На правах рукописи

Перевалова Ирина Александровна

ОПИСАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ ОБЛАСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТАЛКИВАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ В ФОРМАЛИЗМЕ ФУНКЦИИ ВИГНЕРА

01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Иркутск — 2012

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Иркутского государственного университета

Научный руководитель:

Валл Александр Николаевич	доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Марков Юрий Адольфович	доктор физико-математических наук, зав. лабораторией Математического моделирования динамических систем с распределенными параметрами Института динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск
Кураев Эдуард Алексеевич	доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник БЛТФ Объединенного института ядерных исследований, Дубна

Ведущая организация:

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, г. Новосибирск

Защита диссертации состоится «28» мая 2012 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.074.04 при Иркутском государственном университете по адресу: 664003, Иркутск, бульвар Гагарина, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Иркутского государственного университета.

Автореферат разослан «26» апреля 2012 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент

Б. В. Мангазеев

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Функция Вигнера была введена в 1932 году для изучения квантовых поправок к классической статистической механике. Она определяет квазивероятностное распределение в фазовом пространстве канонически сопряженных (в квантово-механическом смысле) динамических величин „координата – импульс“. Знание функции Вигнера позволяет вычислять средние значения любых динамических величин, а также определять явный вид квантово-механических операторов, соответствующих данным динамическим величинам.

Наиболее полная информация о структуре изучаемой системы содержится в совместном распределении по импульсу и по координатам. Такое распределение без труда можно построить для классической системы (распределение Больцмана), однако в квантовом случае нельзя говорить об одновременной локализации частицы по импульсу и координате (принцип неопределенности Гейзенберга). Тем не менее, функции, которые описывают случаи одновременно неизмеримых величин, были введены как обобщение понятия обычных вероятностных функций распределения. Их называют квазивероятностными функциями распределения. Такие распределения оказались чрезвычайно полезными не только для вычисления различных величин в квантовых системах, но и в качестве связующего звена между классической и квантовой механикой. Одним из наиболее часто используемых примеров таких функций является как раз функция Вигнера.

Диссертация посвящена построению формализма, основанного на аналоге понятия функции Вигнера для случая описания пространственной структуры области взаимодействия сталкивающихся частиц. Базовым элементом построения служит амплитуда рассеяния (угловое распределение) и распределение конечных состояний по пространственному параметру вылета. Квазивероятностное распределение в таком фазовом пространстве позволяет вычислять такие характеристики конечных состояний процесса столкновения, как средний радиус области рождения частиц, пространственное распределение неупругой функции перекрытия в процессах $2 \to n$; исследовать томографический образ пространства конечных состояний (преобразование Радона).

Целью работы является:

1. Построение аналога функции Вигнера как квазивероятностного распределения в фазовом пространстве не коммутирующих между собой величин „поперечный импульс – параметр вылета“ для случая описания процессов упругого рассеяния.

2. Получение связи между среднеквадратичным радиусом области рождения конечного состояния и амплитудой угловых распределений, которая является извлекаемой из экспериментальных данных величиной.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Разработан формализм построения конечных одно- и двухчастичных состояний рассеянных частиц в терминах параметра вылета детектируемой частицы в приближении малых поперечных импульсов рассеяния. Построено фазовое пространство канонически сопряженных величин „поперечный импульс – параметр вылета“ в указанном приближении, показана физическая обоснованность этого приближения. Получено решение уравнения унитарности в рамках данного приближения.

2. Разработан формализм, основанный на понятии, аналогичном понятию функции Вигнера для чистого состояния, для случая описания пространственных характеристик области взаимодействия частиц при упругих столкновениях. Аналог функции Вигнера построен как дифференциальное сечение упругого процесса по параметру вылета детектируемой частицы и импульсной переменной.

3. Показано, что среднеквадратичный радиус области рождения частицы в упругом процессе может быть выражен через амплитуду такого процесса, являющуюся проверяемой на эксперименте величиной.

Научная новизна

В работе впервые построен аналог функции Вигнера для описания процессов упругого столкновения частиц. Функция Вигнера при этом строится не из волновых функций, описывающих состояние какой-либо системы, а на амплитудах упругого рассеяния. Для этого был модифицирован существующий формализм описания пространственной структуры области взаимодействия частиц и было получено новое ядро перехода между импульсным и координатным пространством в приближении малых поперечных импульсов. Впервые получено точное выражение для среднеквадратичного радиуса области рождения детектируемой частицы через амплитуду упругого процесса, лежащую на энергетической поверхности реакции.

Научная и практическая ценность

Разработанный формализм описания упругих процессов рассеяния в терминах построенной функции Вигнера позволяет вычислять средние значения геометрических характеристик области взаимодействия. Вычисленный средний радиус области рождения частицы в упругом процессе является одним из самых общих примеров таких характеристик. При дальнейшем описании неупругих процессов разработанный формализм может выступать основой для вычисления такой характеристики области взаимодействия, как средняя множественность рождения частиц (при соответствующем учете динамики взаимодействия). Измерение множественности в зависимости от энергии является одной из задач LHC. На основе разработанного нами формализма возможно исследование этой зависимости от пространственного параметра вылета. Такое пространственное распределение средней множественности позволит детально изучить структуру области взаимодействия частиц. Кроме того, построенная нами функция Вигнера лежит в основе реконструкции томографических образов пространственной структуры области взаимодействия частиц с помощью преобразования Радона. Такая томографическая картина несет информацию о распределении вещества в области взаимодействия частиц при высокоэнергетичных столкновениях.

