - М.: Наука, 1967. – 548 с.
15. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Том 2. Многократное рассеяние, турбулентность, шероховатые поверхности и дистанционное зондирование / А. Исимару. - М.: Мир, 1981. -319 с.
16. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля / С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. - М.: Наука, 1978. – 464 с.
17. Пикалов В. В. Томография плазмы / В. В. Пикалов, Т. С. Мельникова. – Новосибирск: Наука, 1995. – 229 с.
18. Куницын В. Е. Радиотомография ионосферы с применением высокоорбитальных навигационных систем / В. Е. Куницын, А. Е. Андреева, М. А. Кожарин, И. А. Нестеров // Вестник московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. – 2005. - № 1. – С. 74-77.
19. Алпатов В. В. Опыт создания РОСГИДРОМЕТОМ сети радиотомографии для исследования и мониторинга ионосферы / В. В. Алпатов, В. Е. Куницын, В. Б. Лапшин, А. А. Романов, С. В. Тасенко // Гелиогеофизические исследования. – 2012. – Вып. 2. – С. 60-71.
20. Павельев А. Г. Спутниковый глобальный мониторинг атмосферы и ионосферы / А. Г. Павельев, С. С. Матюгов, О. И. Яковлев // Радиотехника и электроника.- 2008. - Т. 53. - №9. - С. 1081-1093.
21. Liou Y. A. Radio occultation method for remote sensing of the atmosphere and ionosphere / Y. A. Liou. - Croatia: InTech, 2010. – 170 p.
22. Melbourne W. G. Radio occultations using earth satellites: a wave theory treatment / W. G. Melbourne. - Wiley-Interscience, 2004. – 647p.

23. Gorbunov M. E. Analysis of wave fields by Fourier integral operators and their application for radio occultations / M. E. Gorbunov, K. B. Lauritsen // *Radio Science*. – 2004. – V. 39. – RS 4010. – P.1-15.
24. Афраймович Э. Л. Диагностика крупномасштабных структур высокоширотной ионосферы на основе томографической обработки сигналов навигационных ИСЗ и данных ионосферных станций / Э. Л. Афраймович, О. Л. Пирог, А. И. Терехов // *Препр. Сиб. ИЗМИР*. – 1989. - № 19-89. – С. 1-18.
25. Phinney R. A. On the radio occultation method for studying planetary atmospheres / R. A. Phinney // *Journal of geophysical research, space physics*. – 1968. – Vol. 73. - № 5. – P. 1819 – 1827.
26. Harris J. Diffraction tomography with arrays of discrete sources and receivers / J. Harris // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – 1987. – Vol. GE-25, № 4. – P. 448-455.
27. Воробьев В. В. Статистические свойства одномерного обращения волнового поля, дифрагированного на двумерном фазовом экране / В. В. Воробьев // *Изв. вузов. Радиофизика*. - 2000 - Т. 43. - № 3. - С. 234-241.
28. Kravtsov Y.A. Representation of wave field in a randomly inhomogeneous medium in the form of the double – weighted Fourier transform / Y. A. Kravtsov, M. V. Tinin // *Radio Science*. - 2000. - Vol. 35. - № 6. – P. 1315-1322.
29. Kravtsov Y. A. Ray based diffraction tomography of the ionosphere and laboratory inhomogeneous plasma / Y. A. Kravtsov, M. V. Tinin // *Cosmic Research*. - 2003. - Vol. 41. - № 4. - P. 357-358.
30. Tinin M. V. Super – Fresnel resolution of plasma inhomogeneities by electromagnetic sounding / M. V. Tinin, Y. A. Kravtsov // *Plasma Phys. Control. Fusion*. - 2008. - Vol. 50. - P. 1-12.
31. Kravtsov Y. A. Method for super Fresnel resolution in electromagnetic diagnostics of inhomogeneous plasma / Y. A. Kravtsov, M. V. Tinin, A. V. Kulizhsky // *Fusion Engineering and Design*. - 2009. - Vol. 84. - P. 1113-1115.

