На правах рукописи

Сидоров Денис Николаевич

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ: приближенные методы и приложения

05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Иркутск – 2014

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Иркутский государственный университет», в федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева» Сибирского отделения Российской академии наук.

Официальные оппоненты:

Горбунов Владимир Константинович,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры экономико-математических методов и информационных технологий ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет»,

Казаков Александр Леонидович,
доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией математического моделирования динамических систем с распределенными параметрами ФГБУН «Институт динамики систем и теории управления» Сибирского отделения Российской академии наук,

Сизиков Валерий Сергеевич,
доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики».

Ведущая организация:

ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет».

Защита состоится 19 декабря 2014 г. в ___ : ___ на заседании диссертационного совета Д 212.074.01 при Иркутском государственном университете по адресу: 664003, г. Иркутск, бульвар Гагарина, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Иркутского государственного университета и на сайте совета http://isu.ru/ru/science/boards/math01.

Автореферат разослан 30 октября 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
канд. физ.-мат. наук, доцент В. Г. Антоник

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Многие задачи современной науки и техники сводятся к разработке теории развивающихся систем на основе интегральных динамических моделей с параметрами и сингулярностями различной природы. Так, ряд актуальных проблем в задачах оптимизации электроэнергетических систем (ЭЭС) (см., например, модели развития генерирующих мощностей и прогнозные модели в работах [1], [2], [23, 33]) формулируется в терминах интегральных моделей с параметрами. Интегральные динамические модели возникают при обработке и классификации многомерных сигналов, при разработке систем машинного зрения [34], методов реставрации видеоархивов [17], в ряде прямых и обратных задач механики и математической физики. Математические модели, описывающие сложные развивающиеся системы, как правило, являются гибридными в смысле необходимости применения при их построении различных разделов непрерывной и дискретной математики, методов компьютерных наук. Наиболее важными и интересными объектами исследований с практической и теоретической точек зрения здесь являются нерегулярные ситуации, когда нарушается феномен единственности решения или ограниченности операторов, происходит разрушение решения (явление «blow-up») или его ветвление в окрестностях характерных значений параметров. В такой ситуации при численном решении обычно привлекают методы регуляризации некорректных задач [3], а в окрестностях критических значений параметров проводят необходимый асимптотический анализ поведения решения. В этой области математического моделирования имеется много сильных результатов. Тем не менее, разработка приближенных методов исследования нерегулярных интегральных моделей остается одной из наиболее сложных проблем современной математики и составляет важную цель данного исследования. Основу предлагаемой теории математических моделей составляют классы нерегулярных функциональных уравнений, аналитические и численные методы их решения, интегральные преобразования, методы ре-

[1]Анциферов, Е.Г. Математические задачи энергетики (модели, методы, решения). Науч. отчет. / Е.Г. Анциферов, А.С. Апарцин, Л.Т. Ащепков, В.П. Булатов. — Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1987. — 286 с.

[2]Markova, E.B. Integral models of developing electric power systems / E.V. Markova, I.V. Sidler, V.V. Trufanov // Intl J. of Energy Optimization and Engineering. — 2013. — Vol. 2, N. 4. — P. 44 — 58.

[3]Лаврентьев, М.М. Теория операторов и некорректные задачи / М.М. Лаврентьев, Л.Я. Савельев. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО РАН, 1999 — 702 с.

шения обратных задач и алгоритмы машинного обучения. Цель практических приложений состоит в повышении эффективности технических систем в электроэнергетике, систем реставрации видеоархивов и систем машинного зрения.

История развития теории интегральных уравнений и интегральных преобразований насчитывает более полутора столетий. Такие системы привлекали внимание многих выдающихся математиков и механиков, начиная с XIX века в связи с фундаментальными вопросами естествознания. Интегральные законы сохранения лежат в основе математического моделирования проблем естествознания. Методы теории интегральных уравнений позволяют доказывать не только теоремы существования начально-краевых задач, но и создавать эффективные численные методы. Классические работы А. М. Ляпунова, А. И. Некрасова, Л. В. Канторовича, А. Гаммерштейна, В. Вольтерра, Э. И. Фредгольма, А. Н. Тихонова, В. А. Треногина, М. А. Лаврентьева, М. М. Лаврентьева, М. А. Красносельского, В. К. Иванова заложили основы новых областей фундаментальной и прикладной математики, ставших базовыми в теории интегральных динамических моделей. В дальнейшем они получили развитие в работах H. Brunner, A. Lorenzi, H.-J. Reinhardt, А. С. Апарцина, А. Б. Бакушинского, Б. А. Бельтюкова, И. В. Бойкова, М. В. Булатова, А. Л. Бухгейма, В. В. Васина, А. Ф. Верланя, Ю. Е. Воскобойникова, А. В. Гончарского, В. К. Горбунова, А. М. Денисова, Н. Д. Копачевского, А. С. Леонова, Н. А. Магницкого, Ю. С. Попкова, А. И. Прилепко, В. С. Сизикова, В. Д. Степанова, А. П. Хромова, В. Ф. Чистякова, А. Г. Яголы и др., посвященных интегральным моделям и их приложениям. При этом большое внимание уделялось не только доказательству теорем существования, приближенным методам (асимптотическим и численным) построения решений и идентификации в интегральных моделях, но и интегральным отображениям с приложениями в создании автоматизированных систем обработки многомерных сигналов. С практической точки зрения важнейшими свойствами регулярных моделей (или допускающих регуляризацию) являются их адаптивность, саморегуляризация к изменяющимся входным данным. В диссертационной работе такие свойства легли в основу приближенных методов при создании систем машинного обучения на базе полиномиальных регрессионных моделей, в адаптивном алгоритме подавления муаровых шумов в видеоархивах, в алгоритмах автоматического распознавания дефектов систем машинного зрения и др. (см. монографии [40, 41]).

Усложнение топологии электрических сетей, увеличение количества возобновляемых источников энергии, а также особенности либерализованного рынка электроэнергии, наряду с традиционными методами моделирования, делают необходимым искать новые подходы к прогнозированию режимных параметров в современных ЭЭС. В связи с этим, кроме функционального аналитического подхода к математическим моделям, рассмотренного в первой части, во второй части диссертации в рамках приоритетной темы НИР СО РАН (НШ-4633.2010.8 и НШ-1507.2012.8) «Разработка теории, моделей и методов обоснования развития и управления функционированием структурно неоднородных ЭЭС в рыночных условиях» предложены и апробированы новые прогнозные адаптивные модели сложных ЭЭС. В построенной во второй части диссертации теории показана эффективность использования не только интегральных динамических моделей, но и дискретных аналогов интегральных преобразований и методов машинного обучения.

В ряде интегральных динамических моделей [4,6,7] развивающихся систем использовались операторы Вольтерра

$$\mathcal{V}x = \int_{a(t)}^{t} K(t,s)x(s)\,ds,$$

в которых ядро $K(t,s)$ определяет динамику старения системы, а функция $a(t)$ — время жизни старейшей единицы оборудования, находящейся в эксплуатации в момент времени t. Интегральные модели с такими операторами берут начало от работ Л. В. Канторовича[5] и В. М. Глушкова[6]. Первые работы по применению аппарата интегральных моделей для моделирования развития генерирующих мощностей ЭЭС выполнены А. С. Апарциным[1] и были развиты в диссертационных работах Е. В. Марковой, И. В. Сидлер. Важные

[4] Apartsyn, A.S. Nonclassical Linear Volterra Equations of the First Kind / A.S. Apartsyn. — Walter de Gruyter Publ, 2003. — 163 p.

[5] Канторович, Л.В. Функциональные уравнения одно-продуктовой модели/ Л.В. Канторович, Л.И. Горьков // ДАН СССР. — 1959. — Т.129, N. 4. — С. 732–736.

[6] Глушков, В.М. Моделирование развивающихся систем / В.М. Глушков, В.В. Иванов, В.М. Яненко. — Москва: Наука, 1983. — 350 с.

результаты в теории и приложениях интегральных моделей изложены в ряде статей и монографий N. Hritonenko, Yu. Yatsenko и др. (см., например, монографию[7]).

Автором диссертации в цикле работ [28], [21], [2], [4–6], [18] и в монографиях [40, 41] построена теория моделей с интегральными операторами более общей природы

$$\mathcal{K}x = \sum_{i=1}^{n} \int_{\alpha_{i-1}(t)}^{\alpha_i(t)} K_i(t,s)x(s)\,ds,$$

что позволяет глубже понять и проследить динамику развивающихся систем. В конкретных математических моделях на основе таких операторов каждое слагаемое соответствует своей возрастной группе элементов системы, а свойства функций $\alpha_i(t)$ определяются стратегией обновления оборудования с учетом прогресса. В диссертации построена теория интегральных моделей вида $\mathcal{K}x = f$ с такими операторами и ее обобщения, позволяющие, например, эффективно описывать математические модели ввода и вывода различных генерирующих мощностей ЭЭС. Соответствующие модели с конкретными $K_i(t,s)$ и $\alpha_i(t)$ позволяют учитывать ограничения на удельные капвложения и удельный расход топлива в момент времени t, коэффициенты интенсивности использования мощностей конкретных станций ЭЭС, введенных в момент времени s, сроки эксплуатации оборудования, скорость создания новых мощностей и другие технико-экономические факторы. Более того, возможна постановка различных оптимизационных (экстремальных) задач математического моделирования развития ЭЭС. Разработка таких моделей в ИСЭМ СО РАН при $n = 1$ (соответствует оператору $\mathcal{V}x$) проводилась, начиная с пионерских работ авторов отчета[1] . В западной литературе, начиная с работ Р. М. Солоу [8], такие модели в более частном случае известны под названием VCM (vintage capital models) — моделей экономики с производственными фондами, дифференцированными по моментам создания.

Вместе с тем, современные условия функционирования ЭЭС требуют разработки новых подходов в математическом моделировании на основе соче-

[7]Hritonenko, N. Applied Mathematical Modelling of Engineering Problems / N. Hritonenko, Yu. Yatsenko. — Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 2003. — 286 p.

[8]Solow, R.M. Investment and Technical Progress / R.M. Solow // Mathematical Methods in the Social Sciences / Ed. by K. J. Arrow, S. Karlin and P. Suppes. — Stanford: Stanford University Press, 1960. — P. 89 – 104.

тания методов теории интегральных уравнений и интегральных преобразований с новейшими методами машинного обучения. Поэтому именно с этих позиций проблемы моделирования технических систем рассмотрены во второй части диссертации. В этой части используются обобщенные полиномиальные регрессионные модели, являющиеся дискретными аналогами интегральных сумм Вольтерра. На основе таких моделей в диссертации проведен анализ новых регрессионных моделей в электроэнергетике с целью распознавания неустойчивых межсистемных колебаний. Особое внимание уделено обработке многомерных сигналов (изображений). В алгоритмах восстановления изображений ключевую роль играют дискретные аналоги непрерывных интегральных операторов. Разработанные в диссертации гибридные алгоритмы машинного обучения на основе структурно-параметрического синтеза интегральных преобразований и методов машинного обучения применяются для построения прогнозных моделей электроэнергетики, в системах восстановления видео-последовательностей и в алгоритмах автоматизации контроля качества на производстве с помощью систем машинного зрения.

