

Утверждаю  
Ректор ФГБОУ ВПО

«Пензенский  
государственный  
университет»



А. Д. Гуляков

Ноябрь 2014 г.

Отзыв ведущей организации  
на диссертационную работу Д. Н. Сидорова «Интегральные  
динамические модели: приближенные методы и приложения»,  
представленной на соискание ученой степени доктора физико-  
математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ»

Актуальность темы.

Диссертация в основном посвящена разработке аналитических и численных методов решения интегральных уравнений Вольтерра с параметрами, лежащих в основе математических моделей широкого класса задач энергетики, физики, техники, экономики и экологии. Интегральные уравнения Вольтерра с параметрами являются новой главой в теории интегральных уравнений, которая в последнее время интенсивно развивается. В отличие от классических интегральных уравнений Вольтерра, при исследовании интегральных уравнений Вольтерра с параметрами возникает большое число неожиданных эффектов: потеря единственности решений, нарушение ограниченности и обратимости операторов, приводящие к разрушению решения или его ветвлению в окрестности особых точек.

Для исследования этих явлений необходимы новые аналитические и численные методы, разработка которых является весьма актуальной.

Несомненна актуальность и второго направления теоретических исследований, проводимых в диссертации - разработка алгоритмов в моделировании нелинейных динамических систем с памятью. В диссертации эти алгоритмы связаны с интегральными преобразованиями, с общей теорией моделей на основе рядов Вольтерра с обратной связью и с интегральными операторами Гаммерштейна.

Полученные теоретические результаты автор применяет к исследованию ряда важных прикладных задач - построению и исследованию математических моделей электроэнергетических систем, систем машинного зрения и методов реставрации видеоархивов.

Перечисленное выше подтверждает актуальность исследований, проведенных в диссертации.

#### Содержание диссертации.

Диссертация состоит из пяти глав. Главы 1–3 носят теоретический характер. В главах 4–5 построены и исследованы математические модели прогнозирования параметров электроэнергетических систем и разработана методика моделирования и обработки многомерных сигналов и изображений.

Первая глава состоит из пяти параграфов. В ней исследуется новый класс интегральных уравнений Вольтерра первого рода (и систем таких уравнений) с пределами, зависящими от параметров. Эти уравнения моделируют динамику ряда технических процессов с учетом старения и являются существенным обобщением известных моделей развивающихся систем, предложенных Л. В. Канторовичем и В. Н. Глушковым.

Основное содержание первой главы сконцентрировано на разработке теории линейных уравнений Вольтерра

$$\int_0^t K(t,s)x(s)ds = f(t), \quad 0 \leq s \leq t \leq T, \quad f(0) = 0,$$

с кусочно-непрерывным ядром

$$K(t,s) = \begin{cases} K_1(t,s), & t,s \in m_1; \\ \dots \\ K_n(t,s), & t,s \in m_n, \end{cases}$$

где  $m_i = \{t, s \mid a_{i-1}(t) < s < a_i(t)\}$ ,  $a_0(t) = 0$ ,  $a_n(t) = t$ ,  $i = \overline{1, n}$ , и систем таких уравнений.

Выделены регулярный и сингулярный (нерегулярный) случаи и построены численные методы в обоих случаях.

Во второй главе дан анализ нелинейных интегральных моделей с операторами Гаммерштейна и Вольтерра. Исследована нелинейная модель Гаммерштейна

$$u(t) = \int_a^b K(t,s)g(s, u(s), \lambda)ds$$

в критическом случае, когда характеристическое число ядра  $K(t,s)$  равно единице. Построены решения в окрестности точки ветвления.

Большое внимание во второй главе уделяется построению главных по Канторовичу решений нелинейных уравнений вида

$$x(t) = \int_0^t K(t,s,x(s))ds.$$

и методам определения точек разрушения решений.

Для широкого класса нелинейных уравнений Вольтерра вида

$$\sum_{n=1}^N \left( \int_0^t K_n(t-s)x(s)ds \right)^n = f(t)$$

исследована разрешимость в пространстве распределений.