Апробация работы

Материалы диссертации докладывались на на Международной Байкальской молодежной научной школе по фундаментальной физике (ИСЗФ СО РАН, Иркутск, сентябрь 2009), на научном семинаре Института Теоретической Физики II (Ruhr-Universitat, Bochum, Germany, октябрь 2010), на Международной Байкальской летней школе по физике элементарных частиц и астрофизике (ИГУ, п. Большие Коты Иркутской области, июль 2011), на семинарах кафедры теоретической физики ИГУ.

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 5 печатных работ [1 – 5] в отечественных изданиях, в том числе 4 работы [2 – 5] в журналах, рекомендованных ВАК. Указанные публикации впервые используются при подготовке диссертации.

Личный вклад автора

Исследования, составляющие основу диссертационной работы, выполнены в соавторстве с А.Н. Валлом, А.А. Владимировым, М.В. Поляковым, О.Н. Солдатенко и А.К. Едемской. Результаты работы, сформулированные в защищаемых положениях, получены и интерпретированы в существенной мере лично соискателем.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 90 наименований. Общий объём диссертации – 102 страницы, включая 11 рисунков.

Краткое содержание работы

Во **Введении** обсуждается современное состояние проблемы, отражена актуальность исследуемой темы, сформулированы цели и методы решения поставленных задач, излагается краткое содержание работы.

В первой главе приводится обзор формализма функции Вигнера и его приложений при описании состояний квантовых систем в фазовом пространстве „координата – импульс“.

Функция Вигнера является аналогом классической статистической функции распределения совместно в импульсном и координатном пространствах и носит название квазивероятностной функции распределения. Для случая описания чистого состояния функция Вигнера была введена в следующем виде [6, 7]:

$$W(\vec{r};\vec{p}) = \int \frac{d^3R}{(2\pi)^3}\, e^{-i\vec{p}\vec{R}} \psi^* \left(\vec{r} - \frac{\vec{R}}{2}\right)\, \psi\left(\vec{r} + \frac{\vec{R}}{2}\right)\ . \tag{1}$$

Здесь $\psi(\vec{r})$ – волновая функция некоторого чистого состояния. Эта функция была введена Вигнером в 1932 году для изучения квантовых поправок к классической статистической механике. После применения к распределению Вигнера правил упоярдочивания Вейля [8], стало возможным вычислять средние значения квантовых операторов по соответствующим функциям.

Функция, задаваемая выражением (1), является вещественной, однако свойством положительной определенности не обладает. Строго говоря, такая функция не имеет вероятностной интерпретации, поэтому и носит название квазивероятностного распределения. В качестве одного из наиболее важных свойств функции Вигнера следует отметить свойство согласованности распределения по двум переменным с распределением по одной переменной. При интегрировании функции Вигнера по импульсу получаем для чистых состояний (уже положительно определенную) плотность вероятности по координате:

$$\int d^3p\ W(\vec{r};\vec{p}) = |\psi(\vec{r})|^2 = \rho(\vec{r})\ . \tag{2}$$

При интегрировании $W(\vec{r};\vec{p})$ по координате, имеем:

$$\int d^3r\ W(\vec{r};\vec{p}) = |\varphi(\vec{p})|^2 = n(\vec{p})\ . \tag{3}$$

В случае когда волновые функции нормированы на единицу, нормировка функции Вигнера имеет вид:

$$\int d^3p\ d^3r\ W(\vec{r};\vec{p}) = 1\ . \tag{4}$$

Распределение Вигнера может быть использовано для вычисления средних значений любых динамических величин, описывающих состояние системы. Среднее значение произвольной динамической величины $\hat{G}(\hat{\vec{r}},\hat{\vec{p}})$ определяется через распределение Вигнера следующим образом [9]:

$$\left\langle \hat{G} \right\rangle = \int d^3p\ d^3r\ W(\vec{r};\vec{p})\ G(\vec{r},\vec{p})\ , \tag{5}$$

где $G(\vec{r},\vec{p})$ – функция динамических переменных $\vec{r}$ и $\vec{p}$, соответствие которой оператору $\hat{G}(\hat{\vec{r}},\hat{\vec{p}})$ задается по правилам упорядочивания Вейля [8, 9, 10].

Функция Вигнера получила достаточно широкое распространение в последнее время. Помимо работ, в которых это распределение используется для решения конкретных задач, существует множество трудов, где исследуются нетривиальные и специальные свойства вигнеровского распределения. Существует также ряд работ, посвященных различным обобщениям понятия функции Вигнера в различных областях физики [11, 12, 13, 14, 15]. Особо следует отметить работу [16], в которой было построено вигнеровское распределение в искривленном пространстве на гиперболоиде. При этом ядром преобразований от импульсного пространства к координатному является не экспонента, а функция Шапиро. Такая функция Вигнера определена на группе движений $SO(D,1)$ и позволяет описывать системы, подчиняющиеся уравнениям движения на гиперболоиде (например, уравнение Лапласа – Бельтрами) с различными видами потенциалов. Функция Вигнера в этом случае сохраняет все свои основные свойства и позволяет вычислять средние значения любых динамических величин. При этом корректный учет граничных условий приводит к получению обычной функции Вигнера при стремлении кривизны пространства к нулю. Случай функции Вигнера в искривленном пространстве на группе $SO(D,1)$ важен в контексте данной работы т.к. мы используем группу движений импульсного пространства $SO(2,1)$.