Наряду с линейными моделями в прикладной математике интенсивно развиваются методы математического моделирования нелинейных интегральных динамических систем. Достаточно общим подходом к математическому моделированию нелинейных динамических систем типа вход-выход (выход непрерывно зависит от входа) является представление отклика системы на внешнее воздействие в виде интегро-степенного ряда Вольтерра. В случаях построения нелинейных моделей с краевыми условиями и параметрами перспективным в создании приближенных и качественных методов является и моделирование с помощью операторов Гаммерштейна. Разработка алгоритмов управления нелинейными динамическими системами с памятью является одной из актуальных производственных задач в индустриальной математике. В связи с этим, часть настоящей работы посвящена теории моделей на основе рядов Вольтерра с обратной связью и операторов Гаммерштейна, описывающих нелинейные динамические системы с управляемой обратной связью. Такие интегральные модели возникают в результате обобщения интегро-функциональных рядов Вольтерра[9], когда оценка переходных характеристик

[9]Вольтерра, В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений / В. Вольтерра. — М: Наука, 1982. — 304 с.

моделируемой системы уже проведена. Рассмотренные в диссертации нелинейные системы относятся к наиболее важным инструментам в моделировании физико-химических процессов и реальных систем индустриальной математики. Поэтому в диссертации большое внимание уделяется теории приближенных методов для ряда общих классов нелинейных операторных уравнений, в том числе исследованию режимов *blow-up* (разрушения решения), позволяющих оценивать временные границы правомерности конкретной модели, и так называемых *главных* решений в смысле Л. В. Канторовича[10].

Цели работы. Разработка аналитических и численных методов для построения и анализа классов нерегулярных интегральных моделей и интегральных преобразований с приложениями в задачах электроэнергетики и обработки изображений.

Основные задачи работы:

— доказательство конструктивных теорем существования, разработка аналитико-численных методов для нерегулярных классов линейных и нелинейных интегро-дифференциальных систем первого и второго рода, построение параметрических семейств решений, построение главных членов асимптотики решений в явном виде, исследование математических моделей с феноменом неединственности;

— моделирование динамики ЭЭС в окрестности критических значений характерных параметров;

— разработка методологии прогнозирования параметров ЭЭС, алгоритмов распознавания и классификации дефектов в системах машинного зрения, алгоритмов восстановления видео-последовательностей на основе интегральных моделей и интегральных преобразований, разработка методов машинного обучения на основе интегро-функциональных, регрессионных моделей Вольтерра и нейросетевых моделей в сочетании с интегральными преобразованиями;

— реализация разработанных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов.

[10] Канторович, Л.В. Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах / Л.В. Канторович, Б.З. Вулих, А.Г. Пинскер. — М: Наука. 1950. — 548 с.

Методы исследования. В работе используются методы математического моделирования, вычислительной математики, элементы теории интегральных, дифференциальных уравнений и прикладного функционального анализа, комбинации известных алгоритмов машинного обучения, обработки сигналов и изображений.

Научная новизна:

— в теории моделей интегральных развивающихся динамических систем введен новый класс уравнений с разрывами ядер на кривых запаздывания, предложены приближенные аналитические и численные методы их решения;
— получены достаточные условия существования и найдены оценки границ возможного разрушения решения нелинейного уравнения Вольтерра второго рода, позволяющие оценить снизу временнỳю границу возможности использования соответствующей конкретной модели;
— доказаны конструктивные теоремы существования и предложены новые методы построения непрерывных и обобщенных решений широких классов интегро-дифференциальных систем в ранее не изученных нерегулярных случаях; на их основе впервые построены асимптотики решений для нелинейной модели динамики несжимаемой вязкоупругой жидкости Бенжамина-Бона-Махони, для модели колебания спутника в плоскости его эллиптической орбиты и для модели магнитной изоляции вакуумного диода.
— разработаны интегральные модели и методы прогнозирования параметров ЭЭС и оценки риска возникновения неустойчивых межсистемных колебаний;
— предложены адаптивные алгоритмы восстановления цифровых видеоархивов и автоматической классификации изображений в одной задаче машинного зрения;
— разработаны новые комплексы проблемно-ориентированных программ для моделирования развивающихся динамических систем [38], прогнозирования динамики ЭЭС в окрестности критических значений характерных параметров [3,10,23,29,31–33], для восстановления цифровых видеоархивов [39] и в задаче распознавания и классификации дефектов в системах машинного зрения [22,34].

Соответствие специальности. Разработаны основы теории математических моделей динамических систем, в том числе с феноменом неединственности решения, построены численные методы и комплексы программ для решения проблем прогнозирования параметров ЭЭС и моделирования их развития, задач реставрации видеоархивов и одной задачи машинного зрения. Полученные результаты соответствуют следующим областям исследований согласно паспорту научной специальности 05.13.18.

1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений (пп. 1.1, 1.5, 2.3, 3.4, 3.5, 5.1, 5.2, 5.3).

2. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей (пп. 1.3., 1.4, 1.5, гл 2, гл. 3).

3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (пп. 1.2, гл. 5).

Теоретическая и практическая значимость.
Теоретическая: разработка теории новых классов нерегулярных моделей, доказательство теорем существования и единственности решений, разработка асимптотических и численных методов построения классических и обобщенных решений, в том числе параметрических семейств решений. В итоге разработаны методы математического моделирования нерегулярных линейных и нелинейных систем с параметрами и сингулярностями различной природы.

Практическая: полученные результаты позволяют учитывать динамику изменения эффективности функционирования системы с учетом модернизации ее элементов, открывают возможность построения оптимальных стратегий ввода нового оборудования в ЭЭС, создавать предупредительные системы раннего выявления предаварийных состояний в ЭЭС; адаптивный режекторный фильтр обеспечивает подавление нестационарных муаровых шумов в цифровых видеоархивах (см. работы [17, 37]); метод автоматической классификации дефектов улучшил контроль качества на производстве контактных линз (см. работы [22, 34]).

Таким образом, результаты можно использовать как в математическом моделировании конкретных задач с единых методологических позиций, так и при дальнейшем развитии теории математических моделей с сингулярностями различной природы.

Апробация работы. Результаты работы обсуждались на ряде научных семинаров и конференций в различных научных центрах:

• Семинары: «Обратные задачи математической физики» в МГУ им. М.В. Ломоносова, рук. А.Б. Бакушинский, А.В. Тихонравов, А.Г. Ягола (Москва, 2014 г.), «Обратные задачи» (INVW06) в Институте Исаака Ньютона, рук. M. Brown, T. Fokas, Y. Kurylev, B. Lionheart, W. Symes, A. Nachman (Кэмбридж, Великобритания, 2014 г.), в университете Кардиффа, рук. семинара K. Cherednichenko (Кардифф, Великобритания, 2014 г.); на кафедре измерительных технологий и компьютерной томографии НИУ ИТМО, рук. В.С. Сизиков (СПб, 2014 г.); по математическому анализу университета Милана, рук. A. Lorenzi (Милан, 2012 г.); по прикладной математике университета Зигена, рук. H.J. Reinhardt (Зиген, Германия, 2012 г.); в техническом университете Дортмунда, рук. C. Rehtanz (Дортмунд, 2012 г.); в Западночешском университете, рук. V. Šmídl (Пльзень, 2012 г.); в Пензенском государственном университете, рук. И.В. Бойков (Пенза, 2013 г.); на семинаре отдела адаптивных систем института теории информации и автоматизации Чешской академии наук, рук. M. Kárný (Прага, 2008 г.); на совместном семинаре отдела «эвристик и динамики сложных систем» и отдела «биомеханической и биомедицинской инженерии» Национального центра научных исследований (CNRS) Франции, рук. J.-F. Lerallut (Компьень, 2004 г.); в институте обработки сигналов технологического университа Тампере, рук. J. Astola (Тампере, 2002 г.); на семинарах отдела электроники и электротехники колледжа Тринити Дублинского университета, рук. A.C. Kokaram (Дублин, 2001, 2002 гг.) и систематически на научных семинарах отделов прикладной математики и электроэнергетических систем в ИСЭМ СО РАН и семинаре «Дифференциальные уравнения и прикладной функциональный анализ» кафедры Математического анализа и дифференциальных уравнений в ИГУ;

• Конференции: IV Международная конференция «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования» посвященная 90-летию со дня рождения проф. Л. Д. Кудрявцева, РУДН (Москва, 2013 г.); VI Международный научный симпозиум «Обобщенные постановки и решения задач управления IFAC GSSCP» (Геленджик, 2012); 23, 24 Крымские осенние математические школы-симпозиумы по спектральным и эволюционным задачам (Батилиман, 2012 г., Судак 2013 г.); VIII Международная научно-техническая конференция «Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем» (Пенза, 2013 г.); Международная конференция «Обратные и некорректные задачи математической физики», посвященная 80-летию академика М. М. Лаврентьева (Новосибирск, 2012); Международные школы-семинары «Нелинейный анализ и экстремальные задачи» (Иркутск, 2012 г., 2014 г.); X Международная конференция «Экологическая инженерия и электротехника, IEEE EEEIC» (Рим, 2011 г.); Российско-Французский семинар «Математическая гидродинамика» (Байкал, 2011 г.); II Международная конференция «Информатика и автоматизация машиностроения, IEEE ICCAE» (Сингапур, 2010 г.); Байкальские международные школы-семинары «Методы оптимизации и их приложения» (Иркутск, 2008 г., 2014 г.); Международная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» (Новосибирск, 2009 г.); Международный конгресс по индустриальной и прикладной математике ICIAM, (Цюрих, 2007 г.); IV и V Международная конференция «Обратные задачи: идентификация, проектирование и управление» (Москва, 2003 г., 2007 г.); XI Европейская конференция по обработке сигналов EUSIPCO (Тулуза, 2002 г.); Международная конференция SPIE «Визуальные коммуникации и обработка изображений» (Сан Хосе, 2002 г.).

Представленные в диссертации результаты получены при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», проект «Сингулярные интегральные модели и преобразования: теория и приложения,» (госконтракт No. 14.B37.21.0365, рук. Д. Н. Сидоров), 7-ой рамочной программы ЕС (проект ICOEUR, рук. Н. И. Воропай, C. Rehtanz), 6-ой рамочной программы ЕС (проект BRAVA, рук. J.-H. Chenot), проекта DAAD (грант No. A1200665, рук. Д. Н. Сидоров), интеграционным грантом НАТО (грант No. RIG981276, рук. Д. Н. Сидоров) и РФФИ (грант No. 12-01-00722, рук. А. С. Апарцин и No. 11-08-00109, рук. Н. И. Воропай). Постановка некоторых задач была мотивирована решением прикладных проблем в рамках контракта автора с компанией ASTI Holdings Pte Ltd (Сингапур).