Третья глава посвящена теории интегро-операторных и дифференциально-операторных моделей. В ней результаты первой и второй глав обобщены на операторные уравнения в банаховых пространствах.

В четвертой главе рассмотрена методология применения нелинейных динамических систем к идентификации и обработке сигналов и изображений. Подробно изложено теоретическое обоснование применимости рядов Вольтерра к идентификации динамических систем по «входу–выходу». Дан подробный обзор работ, посвященных этой проблематике. Описаны выполненные автором конкретные приложения к моделированию нелинейной динамики процесса теплообмена.

Пятая глава также носит прикладной характер. В ней изложены результаты, полученные диссертантом при решении следующих технических и экономических проблем:

- построение интегральных моделей в анализе и прогнозировании временных рядов. Полученные в этом направлении результаты были использованы при анализе рынков электроэнергии, при прогнозе генерации энергии, вырабатываемой ветряными фермами Ирландии;
- разработка алгоритмов реставрации видеопоследовательностей;
- разработка алгоритмов классификации дефектов.

Из этого краткого обзора следует, что диссертация посвящена актуальным проблемам математического моделирования и их приложениям.

#### Теоретические результаты диссертации.

В диссертации получен ряд принципиально новых результатов:

- в разделе 1.1 первой главы построена теория разрешимости для широких классов уравнений Вольтерра первого рода с ядрами, разрывными на кривых, образующих пучок с вершиной в нуле. Выявлены особые свойства решений таких классов уравнений. Построена асимптотика решений в виде логарифмо-степенной функции с коэффициентами, зависящими от свободных параметров. На основе этой асимптотики разработаны приближенные методы решения;
- построена теория разрешимости для систем уравнений Вольтерра первого рода с матричными кусочно-заданными ядрами (раздел 1.3 первой главы). Для таких систем получены достаточные критерии существования параметрических семейств решений, получены достаточные критерии существования единственного решения, и при их выполнении разработан приближенный численный метод;
- для нелинейного интегрального уравнения Гаммерштейна с параметрами предложен метод построения асимптотики отдельной ветви решения в случае, когда решение не единственно (раздел 2.1 второй главы). Для

уточнения асимптотики построен специальный алгоритм метода последовательных приближений;

– для широкого класса интегральных уравнений Вольтерра второго рода исследованы вопросы существования и разрушения главных решений. Получены достаточные условия существования главного решения на конечном интервале и на полуоси (раздел 2 второй главы);

– исследованы три ранее не изучавшихся в литературе нелинейных уравнений Вольтерра первого рода (раздел 2.4 второй главы). Решение строится в виде суммы  $\delta$ -функции и ее производных с неопределенными коэффициентами и непрерывной функции. Получены достаточные условия существования обобщенного и классического решений;

– дано обобщение перечисленных выше результатов на классы уравнений в банаховых пространствах (глава 3). Получены достаточные условия существования и единственности непрерывных решений соответствующих уравнений. Предложен метод построения решений, которые могут зависеть от произвольных постоянных;

– для уравнений в банаховых пространствах получены достаточные условия существования главного решения и оценена его норма;

– для уравнения Вольтерра в банаховых пространствах получены оценки норм решений и интервалов, за пределами которых решения могут разрушиться;

– в разделе 3.3 главы 3 построен новый приближенный метод решения нелинейной задачи Коши с фредгольмовым оператором в главной части. В теореме 3.3.1 сформулированы достаточные условия существования малого непрерывного решения этой задачи в окрестности точки ветвления;

– разработан метод построения асимптотики непрерывных ветвей решений операторного нелинейного уравнения Вольтерра второго рода (раздел 3.4 главы 3);

– в разделе 5.1 главы 5 построена теория регрессивных моделей, используемых для прогноза временных рядов. Принципиально новым здесь является преобработка обучающей выборки на основе интегрального преобразования Гильберта.

#### Основные приложения.

Теоретические результаты, полученные автором, были им активно использованы при решении ряда важных прикладных задач.