32. Кравцов Ю. А. Дифракционная томография неоднородной среды при сильных вариациях фазы / Ю. А. Кравцов, М. В. Тинин, С. И. Книжин // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56. - № 7. - С. 816–822.
33. Кулижский А. В. О методе интегрального представления поля в форме двойного взвешенного преобразования Фурье в задачах распространения волн в неоднородных средах / А. В. Кулижский, М. В. Тинин // Известия вузов. Радиофизика. – 2012. – Т. LV. - №8. – С. 533 – 543.
34. Тинин М. В. Устранение влияния многолучевого распространения сигнала в плавно неоднородной среде / М. В. Тинин. С. И. Книжин // Известия вузов. Радиофизика. - 2013. – Т.56. - №7. – С. 458-467.
35. Тинин М. В. Интегральное представление для поля волны, распространяющейся в крупномасштабной неоднородной среде / М. В. Тинин // Известия вузов. Радиофизика. - 2012. – Т. 55. - № 6. - С. 431-439.
36. Тинин М. В. Применение квазиоптимальной обработки поля для диагностики околосредней плазмы / М. В. Тинин, С. И. Книжин // Известия Иркутского государственного университета. Серия «Науки о Земле». – 2013. - Т. 6. - № 2. - С. 175-186.
37. Mortensen M. D. Inversion of GPS occultation measurements using Fresnel diffraction theory / M. D. Mortensen, P. Hoeg // Geophysical Research Letters. - 1998. - Vol. 25. - № 13. - P. 2441-2444.
38. Гершман Е. Б. Волновые явления в ионосфере и космической плазме / Е. Б. Гершман, Л. М. Ерухимов, Ю. Я. Яшин. - М.: Наука, 1984. – 393 с.
39. Ovsyannikov A. A. Plasma Diagnostics / A. A. Ovsyannikov, M. Zhukov. - Cambridge: Cambridge Int. Publishing, 2000. – 575 p.
40. Бреховских Л. М. Акустика океанской среды / Л. М. Бреховских. - М.: Наука, 1989. – 226 с.
41. Бреховских Л. М. Акустика слоистых сред / Л. М. Бреховских, О. А. Годин. - М.: Наука, 1989. – 413 с.

42. Хединг Д. Введение в метод фазовых интегралов (метод ВКБ) / Д. Хединг. - М.: Мир, 1965. – 238 с.
43. Тинин М. В. Распространение радиоволн в неоднородных средах. Часть 1. Методы возмущений в волновых и лучевых задачах / М. В. Тинин. - Иркутск: Издательство ИГУ, 2012. – 164 с.
44. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
45. Писарева В. В. О границах применимости метода «плавных» возмущений в задаче о распространении излучения через среду с неоднородностями / В. В. Писарева // Акустический журнал. – 1960. – Т. 6. – Вып.1. – С. 87- 91.
46. Kravtsov Y. A. Super Fresnel resolution of phase screen fine structure: tomography-like approach / Y. A. Kravtsov, M. V. Tinin, K. Makles // Proc. of SPIE. - 2008. - Vol. 7141, P. 1-4.
47. Кравцов Ю. А. О двух новых асимптотических методах в теории распространения волн в неоднородных средах / Ю. А. Кравцов // Акустический журнал. – 1968. – Т. XIV. - №1. – С. 1-24.
48. Kravtsov Yu. A. Caustics, catastrophes and wave fields / Yu. A. Kravtsov, Yu. I. Orlov. - New York: Springer Verlag, 1999. – 217 p.
49. Терещенко С. А. Методы вычислительной томографии / С. А. Терещенко. - М.: Физматлит. – 2004. – 320 с.
50. Slaney M. Limitations of imaging with first-order diffraction tomography / M. Slaney, A. Kak, L. Larsen // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. – 1984. – Vol. MTT-32. - №8. – P. 860-874.
51. Луис А. К. Математические проблемы реконструктивной томографии / А.К. Луис, Ф. Наттерер // ТИИЭР. - 1983. - Т. 73. - №3. - С. 11 - 125.
52. Пикалов В. В. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы / В. В. Пикалов, Н. Г. Преображенский. - Новосибирск: Наука, 1987. – 232 с.
53. Howe B. M. Tomography of the ionosphere: Four-dimensional simulations/ B. M. Howe, K. Runciman, J. A. Secan // Radio Science. – 1998. – Vol. 33. - №1. – P. 109-128.