Публикации и личный вклад автора. По теме диссертации опубликовано более 60 работ. Результаты изложены в 27 статьях [1-27] в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикации результатов диссертационных исследований, в том числе 17 статей [1-17] — в журналах, индексируемых Web of Science и SCOPUS. Результаты подробно изложены в монографиях [40, 41]. Получены свидетельства о государственной регистрации разработанных автором программ [38-39]. Теоретическое обоснование функционирования программных комплексов принадлежит автору диссертации, а их апробация при решении соответствующих задач проводилась совместно с к.ф.-м.н. Е. В. Марковой, к.т.н. Д. А. Панасецким и к.т.н. Н. В. Томиным (ИСЭМ СО РАН), Dr. V. Šmídl (Институт теории информации и автоматизации академии наук Чехии), Prof. Dr., A. Kokaram (Trinity College Dublin, Ирландия), Prof. Dr. J.-F. Lerallut (Université de Technologie de Compiègne, CNRS, Франция), W. Soon Wei (ASTI Hlds Ltd, Сингапур) и с аспирантами соискателя И. Р. Муфтаховым (НИУ ИрГТУ) и А. В. Жуковым (ИГУ). Конфликт интересов с соавторами отсутствует. На защиту выносятся результаты, полученные лично соискателем.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка обозначений, предметного указателя и списка литературы, содержащего 361 наименование, включая 46 рисунков и 13 таблиц. Объём диссертации – 352 стр.

Содержание работы

Во *введении* дана постановка решаемых задач, обоснована их актуальность, приведен обзор результатов в этой области, сформулированы задачи диссертационного исследования. Приведено краткое изложение результатов диссертации, их теоретическое и практическое значение.

Диссертация состоит из пяти глав, разделенных на две части согласно использованных методов исследования. *Первая часть* «Элементы анализа интегральных динамических моделей» состоит из трех глав и посвящена элементам анализа интегро-операторных моделей и иллюстративных приложений в моделях механики и математической физики. *Вторая часть* «Приложения интегральных динамических моделей в моделировании нелинейной динамики и в обработке сигналов» содержит две главы и посвящена численным методам моделирования нелинейных динамических процессов в электроэнергетике, численным методам обработки и анализа многомерных сигналов. Результаты, представленные во второй части диссертации, получены в рамках рамочных проектов Евросоюза ICOEURO (рук., проф. чл.-кор. РАН Воропай Н.И., ИСЭМ СО РАН), и работы в компании VisionXtreme Pte Ltd (ASTI Hlds Pte Ltd, Сингапур). Разработанные в этой части методы машинного обучения, основанные на дискретных аналогах интегральных моделей, используются для построения прогнозных моделей и алгоритмов предупреждения аварийных (нерегулярных) ситуаций в окрестностях критических значений параметров систем теплоэнергетики и электроэнергетики. В моделях, рассматриваемых в первых двух главах, изучаются модели, содержащие обыкновенные интегральные и дифференциальные операторы. В третьей главе рассматриваются более общие интегро-операторные уравнения, т.е. соответствующие модели могут содержать интегро-дифференциальные операторы с частными производными.

В первой главе «Линейные модели Вольтерра с кусочно-заданными ядрами: асимптотические и численные методы» изложена теория линейных уравнений Вольтерра вида

$$\int_0^t K(t,s)x(s)ds = f(t), \quad 0 \le s \le t \le T, \ f(0) = 0, \tag{1}$$

где ядро $K(t,s)$ претерпевает разрывы вдоль эндогенных кривых запаздывания $\alpha_i(t)$:

$$K(t,s) := \begin{cases} K_1(t,s), \ t,s \in m_1; & m_i := \{t,s \mid \alpha_{i-1}(t) < s < \alpha_i(t)\}, \\ \ \dots \ \ \dots\dots\dots & \\ K_n(t,s), \ t,s \in m_n, & \alpha_0(t) = 0, \ \alpha_n(t) = t, \, i = \overline{1,n}, \end{cases} \tag{2}$$

$\alpha_i(t),\ f(t) \in \mathcal{C}^1_{[0,T]},\ K_n(t,t) \neq 0,\ K_i(t,s)$ – непрерывно дифференцируемы по t, $\alpha_i(0) = 0, \quad 0 < \alpha_1(t) < \alpha_2(t) < \cdots < \alpha_{n-1}(t) < t$, $0 < \alpha'_1(0) \le \cdots \le \alpha'_{n-1}(0) < 1$.

Строятся непрерывные и обобщенные решения таких уравнений. Ключевую роль играет характеристическое показательное уравнение

$$B(j) := K_n(0,0) + \sum_{i=1}^{n-1} (\alpha'_i(0))^{1+j}(K_i(0,0) - K_{i+1}(0,0)) = 0, \ \ j \in \mathbb{N} \cup \{0\}. \tag{3}$$

и функция $D(t) := \sum_{i=1}^{n-1} \Big| \, \alpha'_i(t) K_n^{-1}(t,t) \Big| \cdot \Big| K_i(t,\alpha_i(t)) - K_{i+1}(t,\alpha_i(t)) \Big|$.

Регулярный случай: $D(0) < 1$. *Тогда* $B(j) \neq 0$. *В этом случае уравнение (1) имеет в* $\mathcal{C}_{[0,T]}$ *единственное решение.* Решение можно построить, сочетая известный в теории обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом метод шагов с методом последовательных приближений. В аналитическом случае решение можно искать и в виде степенного ряда. В общем (не аналитическом) случае разработаны численные методы, использующие квадратурные формулы на основе сетки узлов (не обязательно равномерной) $\Omega^N := \left\{t_i \,\middle|\, 0 = t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_N = T,\, h = \max\limits_{i=\overline{1,N}}(t_i - t_{i-1}) = \mathcal{O}(N^{-1})\right\}$. Приближенное решение можно искать в виде кусочно-постоянной функции

$$x_N(t) = \sum_{i=1}^{N} x_i \delta_i(t),\ t \in (0,T],\quad \delta_i(t) := \begin{cases} 1, & t \in \Delta_i = (t_{i-1}, t_i] \\ 0, & t \notin \Delta_i \end{cases}$$

с коэффициентами x_i, $i = \overline{1,N}$. Обозначим за v_{ij} номер сегмента сетки Ω^N внутрь или на правую границу которого попадает значение $\alpha_i(t_j)$, (т.е. $\alpha_i(t_j) \in \Delta_{v_{ij}}$). Тогда задача сводится к аппроксимации каждого слагаемого интеграла (их число диктуется массивом v_{ij}) по формуле средних прямоугольников. Метод протестирован на модельных примерах. В примере $\int_0^{t/3}(1+t-s)x(s)\,ds - \int_{t/3}^{t} x(s)\,ds = \frac{t^4}{108} - \frac{25t^3}{81},\ t \in [0,\,2]$ функция $\bar{x}(t) = t^2$ — точное решение. В таб. 1 приведены ошибки $\varepsilon_N = \max\limits_{0 \le i \le N} |x_N(t_i) - \bar{x}(t_i)|$, а также порядок сходимости $p^N = \log_2 \frac{D^N}{D^{2N}}$, вычисленный без априорного знания точного решения $\bar{x}(t)$ на основе двухсеточных разностей. Численные

Таблица 1: максимальные ошибки ε_N, двухсеточные разности D^N и порядки сходимости p^N, вычисленные при различных N.

	32	64	128	256	512	1024	2048	4096
ε_N	0.13034	0.07804	0.03989	0.01975	0.01002	0.00508	0.00256	0.00128
D^N	0.07462	0.03815	0.02013	0.00975	0.00514	0.00259	0.00129	0.00065
p^N	0.96774	0.92207	1.04619	0.92217	0.98864	1.00716	0.98639	1.00198

методы [2, 18, 41] реализованы в виде комплекса проблемно-ориентированных программ (в среде NetBeans, на языке Java, рис. 1) для проведения вычислительных экспериментов на модельных примерах и на реальных данных. Программный комплекс позволяет моделировать поведение развивающихся систем в различных областях. Например, в задаче моделирования развивающихся систем электроэнергетики в модели (1) фазовая переменная $x(s)$

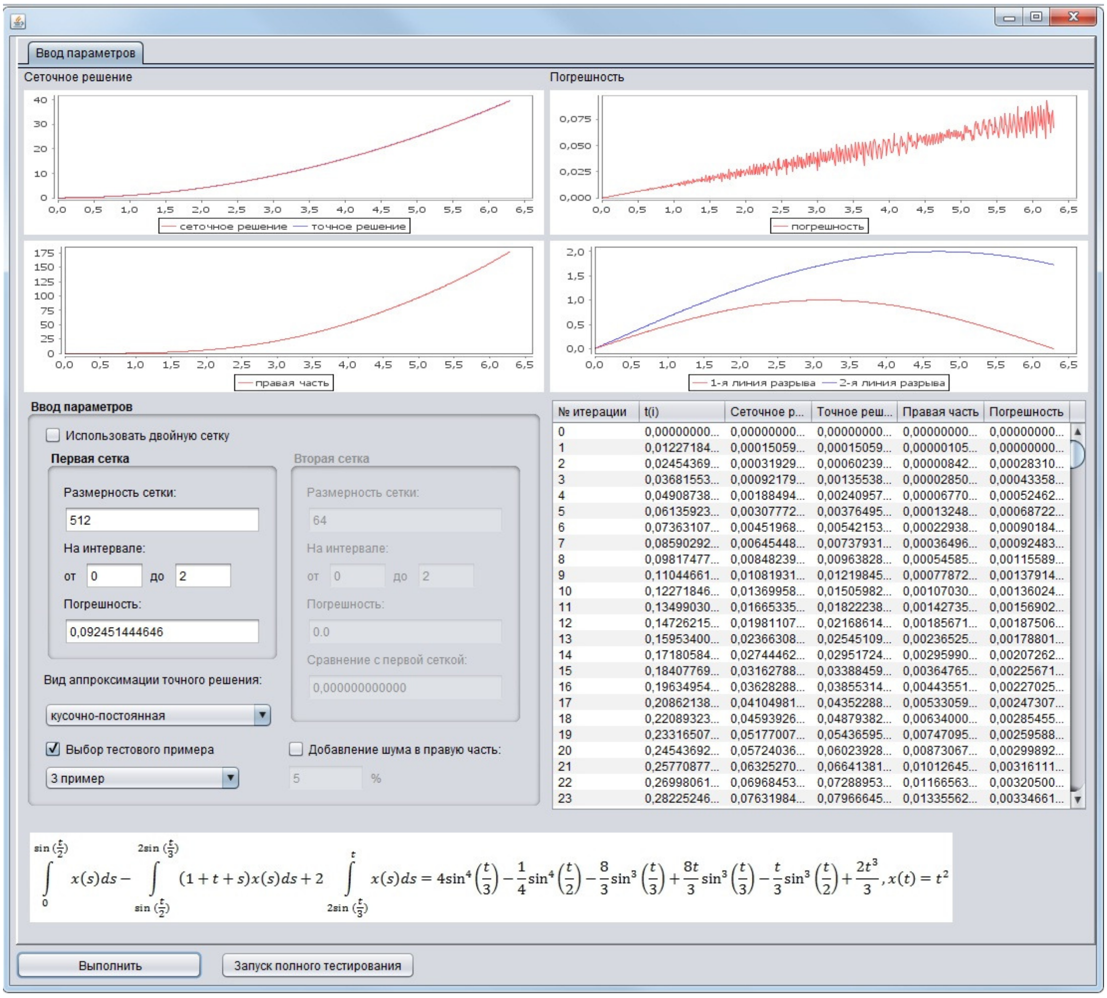

Рис. 1: Графический интерфейс программного комплекса моделирования динамики развивающихся систем.

обозначает суммарный ввод электрической мощности в момент времени t, $K_i(t,s)$ — коэффициенты эффективности использования в момент времени t генерирующей мощности $x(s)$, эндогенные кривые запаздывания $\alpha_i(t)$ (на которых ядро претерпевает разрывы) определяют моменты введения нового оборудования, i — номер операции обновления, n – их количество, а $f(t)$ — экспертно задаваемая динамика располагаемой мощности ЭЭС.