Что касается экспериментального измерения функции Вигнера, на данный момент, к сожалению, почти невозможно извлекать ее из экспериментов напрямую. Один из основных методов, на котором основывается связь функции Вигнера с экспериментом, – оптическая томография (quantum optical homodyne tomography) [17]. Однако в этом подходе измерение функции Вигнера не является прямым. Относительно прямое измерение функции Вигнера было реализовано лишь в оптической области [18]. Однако в общем случае измерить функцию Вигнера не представляется возможным, поэтому феноменологические модели в этой области чрезвычайно важны.

В данной работе в качестве примера вигнеровского распределения была построена функция Вигнера для различных возбужденных стационарных состояний одномерного гармонического квантового осциллятора. Было показано, что для основного состояния такого осциллятора функция Вигнера положительно определена, однако уже начиная с первого возбужденного уровня она может принимать и отрицательные значения. Были также рассмотрены частные примеры вычисления с помощью вигнеровского распределения средних значений определенных динамических величин. Было показано, что выбирая динамическую величину, можно в результате процедуры усреднения установить явный вид динамического оператора, соответствующего данной величине. Это также отображает одно из полезных свойств распределения Вигнера.

Во второй главе построено пространство состояния с определенным параметром вылета в приближении малых поперечных импульсов.

В этой главе представлена модификация существующего [19] формализма описания пространственной структуры области взаимодействия частиц в рамках алгебры группы $SO(2,1)$. Введено фазовое пространство величин, не коммутирующих между собой, – пространство поперечного импульса вылетающей из области взаимодействия частицы и параметра ее вылета. Рассмотрены два физических случая: взаимодействие двух бесспиновых частиц и рассеяние частицы во внешнем поле. Показано, что для этих двух физических задач можно построить единый формализм группы $SO(2,1)$ с разной интерпретацией параметров. В первом случае роль пространственного параметра играет вектор максимального сближения траекторий двух частиц, а во втором случае – параметр вылета рассеянной частицы. Приведем краткое описание этого формализма для задачи рассеяния частицы на мишени (в терминах пространственного параметра ее вылета) [2, 3].

Мы обобщаем состояние с определенным прицельным параметром из эйконального приближения на более корректное с точки зрения квантово-механического описания состояние с определенным параметром вылета $\vec{\mu}$. При этом пространство с определенным $\vec{\mu}$ и пространство с определенным поперечным импульсом частицы $\vec{q}_\perp$ образуют фазовое пространство не коммутирующих между собой величин „поперечный импульс – параметр вылета". Это пространство, как мы увидим в дальнейшем, лежит в основе построения формализма функции Вигнера. Компоненты вектора максимального сближения траектории частицы с центром рассеяния после квантования имеют следующий вид:

$$d_i = \frac{1}{q^2}(\epsilon_{ijk}q_jL_k - iq_i),$$

где L_k – орбитальный момент рассеянной частицы. В результате квантования, основанного на каноническом коммутаторе координаты и импульса, возникает система коммутационных соотношений стандартной алгебры $SO(3,1)$, построенной из операторов d_i и L_j на сфере $q^2 = const$. Оператор Казимира этой алгебры оказывается вырожденным в число. Поэтому мы выделяем нетривиальную подалгебру $SO(2,1)$, которую на поверхности $q^2 = const$ образуют операторы d_1, d_2, и L_3. Оператор Казимира этой алгебры равен

$$K = d_\perp^2 - \frac{L_3^2}{q^2}, \qquad [d_{1,2}\ , K] = 0\ , \qquad [L_3\ , K] = 0\ , \tag{6}$$

где $d_\perp^2 = d_1^2 + d_2^2$ – квадрат проекции вектора $\vec{d}$ на плоскость, перпендикулярную направлению импульса налетающей частицы (ось z). Чтобы построить базисные функции на выбранной группе, решим систему уравнений на собственные функции оператора Казимира и собственные функции проекции вектра $\vec{d}_\perp$ на произвольное направление в плоскости, перпендикулярной оси z:

$$\begin{cases} (\vec{n}\vec{d}_\perp)\ \xi(\vec{q}_\perp) = \mathrm{const}\ \xi(\vec{q}_\perp)\ , \\ K\xi(\vec{q}_\perp) = b^2\ \xi(\vec{q}_\perp) \end{cases} \tag{7}$$