54. Лихачев А. В. Трехмерная эмиссионная томография оптически плотной плазмы при известном поглощении / А. В. Лихачев, В. В. Пикалов // Оптика и спектроскопия. – 2000. – Т. 88. - №5. – С. 740 – 749.
55. Пикалов В. В. Вычислительная томография и физический эксперимент / В. В. Пикалов, Н. Г. Преображенский // Успехи физических наук. - 1983.– Т. 141. - Вып. 3. – С. 469 – 498.
56. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям / Г. Хермен. - М.: Мир, 1983. - 350 с.
57. Левин Г. Г. Оптическая томография / Г. Г. Левин, Г. Н. Вишняков. – М: Радио и связь, 1989. – 224 с.
58. Марусина М. Я. Современные виды томографии / М. Я. Марусина, А. О. Казначеева. - СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. - 152 с.
59. Cormack A. M. Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications / A. M. Cormack // Journal of Applied Physics — 1963. — Vol. 34. - № 9. — P. 2722—2727.
60. Губарени Н. М. Вычислительные методы и алгоритмы малоракурсной компьютерной томографии / Н. М. Губарени. – Киев: Наукова думка, 1997. – 327 с.
61. Кравцов Ю. А. Сильные вариации амплитуды световой волны и вероятность образования каустик / Ю. А. Кравцов // ЖЭТФ. - 1968. - Т. 55. - № 9. - С. 798-801.
62. Кравцов Ю. А. О решении лучевых уравнений методом возмущений / Ю. А. Кравцов, З. И. Фейзулин // Радиотехника и электроника. - 1971. - Т. 16. - № 10. - С. 1777-1787.
63. Баранов В. А. Метод возмущений для лучей в неоднородной среде / В. А. Баранов, Ю. А. Кравцов // Известия вузов. Радиофизика. - 1975. - Т. 18. - № 1. - С. 52-62.
64. Долуханов М. П. Флуктуационные процессы при распространении радиоволн / М. П. Долуханов. - М.: Связь. – 1971. – 183 с.

65. Ахунов Х. Г. Условия когерентного сложения волн при обратном рассеянии звука в каналах при многолучевом распространении / Х. Г. Ахунов, Ю. А. Кравцов // *Акустический журнал*. – 1984. – Т. XXX. – Вып. 2 – С. 145-148.
66. Erickson J. Multipath –adaptive GPS / INS receiver / J. Erickson, P. Maybeck, J. Raquet // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. - 2005. - Vol. 41. - №2. - P. 645-657.
67. Михайлов С. Влияние многолучевости на распространение радиоволн от навигационного космического аппарата на точность определения координат GPS – приемником / С. Михайлов // *Беспроводные технологии*. - 2006. - №2. - С. 60-71.
68. Акуличев В. А. Экспериментальные исследования сезонной изменчивости температурных полей на шельфе Японского моря акустическими методами / В. А. Акуличев, Ю. Н. Моргунов, Д. С. Стробыкин // *Акустический журнал*. - 2010. - Т. 56. - № 2. - С. 218-220.
69. Munk W. Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring / W. Munk, K. Wunsh // *Deep-See Research*. - 1979. - Vol. 26. - P. 123-161.
70. М. Е. Gorbunov. Radioholographic methods for processing radio occultation data in multipath regions. – Copenhagen: DMI, 2001. – 38 p.
71. Tinin M. V. Suppressing amplitude fluctuations of the wave propagating in a randomly inhomogeneous medium / M. V. Tinin, B. C. Kim // *Waves in Random and Complex Media*. - 2011. - Vol. 21. - No. 4. - P. 645-656.
72. Данилкин Н. П. Системное зондирование основа построения службы контроля состояния ионосферы / Н. П. Данилкин // *Ионосферно-магнитная служба*. - Л.: Гидрометеиздат. - 1987. - С. 46 - 78.
73. Ким Б. Ч. Влияние ионосферных неоднородностей на точность двухчастотных систем GPS / Б. Ч. Ким, М. В. Тинин // *Геомagnetизм и аэрономия*. – 2007. – Т. 47. – №2. – С. 254 -259.