Нерегулярный случай: $D(0) \geq 1$. Здесь характеристическое уравнение (3) может иметь натуральные корни и справедлива

Теорема 1. *Пусть характеристическое уравнение (3) имеет только k натуральных корней $\{j_i\}$ кратностей $\{r_i\}$, $i = \overline{1,k}$, все функции в уравнении (1) достаточно гладкие. Тогда уравнение (1) имеет решение $x(t) = x^N(t) + t^N u(t)$, зависящее от $p = r_1 + \cdots + r_k$ произвольных постоянных, $x^N(t) := \sum_{i=0}^{N} x_i(\ln t)t^i$. Коэффициенты x_i являются полино-*

мами от $\ln t$ *возрастающих порядков, не превосходящих* p*. Функция* $u(t)$ *строится последовательными приближениями, равномерно сходящимися при* $t \in [0, T]$*, либо численно.*

Теорема 1 и ее обобщение на системы (см. теорему 3) позволяют строить асимптотику параметрических семейств решений в виде логарифмостепенных сумм. Нижняя граница допустимого порядка асимптотики N, при которой непрерывная функция $u(t)$ в представлении решения строится единственным образом, определяется из алгебраического неравенства, явно построенного в диссертации.

Пример. Уравнение

$$\int_0^t K(t,s)x(s)\,ds = t, \text{ где } K(t,s) = \begin{cases} 1+t-2s, & 0 \le s < t/2, \\ -1, & t/2 \le s \le t \end{cases}$$

на основании Теоремы 1 при $0 < t < \infty$ имеет c-параметрическое семейство решений $x(t) = c\phi(t) + \hat{x}(t)$, где c – const, $\hat{x}(t) = \ln t \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n t^n$. Методом неопределенных коэффициентов получаем $a_0 = a_1 = -1/\ln 2$, $b_1 = 2 + 1/\ln 2$, $a_n = (-1)^n/(n! \prod_{k=2}^{n}(1-2^k)\ln 2)$, $b_n = \frac{1}{1-2^n}\left\{a_n \ln 2 + a_{n-1}\frac{1}{n}\left(\ln 2 + \frac{1}{n+1}\right) - \frac{b_{n-1}}{n}\right\}$. Соответствующему однородному интегральному уравнению удовлетворяет функция $\phi(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} t^n/(n! \prod_{k=1}^{n}(2^k-1)\ln 2)$.

В п. 1.3 рассмотрена система уравнений вида (1) с разрывными матричными ядрами $K_i(t,s)$ размерами $m \times m$. В этом случае характеристическое уравнение имеет вид $\det B(j) = 0$.

Теорема 2. (достаточные условия существования и единственности решения). *Пусть* $D(0) := \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i'(0) ||K_n^{-1}(0,0)\{K_i(0,\alpha_i(0)) - K_{i+1}(0,\alpha_i(0))\}|| < 1$, *матрицы* $K_i(t,s)$ *непрерывны и имеют непрерывные производные по* t, *вектор-функция* $f(t)$ *имеет непрерывную производную,* $f(0) = 0$*. Тогда система уравнений (1) в классе непрерывных функций* $\mathcal{C}_{[0,T]}$ *имеет единственное решение.*

Отметим, решение можно найти методом шагов, сочетая его с методом последовательных приближений.

В условиях теоремы 2 решение системы (1) на основании теоремы Банаха об ограниченности обратного оператора является корректно поставленной по Адамару на паре пространств $\big(\mathcal{C}_{([0,T],\mathbb{R}^m)},\ \ \overset{\circ}{\mathcal{C}}{}^{(1)}_{([0,T],\mathbb{R}^m)}\big)$, когда в системе (1) задается приближение $\tilde{f}(t)$, являющееся непрерывно дифференцируемой функцией, причем $\tilde{f}(0) = f(0) = 0$.

При исследовании системы (1) в случае $D(0) > 1$ также могут существовать параметрические семейства решений и вводятся определения:

Число j^* — *регулярная точка матрицы* $B(j)$, если матрица $B(j^*)$ обратима.

Число j^* — *простая особая точка матрицы* $B(j)$, если $\det B(j^*) = 0$, $\det\big[\big\langle B^{(1)}(j^*)\phi_i, \psi_l\big\rangle\big]_{i,l=1}^{r} \neq 0$, где $\{\phi_i\}_1^r$ – базис в $\mathcal{N}(B(j^*))$, $\{\psi_i\}_1^r$ — базис в $\mathcal{N}(B'(j^*))$, где $B'(j^*)$ — транспонированная матрица, $B^{(1)}(j)$ — производная матрицы по j, $\mathcal{N}(B(j^*))$ — множество решений однородной системы $B(j^*)x = 0$.

Число j^* назовем $(k+1)$*–кратной особой точкой* матрицы $B(j)$, если $\det B(j^*) = 0$, производные $B^{(1)}(j^*), \dots, B^{(k)}(j^*)$ — нулевые матрицы, $\det\Bigg[\big\langle B^{(k+1)}(j^*)\phi_i, \psi_l\big\rangle\Bigg]_{i,l=1}^{r} \neq 0$, $k \geq 1$, $\{\phi_i\}_1^r$ — базис в $\mathcal{N}(B(j^*))$, $\{\psi_i\}_1^r$ — базис в $\mathcal{N}(B'(j^*))$.

Теорема 3. *Пусть все функции в системе (1) достаточно гладкие в окрестности нуля, матрица* $B(j)$ *в* $\mathbb{N} \cup \{0\}$ *имеет ровно* ν *особых точек* $j_1, \dots, j_\nu$ *кратностей* k_i, $\operatorname{rank} B(j_i) = r_i$, $i = \overline{1,\nu}$. *Тогда уравнение (1) при* $0 < t \leq T' \leq T$ *имеет решение* $x(t) = x^N(t) + t^N u(t)$, *зависящее от* $\sum_{i=1}^{\nu}(m - r_i)k_i$ *произвольных постоянных,* $x^N(t) := \sum_{i=0}^{N} x_i(\ln t)t^i$, *где векторные коэффициенты* x_i *строятся методом неопределенных коэффициентов в виде полиномов от* $\ln t$, $u(t)$ *вычисляется последовательными приближениями.*

Проведен анализ ситуаций, когда $f(0) \neq 0$ и решение строится в классе обобщенных функций. Изложен метод построения решений уравнения (1) с разрывной правой частью в классе ограниченных кусочно-непрерывных функций.

Вторая глава «Нелинейные динамические модели» посвящена анализу классов нелинейных уравнений, возникающих в интегральных моделях с операторами класса Гаммерштейна и Вольтерра. В моделях Гаммерштейна взаимосвязь между входным и выходным сигналами системы описывается оператором вида $\int_a^b K(t,s)g(s,u(s))\,ds$, где $g(\cdot)$ — нелинейная функция. В связи с этим, исследовано нелинейное уравнение Гаммерштейна с параметром λ:

$$u(t) = \int_a^b K(t,s)g(s,u(s),\lambda)\,ds, \tag{4}$$

где $K(t,s)$, $g(s,u,\lambda) = u(s) + f(s,u,\lambda)$ — непрерывные функции при $a \le t,s \le b, |u| \le r, |\lambda| \le \rho$, причем $f(s,u,\lambda)$ — аналитическая по u и по λ в окрестности точки $\lambda = 0, u = 0$, а ее разложение в ряд Тейлора может быть перегруппировано к виду $\sum_{i\nu+k=\theta}^{\infty} q_{ik}(s)u^i\lambda^k$, где $\nu = r/s, \theta = \frac{r+m}{s}$, $r,s,m \in \mathbb{N}$. Предполагается, что единица является характеристическим числом ядра $K(t,s)$, $\{\phi_i(t)\}_1^n$ — соответствующие собственные функции, $\{\psi_i(t)\}_1^n$ — собственные функции союзного ядра $K(s,t)$. Тогда уравнение (4) может иметь несколько ветвей решений $u_\lambda(t) \to 0$ при $\lambda \to 0$.

Теорема 4. *Пусть нелинейная система алгебраических уравнений* $\int_a^b \sum\limits_{i\nu+k=\theta} q_{ik}(s)\,\left(c_1\phi_1(s) + \cdots + c_n\phi_n(s)\right)^i \psi_j(s)\,ds = 0,\ j = \overline{1,n}$ *имеет простое решение* $c^* \neq 0$. *Тогда уравнение (4) имеет решение* $u = \lambda^\nu(c^*, \phi(t)) + r(t,\lambda)$, *где* $|r(t,\lambda)| = o(|\lambda|^\nu)$ *при* $\lambda \to 0$, *функция* $r(t,\lambda)$ *строится однозначно методом последовательных приближений.*

В нелинейном случае использование конкретной интегральной модели может быть ограничено во времени (режимы типа «blow-up» неограниченного возрастания решения). Поэтому предлагается метод нахождения гарантированного интервала $[0, T_1)$, за пределами которого решение нелинейного уравнения Вольтерра второго рода

$$x(t) = \int_0^t K(t,s,x(s))\,ds,\ x(0) = 0 \tag{5}$$

может разрушаться. Здесь $t,s,x \in D = \{0 \le s \le t \le T < \infty, |x| < \infty\}$, $K(t,s,x)$ определена, непрерывна и дифференцируема по x в области D и при любых $t \in [0,\infty)$ выполнены неравенства $|K(t,s,x)| \le m(s)\gamma(|x|)$, $\left|\frac{\partial K(t,s,x)}{\partial x}\right| \le m(s)\gamma'(|x|)$. Непрерывные, положительные и монотонно возрастающие функции $m(s)$, $\gamma(x)$ определены при $0 \le s < \infty$, $0 \le x < \infty$.

Теорема 5. *Пусть* $\lim\limits_{x\to+\infty} \int_0^x \frac{dx}{\gamma(x)} = +\infty$. *Тогда уравнение (5) при* $t \in [0,+\infty)$ *имеет непрерывное решение* $x(t)$ *и справедлива апри-*

орная оценка $|x(t)| \leq \hat{x}(t)$, *где* $\hat{x}(t)$ *— решение мажорантного интегрального уравнения* $\hat{x}(t) = \int_0^t m(s)\gamma(\hat{x}(s))\,ds$. *Последовательность* $x_n(t) = \int_0^t K(t,s,x_{n-1}(s))\,ds$, $x_0(t) \equiv 0$ *сходится к искомому решению.*

Если существует непрерывная, дифференцируемая и выпуклая по r, положительная и монотонно возрастающая по всем переменным функция $M(\rho, s, r)$, определеннная при положительных ρ, s, r, такая, что в области D при $t \in [0,\rho]$, $|x| \leq r$ выполнены неравенства $\left|\int_0^t K(t,s,x(s))\,ds\right| \leq \int_0^\rho M(\rho,s,r)\,ds$, $\left|\int_0^t \frac{\partial K(t,s,x(s))}{\partial x}\,ds\right| \leq \int_0^\rho \frac{\partial M(\rho,s,r)}{\partial r}\,ds$, то справедлива

Лемма. *Пусть* (r^*, ρ^*) *— положительное решение алгебраической системы* $\begin{cases} r = \int_0^\rho M(\rho,s,r)\,ds, \\ 1 = \int_0^\rho \frac{\partial M(\rho,s,r)}{\partial r}\,ds. \end{cases}$ *Тогда главное решение* $x(t)$ *уравнения (5) существует в классе* $\mathcal{C}_{[0,\rho^*]}$ *и справедлива оценка* $\max\limits_{0\leq t\leq \rho^*} |x(t)| \leq r^*$.