Здесь b – квантово-механический аналог вектора максимального сближения траектории частицы с центром мишени, который мы интерпретируем как радиус области рождения частицы после ее взаимодействия с внешним полем. Для решения системы (7) были рассмотрены геометрические свойства пространства перпендикулярного импульса, на котором реализуется алгебра группы $SO(2,1)$. Это пространство получается из фиксированного $\vec{q}_\perp$ в результате преобразований $q'_i = e^{-i\vec{p}\cdot\vec{d}_\perp} q_i\ e^{i\vec{p}\cdot\vec{d}_\perp}$. Оказывается, что это пространство является пространством постоянной отрицательной кривизны $R = -2/q^2$. Решением системы (7) являются базисные функции типа плоских волн на группе $SO(2,1)$:

$$\xi(\vec{q}_\perp, \vec{\mu})\ = \frac{q}{\sqrt{q^2 - q_\perp^2}} \left(\frac{q - \vec{n}\cdot\vec{q}_\perp}{\sqrt{q^2 - q_\perp^2}} \right)^{-\frac{1}{2}+i\mu} . \tag{8}$$

Здесь $\vec{n}$ – единичный вектор в плоскости, перпендикулярной оси z; вещественный параметр μ определяется равенством

$$\mu = \left(\frac{q^2 b^2}{\hbar^2} - \frac{1}{4} \right)^{1/2} . \tag{9}$$

В этом выражении для конкретизации размерности восстановлена постоянная Планка $\hbar$. В нашей работе мы используем систему единиц, в которой $\hbar = c = 1$, и восстанавливаем все константы только в тех выражениях, где это необходимо.

Как следует из (9), параметр μ является безразмерным и однозначно связан с b – радиусом области рождения частицы. В дальнейшем мы будем работать именно с параметром μ, при этом называть его будем пространственным параметром вылета частицы из области взаимодействия. Из вещественности этого параметра возникает ограничение на возможные значения минимального радиуса области рождения частицы $b^2 \geq \hbar^2/4q^2$. Это неравенство является следствием квантово-механической природы координат d_i и отображает тот факт, что частица не может родиться в фазовом объеме меньшем, чем допускается соотношением неопределенности Гейзенберга.

Перейдем к переменным на гиперболоиде

$$u = (u_0,\ \vec{u}) = \left(\frac{q}{q_3}\ ,\ \frac{\vec{q}_\perp}{q_3}\right)\ , \quad u^2 = u_0^2 - (\vec{u})^2 = 1\ , \tag{10}$$

которые переводят сферу $q^2 = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$ в двухполостный гиперболоид $u^2 = 1$, причем передняя полусфера рассеяния ($q_3 > 0$) соответствует верхней поле гиперболоида, а задняя ($q_3 < 0$) – нижней. Тогда получим для плоской волны:

$$\xi(\vec{u},\vec{\mu})\ = u_0(u\cdot n)^{-\frac{1}{2}+i\mu} = u_0\ f^{sh}(\vec{u},\vec{\mu}). \tag{11}$$

Здесь $n = (1,\vec{n})$ – трехмерный изотропный вектор на гиперболоиде, метрика скалярного произведения определяется $(+,-,-)$. Функция (11) является двумерной функцией Шапиро $f^{sh}(\vec{u},\vec{\mu})$, домноженной на фактор u_0 [20]. Совокупность функций Шапиро образует полную ортогональную систему в передней ($q_3 = +\sqrt{q^2 - q_\perp^2}$) и в задней ($q_3 = -\sqrt{q^2 - q_\perp^2}$) полусфере независимо:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{(2\pi)^2}\int \frac{d\vec{u}}{u_0}\ \bar{f}^{sh}(\vec{u},\vec{\mu})\ f^{sh}(\vec{u},\vec{\mu}\ ') = \frac{1}{\mathrm{th}(\pi\mu)}\ \delta^{(2)}(\vec{\mu}-\vec{\mu}')\ ,\\ &\frac{1}{(2\pi)^2}\int d\vec{\mu}\ \ \mathrm{th}(\pi\mu)\ \bar{f}^{sh}(\vec{u},\vec{\mu})\ f^{sh}(\vec{u}\ ',\vec{\mu}) = u_0\ \delta^{(2)}(\vec{u}-\vec{u}\ ')\ , \end{aligned} \tag{12}$$

где $\vec{\mu} = \mu\vec{n} = (\mu\cos\varphi, \mu\sin\varphi)$, $\delta^2(\vec{\mu}-\vec{\mu}') = \delta(\mu-\mu')\ \delta(\varphi-\varphi')/\mu$. Фазовые объемы в $q-$ и в $\mu-$пространстве:

$$\mathrm{d}\Omega_{\vec{q}} = \frac{1}{q\sqrt{q^2-q_\perp^2}}\ \mathrm{d}\vec{q}_\perp\ , \quad \mathrm{d}\Omega_{\vec{\mu}} = \mathrm{th}(\pi\mu)\ \mathrm{d}\vec{\mu}\ . \tag{13}$$

При этом области определения введенных величин имеют следующий вид:

$$\vec{q}_\perp = (q_\perp cos\varphi,\ q_\perp sin\varphi),\ 0 \le q_\perp \le q,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$\vec{\mu} = (\mu\ cos\psi,\ \mu\ sin\psi),\ 0 \le \mu < \infty,\ 0 \le \psi \le 2\pi\ .$$

Отсюда видно, что параметр μ определен в нуле, что позволяет в описываемом формализме корректно учитывать область малых фазовых объемов. Описание этой области невозможно в рамках стандартного эйконального подхода.