Особо отметим результаты главы 5. В разделе 5.1 этой главы дана оценка риска появления неустойчивых межсистемных колебаний в электроэнергетических системах на основе нестационарной регрессионной модели. Разработанные диссертантом подходы и модели были широко апробированы в ИСЭМ СО РАН им. Л.А. Мелентьева на различных реальных и синтетических данных и позволили существенно улучшить точность прогноза в ряде задач электроэнергетики. В п. 5.2 предложен адаптивный режекторный фильтр для подавления нестационарного квазипериодического шума, возникающего в видеоархивах. Эффективность

этого подхода была продемонстрирована при обработке реальных видеоархивов. В п. 5.3 демонстрируется эффективность моделирования в задаче автоматического распознавания дефектов системами машинного зрения на производстве. Соответствующее программное обеспечение алгоритмов, построенных в главах 1 – 5, было разработано под руководством диссертанта и нашло практическое применение.

Все утверждения, приведенные в диссертации, строго обоснованы. Доказательства теорем подробные и исчерпывающие.

### **Замечания.**

1. В работе (раздел 1.2 гл. 1) представлен ряд новых численных методов решения интегрального уравнения Вольтерра первого рода с разрывным ядром. Несомненный интерес представило бы строгое исследование их устойчивости.
2. В разделе 1.3 главы 1 построен приближенный аналитический метод решения систем уравнений Вольтерра первого рода с матричными кусочно-заданными ядрами в случае существования параметрических семейств решений. Для развития этой теории несомненный интерес представила бы разработка численного метода в случае неединственного решения со строгим доказательством его сходимости к одному из решений.
3. В разделе 3.5 главы 3 диссертантом предложена новая методика построения асимптотик разветвляющихся решений нелинейных уравнений с векторным параметром, отличающаяся от известных подходов тем, что приближенный метод не требует сложных аналитических вычислений, связанных с построением уравнений разветвления. Как и другие результаты гл. 3, этот результат имеет несомненное теоретическое и практическое значение, однако его практическое применение продемонстрировано автором лишь на модельных задачах.

Приведенные замечания ни в коей мере не уменьшают общую высокую оценку диссертации.

В диссертации получены принципиальные результаты, являющиеся фундаментальным вкладом в теорию моделирования на основе интегральных уравнений, приближенных и численных методов. Решенные в диссертации прикладные задачи хорошо иллюстрируют применение представленной теории и сами по себе являются важными народно-хозяйственными проблемами. Ряд результатов диссертации могут быть использованы в Пензенском государственном университете, Московском государственном университете, Санкт-Петербургском национальном исследовательском университете информационных технологий, механики и оптики ЛИТМО, Иркутском государственном университете и в ряде других организаций, тематика которых связана с исследованием динамических моделей.

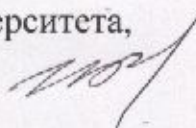
Диссертация полностью соответствует специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации.

Основные результаты диссертации представлены в статьях Д. Н. Сидорова, опубликованных в журналах, входящих в список ВАК (29 статей) и международные базы цитирования Web of Science и SCOPUS (19 статей). Результаты докладывались им на ряде научных семинаров и конференций и подробно изложены в его двух монографиях.

Диссертационная работа Д. Н. Сидорова является законченной научно-квалификационной работой, содержащей принципиально новые результаты в области интегральных уравнений Вольтерра и интегральных динамических моделей. Диссертация отвечает критериям Положения ВАК о присуждении ученых степеней, ее автор, Сидоров Денис Николаевич, заслуживает присуждения степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Отзыв подготовил  
заведующий кафедрой  
«Высшая и прикладная математика»  
Пензенского государственного университета,  
д.ф.-м.н., профессор



И. В. Бойков

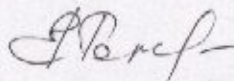
Отзыв обсужден на заседании  
кафедры «Высшая и прикладная математика»  
Пензенского государственного университета  
“\_10\_”\_ноября\_\_\_\_\_2014 г.

Заведующий кафедрой,  
д.ф.-м.н., профессор



И. В. Бойков

Секретарь кафедры  
к.т.н., доцент



Е. Г. Романова