Используя метод построения главных членов асимптотик, предложенный в п. 2.1, в п. 2.3 исследовано нелинейное дифференциальное уравнение

$$F\left(x^{(n)}(t), x^{(n-1)}(t), ..., x^{(1)}(t), x(t), t\right) = 0, \quad 0 \leq t \leq p, \tag{6}$$

где непрерывная функция $F(x_n, x_{n-1}, ..., x_1, x, t)$ определена и дифференцируема в окрестности нуля достаточное число раз, $F(0, \cdots, 0) = 0$, причем

$$F = \sum_{\varepsilon i_0 + (\varepsilon-1)i_1 + \cdots + (\varepsilon-n)i_n + k = \theta} F_{i_n, i_{n-1}, \cdots i_0 k} (x^{(n)})^{i_n} \cdots (x^{(1)})^{i_1} x^{i_0} t^k +$$

$$+ o((|x^{(n)}| + \cdots + |x| + |t|)^\theta),$$

положительные рациональные числа ε, θ выбираются неоднозначно методом диаграммы Ньютона. Предложен метод построения асимптотик решений $x(t) = x_0 t^\epsilon + v(t)$, где x_0 — корень определенного полинома, $v(t) = o(|t|^\varepsilon)$ при $t \to 0$. Эффективность такого метода построения асимптотик демонстрируется на содержательных моделях. Например, показано, что дифференциальное уравнение $\sqrt{(1+\phi)^2 - 1}\frac{d^2\phi}{dx^2} = j(1+\phi)$, возникающее при анализе одной модели магнитной изоляции вакуумного диода[11] (здесь ϕ — потенциал электрического поля, j — сила тока), имеет решение вида

[11]Ben Abdallah, N. Mathematical models of magnetic insulation / N. Ben Abdallah, P. Degond et al. // Rapport interne, No. 97.20. — Toulouse: MIP Paul Sabatier University, 1997. — P. 1–38.

$\phi(x) = \left(\frac{9}{4\sqrt{2}}j\right)^{2/3} x^{4/3} + \mathcal{O}(x^{5/3})$. В п. 2.4 строятся обобщенные решения следующих классов нелинейных уравнений Вольтерра первого рода, возникающих в теории моделирования нелинейных динамических процессов типа: «вход-выход»

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{j=1}^{\infty} \prod_{i=1}^{n} \int_0^t K_{nij}(t, s_i) x(s_i)\, ds_i = f(t), \tag{7}$$

$$\sum_{m=1}^{N} \left(\int_0^t Q_m\,(t-s)\, x\,(s)\; ds \right)^m = f\,(t)\,, \tag{8}$$

$$\int_0^t K(t,s) \left(x(s) + g(s^l x(s), s) \right)\, ds = f(t). \tag{9}$$

Предполагается, что все заданные функции дифференцируемы по t, а в уравнении (9) все функции аналитичны в окрестности нуля. Решения строятся в виде $x(t) = c_0\delta(t) + c_1\delta^{(1)}(t) + \cdots + c_m\delta^{(m)}(t) + v(t)$, где $\delta(t)$ – функция Дирака. Регулярная функция $v(t)$ вычисляется методом последовательных приближений, а постоянные c_i находятся как решения определенных алгебраических уравнений.

Замечание. Задача определения ядер в интегральных моделях типа (7) по входным возмущениям $x(t)$ и измеренным откликам $f(t)$ достаточно хорошо изучена. Результаты соискателя в этой области приведены во второй части диссертации (см. гл. 4).

В третьей главе «Операторные динамические модели» построена теория ряда классов интегро-операторных и дифференциально-операторных моделей. Методы гл. 3 используют результаты прикладного функционального анализа [12] и обобщают результаты гл. 1 и 2 на случай общих уравнений в банаховых пространствах. В п. 3.1 рассмотрены линейные операторные уравнения Вольтерра с кусочно-заданным ядром вида (1), где теперь в формуле (2) $K_i(t,s)$ – суть семейство линейных непрерывных оператор-функций $K_i(t,s)$, определенных на компактах $\overline{D}_i$ и действующих из банахова пространства E_1 в банахово пространство E_2. Предложен метод построения решений таких уравнений, в том числе в случае, когда решение не единственное. Разработан формализм построения асимптотических приближений искомых

[12]Sidorov, N. Lyapunov-Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications. Series: Mathematics and Its Applications, Vol. 550 / N. Sidorov, B. Loginov, A.V. Sinitsyn, M.V. Falaleev. — Springer, 2003. — 548 p.

решений, обобщающий результаты гл. 1 на более широкие классы моделей. Метод построения главных решений в смысле Канторовича и оценки нижней границы возникновения режима «blow-up», изложенный в п. 2.2, модифицирован и применен в п. 3.2 для решений этой проблемы в случае нелинейного уравнения

$$\Phi\Big(\int_0^t K_1(t,s,y(s))\,ds, \int_0^t\int_0^t K_2(t,s,s_1,s_2,y(s_1),y(s_2))\,ds_1\,ds_2,\ldots$$

$$\ldots\int_0^t\cdots\int_0^t K_n(t,s_1,\ldots s_n,y(s_1),\ldots y(s_n))\,ds_1\ldots\,ds_n, y(t), t\Big) = 0,$$

частным случаем которого является ряд известных нелинейных интегральных моделей динамических систем [13, 14]. Предложен метод последовательных приближений, сходимость которого установлена с помощью исследования мажорантных интегральных и алгебраических уравнений. Даны оценки нормы решений и интервалов, на правых концах которых решения могут иметь blow-up пределы. В пп. 3.3 – 3.5 итерационные и асимптотические методы решения нерегулярных задач, изложенные во второй главе, обобщены на случай операторно-дифференциальных уравнений (10), (11), (12), где B — линейный необратимый фредгольмов оператор, а элементы $\{\phi_i\}_1^n$ образуют базис в $\ker B.$ А именно, построены главные члены асимптотик непрерывных решений в окрестности точки ветвления $t=0$ задачи Коши

$$B\frac{du}{dt} = F(u,t),\ u|_{t=0} = 0. \tag{10}$$

Разработан приближенный метод решения нелинейного операторного уравнения Вольтерра второго рода

$$G(u,t) + \int_0^t K(t,s,u(s))\,ds = 0,\ 0 \le s \le t \le \rho, \tag{11}$$

где $G'_u(u,t)|_{u=0,t=0} \stackrel{\text{def}}{=} B.$ Построена асимптотика решения $u \to 0$ при $\lambda \to 0.$ нелинейного операторного уравнения

$$Bu = F(u, \alpha(\lambda), \beta(\lambda)), \tag{12}$$

[13]Belbas, S.A. Numerical solution of multiple nonlinear Volterra integral equations /S.A. Belbas, Yu. Bulka // Applied Mathematics and Computation. — 2010, Vol. 217. — P. 4791–4804.

[14]Apartsin, A.S. Polynomial Volterra integral equations of the first kind and the Lambert function / A.S. Apartsin // Proc. of the Steklov Institute of Mathematics. — 2013. — Vol. 280, Issue 1 Suppl. — P. 26–38.

где $\alpha(\lambda)$, $\beta(\lambda)$ — непрерывные функционалы векторного параметра λ. Приведены достаточные условия существования решений задач (10), (11), (12), доказана сходимость разработанных итерационных методов. Главные члены асимптотик решений для задач (10), (11) строятся в виде $u(t) \sim t^{r/s} \sum_{i=1}^{n} c_i\phi_i$, а для задачи (12) – в виде $u(\lambda) \sim \alpha^{r/s}(\lambda) \sum\limits_{i=1}^{n} c_i\phi_i$. В каждой задаче вектор $c \in \mathbb{R}^n$ определяется из явно построенной системы нелинейных алгебраических уравнений. Рациональный показатель r/s также вычисляется явно построением диаграммы Ньютона для нелинейной части уравнения. Разработанная в гл. 3 методика построения асимптотики развивает идеи известного в нелинейном анализе метода Ляпунова-Шмидта [12]. Эффективность методики иллюстрируется построением асимптотик решений конкретных начально-краевых задач, в том числе возникающих в сложных нелинейных задачах механики (уравнение Осколкова-Бенджамина-Махони, моделирующее динамику вязкой несжимаемой жидкости, краевая задача о колебании спутника в плоскости его эллиптической орбиты).

Вторая часть диссертации (гл. 4, 5) посвящена теории и приложениям интегральных моделей в электроэнергетике и в обработке многомерных сигналов. Здесь, наряду с интегральными уравнениями и интегральными преобразованиями используются методы машинного обучения В четвертой главе «Идентификация полиномиальных моделей Вольтерра», носящей методологический характер и примыкающей к результатам гл. 2, описаны этапы идентификации нелинейных динамических систем на основе полиномиальных регрессионных моделей Вольтерра и даны приложения к задаче моделирования теплофизических процессов. В пятой главе «Интегральные модели в обработке сигналов и в машинном обучении» предложены новые модели, позволяющие оценивать состояние ключевых параметров режима ЭЭС. Кроме того, предложена модель, позволяющая оценить риск появления неустойчивых межсистемных колебаний в ЭЭС. Изложена связь моделей Вольтерра, рассмотренных в гл. 1, с методами гл. 5. Построенная в гл. 5 методика прогнозирования нестационарных нелинейных процессов впервые использует преобразование Гильберта-Хуанга (ПГХ)[15] на этапе извлечения значимых признаков

[15] Huang, N. E. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis / N.E. Huang, Z. Shen, S. R. Long et al. // Proc. R. Soc. Lond. A. — 1998. — Vol. 454. — P. 903–995.

исходного ряда в сочетании с методом опорных векторов и нейросетевым подходом. Разработанная модель (см. рис. 2) разбивается на три этапа:

1. Используя известный алгоритм EMD [19,20], исходный нестационарный временной ряд $y(t)$ раскладываем на сумму функций IMF[16] $\sum_0^n x_i(t)$. С помощью сингулярного интегрального преобразования Гильберта $x_{hi}(t) = \frac{1}{\pi}\, p.v. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x_i(s)}{t-s} ds$ ($p.v.$ – главное значение по Коши) вычисляем функции $a_i(t) = \sqrt{{x_i}^2(t) + {x_{hi}}^2(t)}$, $\omega_i(t) = \frac{d}{dt} arctg \frac{x_{hi}(t)}{x_i(t)}$, называемые соответственно мгновенной амплитудой и мгновенной частотой;
2. Проводим выбор параметров, значимых для прогноза;
3. На основе методов машинного обучения (ИНС и регрессии опорных векторов) строим искомую прогнозную модель (рис. 2).