Согласно (12), амплитуду рассеяния $F^{(\pm)}(\vec{u})$ как функцию на группе $SO(2,1)$ можно однозначно разложить по базису функций Шапиро (11):

$$\begin{aligned} F^{(\pm)}(\vec{u}) &= \frac{1}{2\pi}\int d\vec{\mu}\ \ \mathrm{th}(\pi\mu)\ f^{sh}(\vec{u},\vec{\mu})\ u^{(\pm)}(\vec{\mu})\ , \\ u^{(\pm)}(\vec{\mu}) &= \frac{1}{2\pi}\int \frac{d\vec{u}}{u_0}\ \bar{f}^{sh}(\vec{u},\vec{\mu})\ F^{(\pm)}(\vec{u})\ . \end{aligned} \tag{14}$$

Эти соотношения позволяют построить одночастичное пространство Фока, в котором частица рождается в состоянии либо с определенным пространственным параметром $\vec{\mu}$, либо с определенным поперечным импульсом $\vec{q}_\perp$. Между такими состояниями на сфере $q^2 = \mathrm{const}$ существует взаимно однозначное соответствие

$$\langle \vec{q}_\perp, \epsilon\sqrt{q^2 - q_\perp^2}| = \int \xi(\vec{q}_\perp,\vec{\mu})\langle\vec{\mu}, q, \epsilon|\ \mathrm{d}\Omega_{\vec{\mu}}\ , \tag{15}$$

$$\langle\vec{\mu}, q, \epsilon| = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \bar{\xi}(\vec{q}_\perp,\vec{\mu})\langle\vec{q}_\perp, \epsilon\sqrt{q^2 - q_\perp^2}|\ \mathrm{d}\Omega_{\vec{q}}\ ,$$

основанное на соотношениях полноты и ортогональности функций Шапиро (11). При этом функции Шапиро являются ядром перехода между импульсным пространством и пространством параметра вылета. Введение таких состояний позволяет получить в рамках описанного формализма связь между сечениями процессов и матричными элементами S-матрицы. Такая связь основана на квантово-механической интерпретации нормы одночастичного состояния и была получена в работах [1, 2].

Рассмотрим подробнее вопрос о нормировках используемых нами амплитуд. Нормировка амплитуды в импульсных переменных $f^{(\pm)}(\vec{q}_\perp)$

выбрана так, чтобы дифференциальное сечение упругого процесса $A + B \to A + B$ имело вид:

$$\sigma_{el}^{(\pm)} = \int \mathrm{d}\Omega_{\vec{q}} \, |f^{(\pm)}(\vec{q}_\perp)|^2 \; . \tag{16}$$

При этом амплитуда $f^{(\pm)}(\vec{q}_\perp)$ связана с матричным элементом S-матрицы следующим образом:

$$f^{(\pm)}(\vec{q}_\perp) = 2\pi q \; \lambda(q) \; \langle \vec{q}_A = (\vec{q}_\perp, \epsilon\sqrt{q^2 - q_\perp^2}) \; ; -\vec{q}_B = (\vec{q}_\perp, \epsilon\sqrt{q^2 - q_\perp^2}) \; |\hat{A}\; |in\rangle \; , \tag{17}$$

$$\langle f|F|in\rangle = \delta^4(P_{in} - P_f)\langle f|A|in\rangle, \quad S = I + iF \; .$$

Множитель $\lambda(q)$ определяется относительной скоростью сталкивающихся частиц $|\vec{u}|$:

$$\lambda(q) = \frac{1}{|\vec{u}|} = \frac{E_A \cdot E_B}{q(E_A + E_B)} \; . \tag{18}$$

В гиперболических переменных (10) нормировка амплитуды $F^{(\pm)}(\vec{u})$ выбрана таким образом, что упругое сечение имеет вид:

$$\sigma_{el}^{(\pm)} = \int \left| F^{(\pm)}(\vec{u}) \right|^2 \, \mathrm{d}\vec{u} \; . \tag{19}$$

Тогда амплитуда $F^{(\pm)}(\vec{u})$ связана с введенной амплитудой $f^{(\pm)}(\vec{q}_\perp)$ следующим соотношением:

$$F^{(\pm)}(\vec{u}) = \frac{1}{u_0^{3/2}} \; f^{(\pm)}\left(\vec{q}_\perp = q\frac{\vec{u}}{u_0}\right) \; . \tag{20}$$

Аргумент функции $f^{(\pm)}$ в правой части (20) фактически определяется подстановкой в ней $|cos\theta| = 1/u_0$.

Таким образом, существует фазовое пространство не коммутирующих между собой величин „поперечный импульс – параметр вылета“. При этом ядром перехода между пространством поперечного импульса и пространством параметра вылета является плоская волна на группе $SO(2,1)$. Сложный вид этой функции фактически не позволяет получить явный аналитический вид функции Вигнера, поэтому в дальнейшем мы переходим к приближению малых поперечных импульсов. В отличие от эйконального приближения, это приближение не связано с предположением о больших значениях параметра вылета $\vec{\mu}$. Оно справедливо во всей области изменения $0 \leq \mu < \infty$.

В приближении малых поперечных импульсов

$$
\begin{aligned}
&|\vec{q}_\perp| \ll q \ , \quad q_3 = \sqrt{q^2 - q_\perp^2} \approx q \ ; \\
&|\vec{u}| \ll 1 \ , \quad u_0 = \sqrt{1 + \vec{u}^{\ 2}} \approx 1
\end{aligned}
\tag{21}
$$

решение уравнения (7) на собственные функции оператора Казимира алгебры группы $SO(2,1)$ выглядит следующим образом:

$$
\xi(u) = e^{i\vec{\mu}\vec{u}} \ . \tag{22}
$$

Несмотря на то, что мы переходим к приближению малых поперечных импульсов, пространственные и импульсные переменные определены во всей области:

$$
0 \leq \mu < \infty \ , \quad 0 \leq |\vec{u}| < \infty \ . \tag{23}
$$

Использование введенного приближения обосновывается тем, что амплитуда упругого процесса, с которой мы работаем, быстро падает при больших значениях поперечного импульса $\vec{q_\perp}$. В приближении малых поперечных импульсов представление амплитуды $F^{(\pm)}(\vec{u})$ в виде

$$
F^{(\pm)}(\vec{u}) = \int e^{i\vec{u}\vec{\mu}} u^{(\pm)}(\vec{\mu}) \ \mathrm{d}\vec{\mu} \tag{24}
$$

можно интерпретировать как разложение амплитуды по собственным состояниям оператора Казимира K (6) с соответствующей итерпретацией вектора $\vec{\mu}$. Обратное преобразование

$$
u^{(\pm)}(\vec{\mu}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{-i\vec{u}\vec{\mu}} F^{(\pm)}(\vec{u}) \ \mathrm{d}\vec{u} \tag{25}
$$

определяет функцию $u^{(\pm)}(\vec{\mu})$, которую мы называем профильной функцией на группе $SO(2,1)$ в приближении малых поперечных импульсов. Переход от ядра (11) к (22) существенно упрощает вычисления, но при этом сохраняет основные следствия квантовой природы параметра $\vec{b}$: сигнатуру $(\pm)$ и корректное описание малых фазовых объемов bq, т.е. область $\mu \approx 0$.

В рамках этого приближения удается решить уравнение унитарности для S-матрицы $S^{+}S = I$, которое в терминах амплитуды упругого процесса имеет вид [5]:

$$\mathrm{Im}F^{(+)}(\vec{u};\vec{\xi}) = \frac{p}{4\pi}\sum_{\epsilon=\pm 1}\int \mathrm{d}\vec{v}\ \bar{F}^{(\epsilon)}(\vec{v};\vec{u})\ F^{(\epsilon)}(\vec{v};\vec{\xi}) + G_{inel}(\vec{u};\vec{\xi})\ . \tag{26}$$

Здесь гиперболические переменные

$$\vec{q} \to u = \left(u_0 = \frac{q}{q_3},\ \vec{u} = \frac{\vec{q}_\perp}{q_3}\right)\ ,\quad \vec{k} \to v = \left(v_0 = \frac{k}{k_3},\ \vec{v} = \frac{\vec{k}_\perp}{k_3}\right)\ ,$$

$$\vec{p} \to \xi = \left(\xi_0 = \frac{p}{p_3},\ \vec{\xi} = \frac{\vec{p}_\perp}{p_3}\right)\ ,\quad |\vec{q}| = |\vec{k}| = |\vec{p}| = p\ .$$

В амплитуде $F^{(\pm)}(\vec{u};\vec{\xi})$ второй аргумент соответствует импульсу начального состояния, первый аргумент – импульсу конечного состояния. Операция взятия мнимой части определена как

$$\mathrm{Im}F = \frac{i}{2}\left(\langle in|F|f\rangle^{*} - \langle f|F|in\rangle\right)$$

в случае упругого процесса [2]. Слагаемое $G_{inel}(\vec{u};\vec{\xi})$ определяет неупругие вклады в амплитуду. Будем искать решение этого уравнения в виде

$$F^{(\pm)}(\vec{v};\vec{u}) = \int d\vec{\mu}\ e^{i\vec{\mu}(\vec{v}-\vec{u})}u^{(\pm)}(\vec{\mu})\ . \tag{27}$$

В силу линейной независимости экспонент, получаем локальное уравнение для профильной функции $u^{(\epsilon)}(\vec{\mu})$ [5]:

$$\mathrm{Im}\ u^{(+)}(\vec{\mu}) = \pi p\sum_{\epsilon=\pm 1}|u^{(\epsilon)}(\vec{\mu})|^2 + G^{(+)}_{inel}(\vec{\mu})\ . \tag{28}$$

Решение этого уравнения хорошо известно в терминах парциальных волн. Замечательным фактом является то, что разложение амплитуды по собственным функциям оператора Казимира алгебры группы $SO(2,1)$ в приближении малых поперечных импульсов (27) внешне имеет форму эйконального представления, однако область определения используемых переменных теперь физически корректна (23). Именно этот факт позволил получить простое алгебраическое уравнение для профильной функции (28). Следует заметить, что имея модель точно унитаризованной амплитуды, можно построить профильную функцию (25) и с помощью нее находить неупругие вклады:

$$G_{inel}^{(+)}(\vec{\mu}) = \mathrm{Im}\ u^{(+)}(\vec{\mu}) - \pi p \sum_{\epsilon=\pm 1} |u^{(\epsilon)}(\vec{\mu})|^2\ . \tag{29}$$

Учитывая, что функция $G_{inel}^{(+)}(\vec{\mu})$ определяет неупругое сечение и, стало быть, является неупругой функцией распределения по параметру $\vec{\mu}$, можно вычислять с помощью нее средние значения неупругих динамических величин.