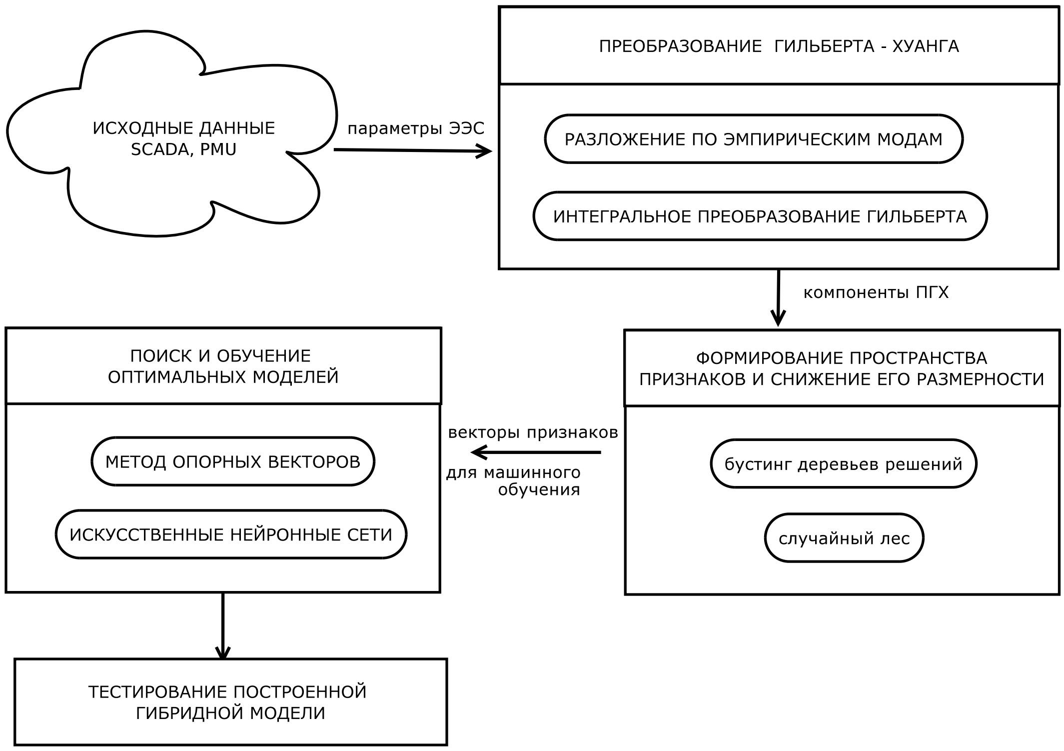

Рис. 2: Блок-схема гибридной прогнозной модели

Эффективность такого моделирования подтверждена на решении содержательных задач в проблемах прогнозирования цен на электроэнергию энергетических бирж ANEM и Nord Pool Spot, параметров ЭЭС (напряжение, частота и переток активной мощности). Подобная модель использована в гл. 5

[16] EMD, англ. «empirical mode decomposition» – метод эмпирической модовой декомпозиции в ПГХ, IMF, англ. «intrinsic mode functions» – эмпирические моды (внутренние колебания).

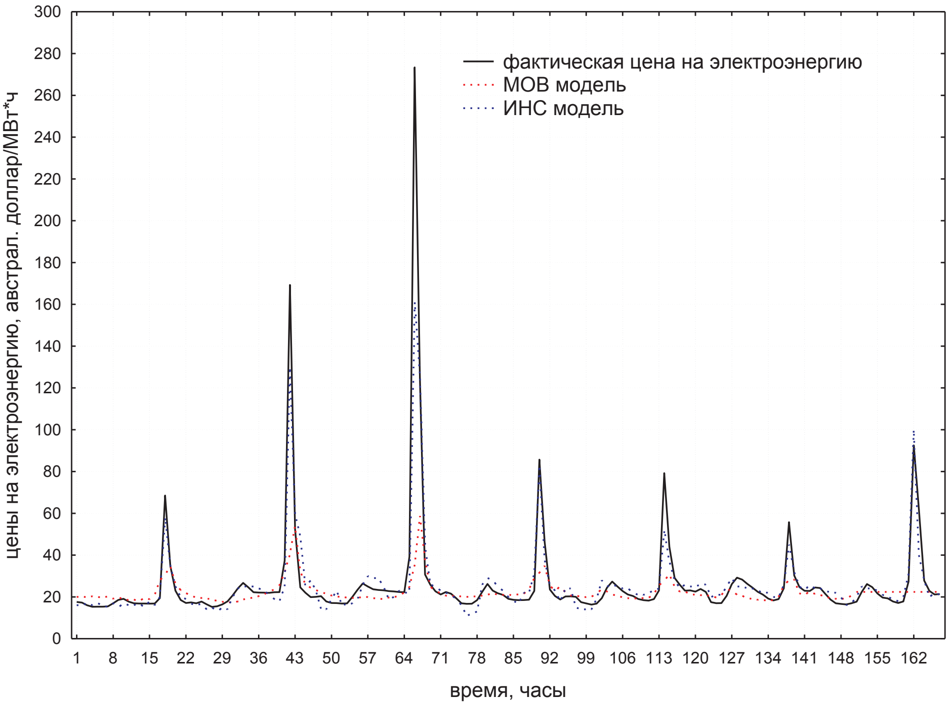

Рис. 3: Результаты прогнозирования цен на электроэнергию рынка Австралии «на 1 час вперёд» с использованием ПГХ-ИНС и ПГХ-МОВ гибридных моделей.

и с целью прогноза генерации энергии, вырабатываемой ветряными фермами Ирландии (остров Valentia). Важным свойством разработанной методики является ее хорошая способность прогнозировать пиковые значения, см. рис. 3. Для сравнения эффективности предложенного подхода в таб. 2 представлены

Таблица 2: Результаты сравнения прогнозов цен на электроэнергию рынка Австралии «на 1 час вперёд» с использованием гибридных моделей

Сезон / Период	Ошибки	АРПСС-ИНС гибридная модель[19]	ПГХ-ИНС гибридная модель	ПГХ-МОВ гибридная модель
Осень	MAPE (%)	13.03	12.24	17.16
21 – 27.05.2006	MAE	7.12	3.86	7.01
	RMSE	28.02	20.12	23.74

результаты прогноза на базе модели АРПСС-ИНС [17]. Наиболее точный прогноз даёт предложенная соискателем гибридная модель ПГХ-ИНС (средняя ошибка MAPE – 12,24%) по сравнению с гибридными моделями АРПСС-ИНС – 13,03% и ПГХ-МОВ – 17,16%. Модель ПГХ-МОВ даёт меньшие ошиб-

[17] Areekul, P. A hybrid ARIMA and neural network model for short-term price forecasting in deregulated market / Areekul P., Senjyu T., Toyama H., Yona A. // IEEE Trans. Power Syst. – 2010. – Vol. 25, N. 1. – P. 524 – 530

ки MAE и RMSE (соответственно 7,01% и 23,74%) по сравнению с моделью АРПСС-ИНС (7,12% и 28,02%). При алгоритмизации этапов прогнозной модели использовались Matlab 7.10.0, пакет Statistica 12 (StatSoft) и среда вычислений с открытым исходным кодом R.

В п. 5.1 исследуются задачи раннего распознавания появления неустойчивых межсистемных колебаний в ЭЭС, используя измерения тока, напряжения и разности фаз, измеряемых в узлах сети в реальном времени. Цель модели заключается в обеспечении системного оператора информацией о границах устойчивости ЭЭС. Использовалась нестационарная авторегрессионная модель: $y_t = a_t y_{t-1} + b_t y_{t-2} + c_t + \sigma_t e_t$, где y_t — наблюдаемый сигнал в момент времени t, a_t, b_t, c_t, σ_t — неизвестные параметры, и e_t — аддитивный белый гауссовский шум. Для идентификации параметров модели используются алгоритмы, изложенные в работах [31, 32], см. так же монографию[18]. Границы устойчивости системы определялись как апостериорные вероятности устойчивости полюсов системы $p_{1,2} = (a_t \pm \sqrt{a_t^2 + 4b_t})/2$. Система осциллирует при $\Im(p_{1,2}) \neq 0$ и не устойчива при $|p_{1,2}| > 1$. Эффективность модели продемонстрирована на стандартной схеме (см. рис. 4, рис. 5) и на реальных

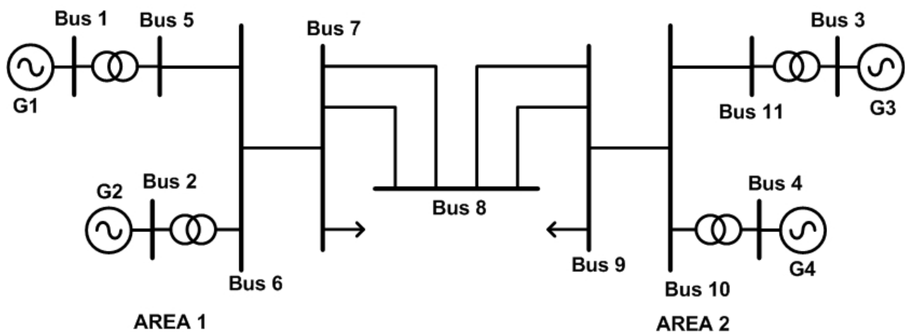

Рис. 4: Тестовая система

ретроспективных данных аварии в сети 500 кВ ЭЭС Китая. Модель реализована в среде Matlab 7.10.0 / Power System Analysis Toolbox (PSAT).

В п. 5.2 рассмотрена проблема восстановления видео-последовательностей с синусоидальным шумом, порожденным нелинейными преобразованиями сигнала в телекинодатчике (ТКД) ввиду разницы углов расположения ТВ-линий и траекторий сканирования ТКД. Данный нестационарный шум имеет мультипликативную природу, см. рис. 6. Разработан адаптивный спектраль-

[18] Šmídl, V. The Variational Bayes Method in Signal Processing. / V. Šmídl, A. Quinn. – New York: Springer Publ., 2006. – 227 p.

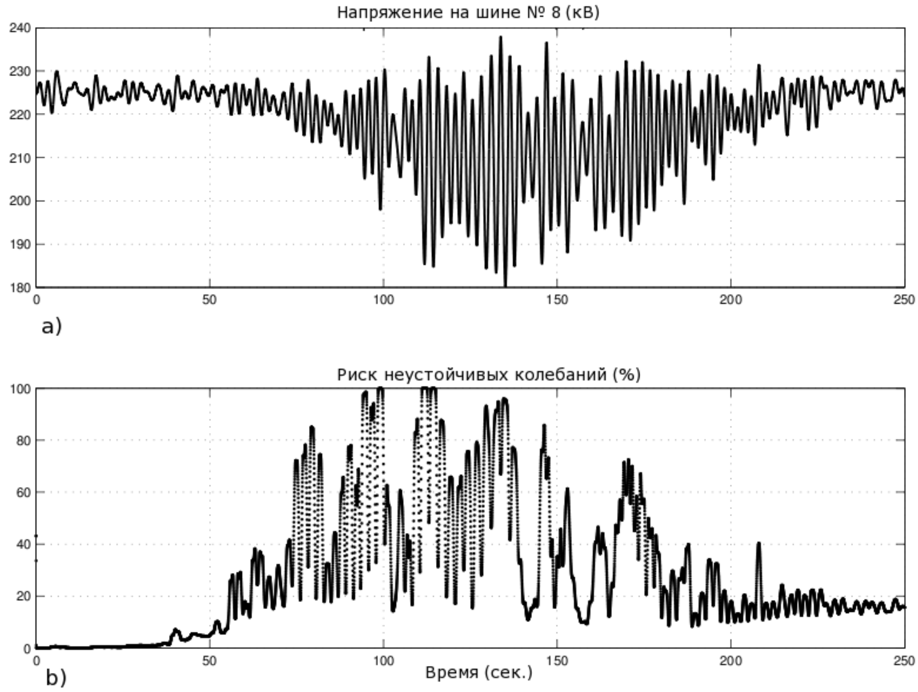

Рис. 5: Численное моделирование. Результаты для данных по напряжению: **a)** наблюдаемый временной ряд, **b)** риск неустойчивых колебаний.