Таким образом, в этой главе осуществлен и обоснован переход к приближению малых поперечных импульсов, что существенно упрощает дальнейшие вычисления, но сохраняет физическую интерпретацию введенных параметров. В рамках этого приближения модифицирован весь формализм описания пространственной структуры области взаимодействия частиц, получено новое ядро перехода между импульсным и координатным пространствами. В этом приближении решено уравнение унитарности и получено локальное выражение для профильной функции $u(\vec{\mu})$.

В третьей главе построен аналог функции Вигнера для случая описания упругих процессов и получено выражение для среднеквадратичного радиуса области рождения частицы в таких процессах.

Используя соотношения, связывающие состояния с определенным параметром вылета и определенным поперечным импульсом (15), соотношения, связывающие амплитуду и профильную функцию (24), (25), а также учитывая выбранную нормировку (19), запишем дифференциальное сечение упругого процесса по прострнственной переменной в следующем виде:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{(\pm)}}{\mathrm{d}\Omega_{\vec{\mu}}} = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \mathrm{d}\vec{u}\ \mathrm{d}\vec{v}\ e^{i\vec{\mu}(\vec{u}-\vec{v})} F^{(\pm)}(\vec{v})\ \bar{F}^{(\pm)}(\vec{u})\ . \tag{30}$$

При соответствующей замене переменных дифференциальное сечение по пространственным и импульсным переменным принимает вид, аналогичный виду функции Вигнера для чистого состояния:

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma^{(\pm)}}{\mathrm{th}(\pi\mu)\mathrm{d}\vec{\mu}\ \mathrm{d}\vec{u}} =$$

$$= W^{(\pm)}(\vec{u},\vec{\mu}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \mathrm{d}\vec{v}\ e^{-i\vec{\mu}\vec{v}}\ F^{(\pm)}\left(\vec{u}+\frac{\vec{v}}{2}\right)\ \bar{F}^{(\pm)}\left(\vec{u}-\frac{\vec{v}}{2}\right)\ . \quad (31)$$

Введенная таким образом функция $W^{(\pm)}(\vec{u},\vec{\mu})$ обладает следующими свойствами [4]:

$$\begin{aligned}
&1.\ \bar{W}^{(\pm)} = W^{(\pm)}\ -\ (\text{вещественность})\ ,\\
&2.\ \int W^{(\pm)}(\vec{u},\vec{\mu})\ \mathrm{d}\vec{\mu} = \left|F^{(\pm)}(\vec{u})\right|^2 = \frac{\mathrm{d}\sigma_{el}^{(\pm)}}{\mathrm{d}\vec{u}}\ ,\\
&3.\ \int W^{(\pm)}(\vec{u},\vec{\mu})\ \mathrm{d}\vec{u} = (2\pi)^2\left|u^{(\pm)}(\vec{\mu})\right|^2 = \frac{\mathrm{d}\sigma_{el}^{(\pm)}}{\mathrm{d}\vec{\mu}}\ ,\\
&4.\ \int W^{(\pm)}(\vec{u},\vec{\mu})\ \mathrm{d}\vec{\mu}\ \mathrm{d}\vec{u} = \sigma_{el}^{(\pm)}\ .
\end{aligned} \quad (32)$$

Таким образом, эта функция удовлетворяет всем условиям, накладываемым на функцию Вигнера, и позволяет вычислить среднее значение любой функции $g(\vec{u},\ \vec{\mu})$, упорядоченной по правилам Вейля [8]:

$$\langle g(\vec{u},\ \vec{\mu})\rangle^{(\pm)} = \frac{1}{\sigma_{el}^{(\pm)}}\int g(\vec{u},\ \vec{\mu})\ W^{(\pm)}(\vec{u},\vec{\mu})\ \mathrm{d}\vec{\mu}\ \mathrm{d}\vec{u}\ . \quad (33)$$

Используя это соотношение, получим выражение для $\langle b^2\rangle$ – среднего значения квадрата радиуса области рождения частицы в упругом столкновении через амплитуду рассеяния. В соответствии с определением (9), оно однозначно связано с безразмерным параметром вылета $\langle\mu^2\rangle$. Используя определение функции Вигнера (31), запишем связь среднеквадратичного параметра вылета и амплитуды упругого процесса, зависящей от импульсной переменной:

$$\langle\mu^2\rangle^{(\pm)} = \frac{1}{\sigma_{el}^{(\pm)}}\int \mu^2\ \bar{W}^{(\pm)}(\vec{u},\vec{\mu})\ \mathrm{d}\vec{\mu}\ \mathrm{d}\vec{u} = \frac{1}{\sigma_{el}^{(\pm)}}\int \left|\nabla_{\vec{u}}F^{(\pm)}(\vec{u})\right|^2\ \mathrm{d}\vec{u}\ . \quad (34)$$