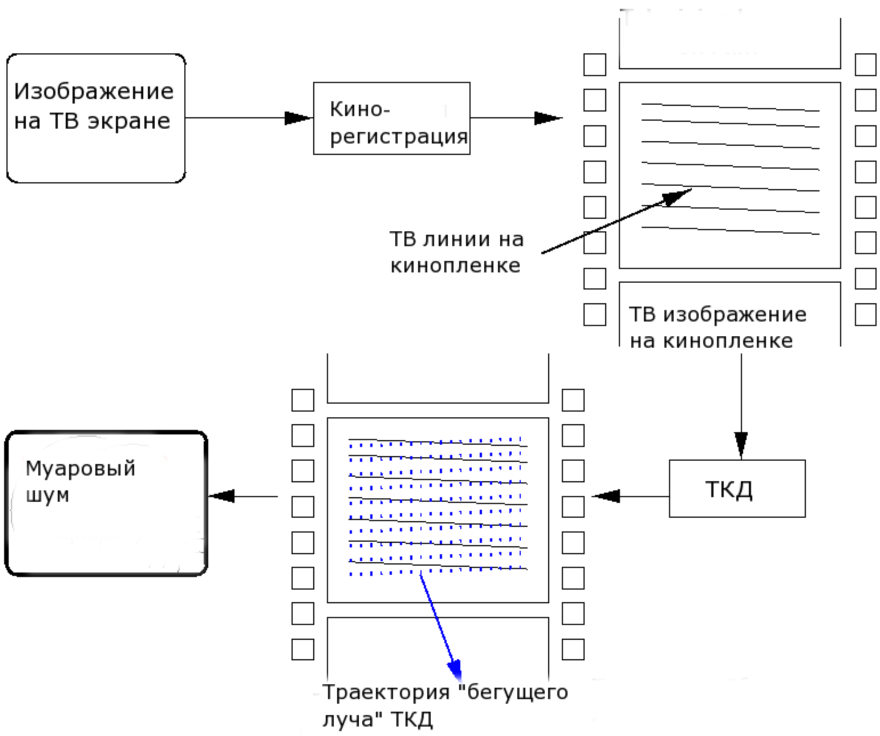

Рис. 6: Схема нелинейной динамической системы формирования муаровых интерференций

ный фильтр, автоматически подавляющий частоты, соответствующие муаровому шуму. Используется блочная обработка с наложением и автоматический выбор пороговой функции, см. рис. 7. Фильтр реализован в среде MatLab

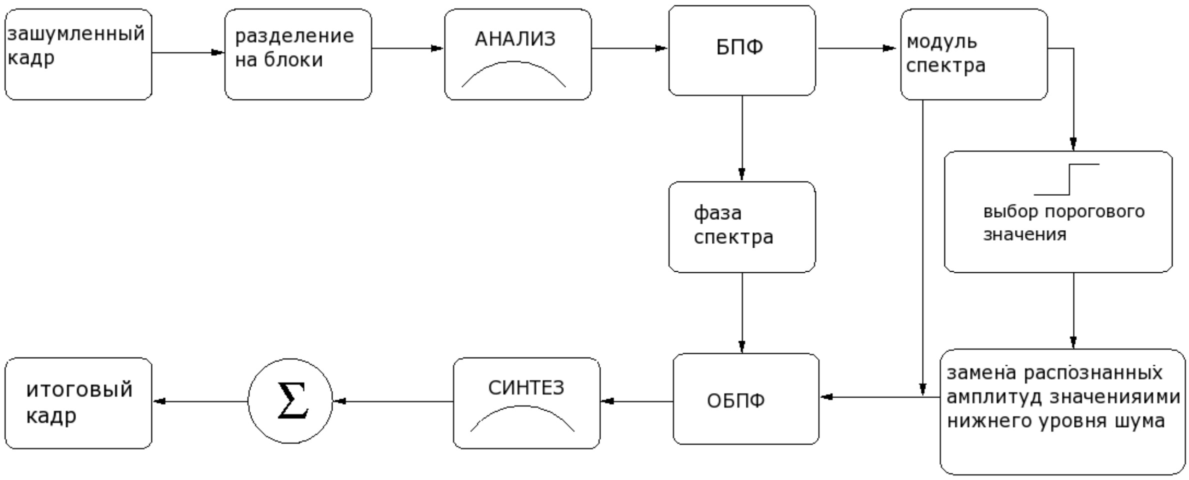

Рис. 7: Схема фильтра муарового шума.

7.10.0 в виде комплекса проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента с видео последовательностями [39] . Результаты обработки представлены на рис. 8.

a) b)

Рис. 8: Результаты обработки двух кадров: **a)** зашумленный кадр, **b)** результаты восстановления.

В п. 5.3 рассмотрены численные методы моделирования, возникающие при создании автоматических систем распознавания дефектов на производственных линиях, работающих в режиме реального времени с использованием комбинации методов обработки изображений, алгоритмов машинного обучения, комбинаторной оптимизации и интегральных преобразований. Построение функции классификации проводилось на основе кластерного анализа. Подход предполагает автономный процесс обучения (см. рис. 9). На этапе

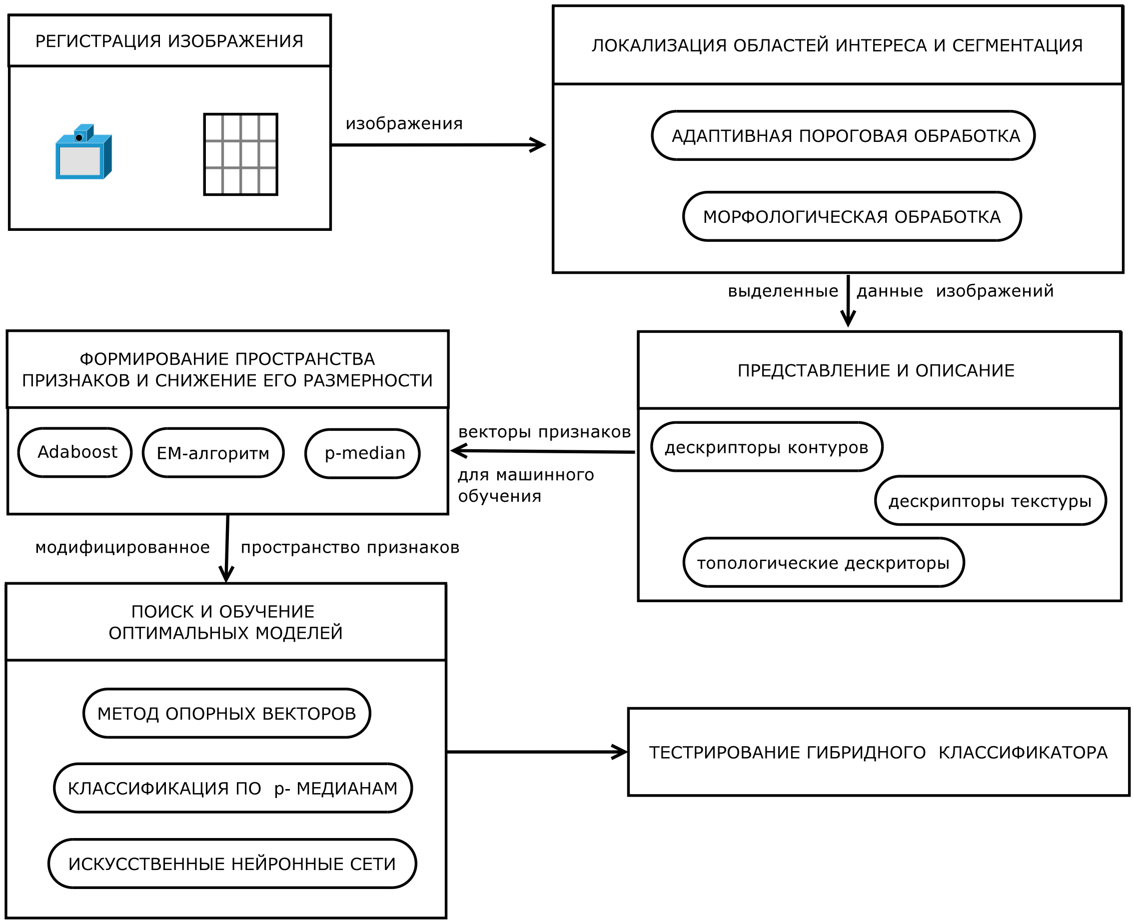

Рис. 9: Блок-схема гибридного классификатора

обучения обучающие выборки (векторы-признаки) брака и оверкилов[19] разбиваются на кластеры. Входящий образец классифицируется в соответствии с принадлежностью тому или иному кластеру. Сравнительный анализ относительно других методов продемонстрировал эффективность разработанного подхода. Разработанный классификатор реализован в виде коммерческого программного обеспечения XDCore и используется на производстве компанией VisionXtreme Pte Ltd (Сингапур) [34] . Также разработана интегральная модель для решения задачи поиска изображений (имеющих требуемое содержание) в больших архивах цифровых медицинских изображений [35] . Таким образом, в отличии от результатов первой части, где используются модели, описываемые интегральными, дифференциальными и функциональными уравнениями, во второй части диссертации в силу специфики рассмотренных приложений кроме интегральных уравнений и преобразований используют-

[19](от англ. «overkill» - выход за рамки разрешенного) спец. термин в машинном зрении обозначающий изображения объектов ошибочно принятых исходным классификатором за дефект.

ся методы и алгоритмы машинного обучения. В *Заключении* представлены выводы по результатам исследования и перечислены основные результаты диссертации.

Результаты, выносимые на защиту:

— предложен и изучен новый класс моделей на основе интегральных уравнений Вольтерра с ядрами, претерпевающими разрывы первого рода на эндогенных кривых запаздывания, предложены аналитические и численные методы построения решений таких уравнений [2, 4–6, 18, 19, 21];

— проведена классификация новых классов нерегулярных интегро-операторных моделей с вырождениями, доказаны конструктивные теоремы существования, предложены приближенные методы построения решений классов линейных и нелинейных систем в нерегулярных случаях, построены главные члены асимптотик их решений [1, 7–9, 11–16, 20, 24–27];

— предложены новые модели и численные методы прогнозирования временных рядов с использованием интегрального преобразования Гильберта-Хаунга и численных методов машинного обучения [3, 10, 23];

— построены математические модели и алгоритмы в решении следующих проблем: подавление нестационарных квази-периодических шумов в многомерных сигналах [17, 39], автоматизация распознавания дефектов [22];

— разработанные численные методы решения интегральных уравнений, прогнозные модели и фильтр подавления квази-периодических шумов реализованы в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента [2, 3, 10, 17, 18, 38, 39].

Список публикаций по теме диссертации

Статьи в журналах, индексируемых Web of Science и SCOPUS:

[1] Сидоров, Д. Н. *Существование и разрушение главных по Канторовичу непрерывных решений нелинейных интегральных уравнений* / Д.Н. Сидоров // Дифференциальные уравнения. — 2014. — Т. 50, № 9. — С.1231–1237.

[2] Сидоров, Д. Н. *Об одной интегральной модели Вольтерра развивающихся динамических систем.* / Е.В. Маркова, Д.Н. Сидоров // Автоматика и телемеханика. — 2014. — № 3. — С.3–13.

[3] Сидоров, Д. Н. *Прогнозирование нестационарных временных рядов на основе преобразования Гильберта–Хуанга и машинного обучения* / В.Г. Курбацкий, Д.Н. Сидоров, В.А. Спиряев, Н.В. Томин // Автоматика и телемеханика. — 2014. — № 5. — С.143—158.

[4] Sidorov, D. N. *Generalized Solution to the Volterra Equations with Piecewise Continuous Kernels* / D.N. Sidorov // Bull. Malays. Math. Sci. Soc. — 2014. — Vol. 37, № 2. — P.623–639.

[5] Сидоров, Д. Н. *О параметрических семействах решений интегральных уравнений Вольтерры I рода с кусочно-гладкими ядрами* / Д.Н. Сидоров // Дифференциальные уравнения. — 2013. — Т. 49, №. 2. — С.209–215.

[6] Сидоров, Д. Н. *О разрешимости систем интегральных уравнений Вольтерра первого рода с кусочно-непрерывными ядрами* / Д.Н. Сидоров // Изв. вузов. Матем. — 2013. — №. 1. — С.62–72.

[7] Sidorov, D. N. *Convex majorants method in the theory of nonlinear Volterra equations* / D.N. Sidorov, N.A. Sidorov // Banach Journal of Mathematical Analysis. — 2012. — Vol. 6, № 1. — P.1–10.

[8] Сидоров, Д. Н. *Последовательные приближения решений нелинейных уравнений с векторным параметром в нерегулярном случае* / Н.А. Сидоров, Р.Ю. Леонтьев, Д.Н. Сидоров // Сиб. журн. индустр. матем. — 2012. — Т. 15, № 1. — С.132—137.

[9] Сидоров, Д. Н. *О малых решениях нелинейных дифференциальных уравнений в окрестности точек ветвления* / Н.А. Сидоров, Д.Н. Сидоров // Изв. вузов. Матем. — 2011. — № 5. — С.53–61.

[10] Сидоров, Д. Н. *О нейросетевом подходе к прогнозированию нестационарных временных рядов на основе преобразования Гильберта–Хуанга* / В.Г. Курбацкий, Д.Н. Сидоров, В.А. Спиряев, Н.В. Томин // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 7. — С.58–68.

[11] Сидоров, Д. Н. *Обобщенные решения в задаче моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерра* / Н.А. Сидоров, Д.Н. Сидоров // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 6. — С.127–132.

[12] Сидоров, Д. Н. *О решении операторно-интегральных уравнений Вольтерры в нерегулярном случае методом последовательных приближений* / Н.А. Сидоров, Д.Н. Сидоров, А.В. Красник // Дифференциальные уравнения. — 2010.— Т. 46, № 6. — С.874–882.

[13] Сидоров, Д. Н. *О решении интегрального уравнения Гаммерштейна в нерегулярном случае методом последовательных приближений* / Н.А. Сидоров, Д.Н.Сидоров // Сиб. матем. журн. — 2010. — Т. 51, №. 2.—С.404–409.
[14] Сидоров, Д. Н. *Об обобщенных решениях интегральных уравнений в задаче идентификации нелинейных динамических моделей* / Сидоров Н.А., Сидоров Д.Н. // Автоматика и телемеханика. — 2009. – № 4. — С.41—47.
[15] Sidorov, D. *Generalized solutions of Volterra integral equations of the first kind.* / N. Sidorov, M. Falaleev, D. Sidorov // Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2). 2006. — Vol. 29, No. 1. — P.101–109.
[16] Сидоров, Д. Н. *Существование и построение обобщенных решений нелинейных уравнений Вольтерры первого рода* / Н.А. Сидоров, Д.Н. Сидоров // Дифференциальные уравнения. — 2006. — Т. 42, № 9. — С.1243—1247.
[17] Sidorov, D. *Digital restoration systems: coping with reality* / A. Kokaram, R. Bornard, A. Rares, D. Sidorov, J.H. Chenot, L. Laborell, J. Biemond // SMPTE Motion Imaging Journal. — 2003. — Vol. 112, No. 7-8. — C. 225–231.

Статьи в других журналах, включенных в перечень научных изданий, рекомендованных ВАК РФ:

[18] Сидоров, Д. Н. *Численное решение слабо регулярного уравнения Вольтерра первого рода* / Д.Н. Сидоров, А.Н. Тында, И.Р. Муфтахов // Вестник ЮУрГУ. Сер. Мат. мод. и програм. – 2014. — Т. 7, № 3 — С.107–115.
[19] Сидоров, Д. Н. *О разрешимости уравнений Вольтерра первого рода с кусочно-непрерывными ядрами в классе обобщенных функций.* / Д.Н. Сидоров // Изв. ИГУ. Сер. Математика. – 2012. — Т. 5, № 1. — С.80–95.
[20] Сидоров, Д. Н. *О последовательных приближениях решений вырожденной задачи Коши* / Н.А. Сидоров, Д.Н. Сидоров // Тр. ИММ УрО РАН. — 2012. — Т. 18, № 2. — С.238–244.
[21] Сидоров, Д. Н. *О семействах решений интегральных уравнений Вольтерры первого рода с разрывными ядрами* / Д.Н. Сидоров // Вестник ЮУрГУ. Сер. Мат. моделир. и програм. – 2012. – Вып.12, № 18 (227). – С.44–52.
[22] Сидоров, Д. Н. *Приложение кластерного анализа к автоматическому распознаванию дефектов* / И.Л. Васильев, Д.Н. Сидоров // Проблемы управления. — 2007. — № 4. — С.36–42.
[23] Сидоров, Д. Н. *Методы прогнозирования параметров режима электро-*

энергетических систем для целей мониторинга и управления / А.З. Гамм, А.М. Глазунова, Ю.А. Гришин, В.Г. Курбацкий, Д.Н. Сидоров, В.А. Спиряев, Н.В. Томин // Электричество. — 2011. — № 5. — С.17–26.

[24] Сидоров, Д. Н. *Об одном классе нелинейных уравнений первого рода с однородными операторами* / Д.Н. Сидоров // Изв. ИГУ. Сер. Математика. — 2011. — Т.5, № 1. — С.109–117.

[25] Сидоров, Д. Н. *Асимптотические приближения решений нелинейных краевых задач с векторным параметром в окрестности точки бифуркации* / Н.А. Сидоров, Д.Н. Сидоров, Р.Ю. Леонтьев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2011. — № 3. — С.16–22.

[26] Сидоров, Д. Н. *Метод монотонных мажорант в теории нелинейных уравнений Вольтерра* / Д.Н. Сидоров // Изв. ИГУ. Сер. математика. — 2011. — Т. 4, № 1. — С.97–108.

[27] Сидоров, Д. Н. *О разветвляющихся решениях нелинейных дифференциальных уравнений n-го порядка* / Д.Н. Сидоров, Н.А. Сидоров // Изв. ИГУ. Сер. Математика. — 2010. — Т.3, №1. — С.92–103.

Прочие научные публикации:

[28] Sidorov, D. *Volterra equations of the first kind with discontinuous kernels in the theory of evolving systems control* / D. Sidorov // Studia Informatica Universalis. — 2011. — Vol. 9, № 3. — P. 135–145.

[29] Sidorov, D. *Hybrid model short-term forecasting short-term operation conditions of power systems. / V. Kurbatsky, N. Tomin, D. Sidorov, V. Spiryaev // J. of Machine Learning and Computations.* – 2011. 2 (5). – P. 138–147.

[30] Sidorov, D. *On impulsive control of nonlinear dynamical systems based on the Volterra series* / D. Sidorov // Proc. of 10th Intl Conf. on Environment and Electrical Engineering, EEEIC.EU. — 2011. — C. 5874602.

[31] Sidorov, D. *Non-stationary autoregressive model for on-line detection of inter-area oscillations in power systems* / D. Sidorov, V. Šmídl, D. Panasetsky // Proc. of Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe, 11-13 Oct. 2010. — P.1–5.

[32] Sidorov, D. N. *On-line detection of inter-area oscillations using forgetting approach for power systems monitoring* / D. Sidorov, Yu. A. Grishin, V. Šmídl // Proc. of ICCAE, 26–28 Feb. 2010, Singapore. — 2010. — Vol. 3. — P.292–295.

[33] Sidorov, D. N. *Operating conditions forecasting for monitoring and control of electric power systems* / N. I. Voropai, A.M. Glazunova, V.G. Kurbatsky, D.N. Sidorov, V.A. Spiryaev, N.V. Tomin // Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (IEEE ISGT), 11-13 Oct. 2010. — 2010. — Vol. 1. — P.1 – 7.
[34] Sidorov, D. *Automatic defects classification with p-median clustering technique* / S.W. Wong, I. Vasilyev, S. Salerno // Proc. of 10th Intl Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV). — 2008. — P. 775–780.
[35] Sidorov, D. N. *Robust retrieval from compressed medical image archives* / D.N. Sidorov, J.-F. Lerallut, J.-P. Cocquerez, J. Azpiroz // SPIE Proc.: Medical Imaging: PACS and Imaging Informatics. — 2005. — Vol. 5748. — P. 419–426.
[36] Сидоров, Д. Н. *Применение неклассических интегральных уравнений I рода типа Вольтерра для математического моделирования динамических систем* / Е.В. Маркова, Д.Н. Сидоров, С.В. Солодуша, В.А. Спиряев // Мат. IV конф. молодых ученых СО РАН, посв. М.А. Лаврентьеву. — 2004. – С.69–73.
[37] Sidorov, D. N. *Suppression of moire patterns via spectral analysis* / D.N. Sidorov, A.C. Kokaram // SPIE Proc.: Visual Communications and Image Processing. — 2002. — Vol. 4671. — P.895–906.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ:

[38] *Программный комплекс численного решения интегрального уравнения Вольтерра первого рода с кусочно-непрерывным ядром*: свидетельство 2012616439 / Д.Н. Сидоров (RU); правообладатель ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет». – 2013615261; заявл. 26.02.2013; зарегистр. 03.06.2013; реестр программ для ЭВМ.

[39] *Адаптивный режекторный фильтр по подавлению муарового шума в цифровых изображениях*: свидетельство 2013611329 / Д.Н. Сидоров (RU); правообладатель ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет». – 2013611329; 21.11.2012; зарегистр. 09.01.2013; реестр программ для ЭВМ.

Монографии:

[40] Сидоров, Д. Н. *Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения* / Д. Н. Сидоров. — Иркутск: Изд. ИГУ, 2013. — 293 с.

[41] Sidorov, D. *Integral Dynamical Models: Singularities, Signals and Control* / D. Sidorov; Ed. by L. O. Chua. —Singapore, London: World Scientific Publ., 2014. — Vol. 87 of *World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A*. — 243 p.