В случае когда амплитуда $F^{(\pm)}(\vec{u})$ не зависит от направления вектора $\vec{u}$, представление (34) сводится к одномерному интегралу:

$$\langle \mu^2 \rangle^{(\pm)} = \frac{2\pi}{\sigma_{el}^{(\pm)}} \int\limits_1^\infty (u_0 - \frac{1}{u_0}) \left| \frac{\partial F^{(\pm)}(\vec{u})}{\partial u_0} \right|^2 du_0 \ . \tag{35}$$

Аналогичные вычисления показывают, что

$$\langle \mu_k \rangle^{(\pm)} = \frac{1}{\sigma_{el}^{(\pm)}} \int \bar{F}^{(\pm)}(\vec{u}) \ \hat{\mu}_k \ F^{(\pm)}(\vec{u}) \, \mathrm{d}\vec{u} \ , \qquad \hat{\mu}_k = i \ \frac{\partial}{\partial u_k} \ , \quad k = 1, 2. \tag{36}$$

Отсюда видно, что динамические величины μ_i и u_j в приближении малых поперечных импульсов оказываются канонически сопряженными:

$$[\mu_i, \ u_j] = i \ \delta_{ij} \ , \quad i, \ j = 1, \ 2. \tag{37}$$

Таким образом, функция Вигнера позволяет получать в операторной форме в любом представлении динамические величины, зависящие от $\vec{\mu}$ и $\vec{u}$.

Запишем окончательное выражение, связывающее среднеквадратичный радиус области рождения частицы в упругом процессе и амплитуду, зависящую от импульсной переменной:

$$\langle b^2 \rangle^{(\pm)} = \frac{1}{q^2} \left(\frac{1}{\sigma_{el}^{(\pm)}} \int \mathrm{d}\vec{u} \ \left| \nabla_{\vec{u}} F^{(\pm)}(\vec{u}) \right|^2 \ + \frac{1}{4} \right) \ . \tag{38}$$

Подчеркнем, что это выражение является точным в рамках определения функции Вигнера (31). Амплитуда $F^{(\pm)}(\vec{u})$ может быть извлечена из экспериментальных данных и входит в (38) в явном виде без каких бы то ни было предположений. Приближение связано только с выбором ядра функции Вигнера, т.е. с определением (22). Фактически оно предполагает, что амплитуда рассеяния быстро падает при $q_\perp \to q$ (угол $\theta \approx \pi/2$), что является экспериментально подтвержденным фактом.

Таким образом, мы получили связь между пространственным параметром вылета частицы из области взаимодействия и амплитудой упругого процесса. В качестве иллюстрации разработанного формализма были исследованы две модели амплитуды упругого процесса. Первая из них – модель амплитуды одночастичного обмена в t-канале:

$$f(\vec{q},\ \vec{p}) = \frac{g}{t - m^2} = \frac{-g}{(\vec{p} - \vec{q})^2 + m^2}\ . \tag{39}$$

Здесь $\vec{p}$ – начальный импульс частицы, $\vec{q}$ – конечный, m – масса обменной частицы и g – константа связи. В результате вычислений было получено выражение для $\langle b^2\rangle^{(\pm)}$ через эту амплитуду. Приведем здесь его асимптотическое поведение при больших начальных энергиях, т.е. в области $m^2/p^2 \ll 1$. Мы получили, что значение среднеквадратичного радиуса области рождения частицы в переднюю полусферу определяется комптоновской длиной волны обменной частицы:

$$\langle b^2\rangle^{(+)} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2\ . \tag{40}$$

Это хорошо известный факт, и его подтверждение дает основание использовать наш формализм для вычислений с реальными моделями амплитуд. Рефлективное рассеяние в заднюю полусферу определяется параметром вылета, значение которого резко уменьшается с ростом энергии:

$$\langle b^2\rangle^{(-)} = 0.39\ \frac{\hbar^2}{p^2}\ . \tag{41}$$

Такое поведение может быть объяснено наличием жесткого рассеивающего центра, на котором происходит рассеяние в заднюю полусферу. Наличие такого ядра есть следствие квантовой природы параметра вылета, и этим фактом наш формализм существенно отличается от моделей эйконального типа.

В качестве второй модели была рассмотрена модель амплитуды, соответствующая обмену кратным полюсом Померанчука, или дипольным помероном:

$$A(s,\ t) = \frac{ia_P}{\alpha' b_P} \cdot \frac{s}{s_0} \left(R_1^2\ e^{R_1^2 t} - \epsilon_P R_2^2\ e^{R_2^2 t}\right)\ . \tag{42}$$

Здесь a_P, b_P и ϵ_P – феноменологические константы, значения которых определяются из экспериментальных данных; s_0 – некоторый размерный параметр, который определяет порог энергии и принимается равным $s_0 = 100\ GeV^2$; $\alpha\ '$ – наклон траектории Померанчука с единичным интерсептом:

$$\alpha_P(t) = 1 + \alpha' t\ ;$$

а величины R_1^2 и R_2^2 определяются равенствами

$$R_1^2 = \alpha' \left(b_P + \ln\frac{s}{s_0} - \frac{i\pi}{2} \right)\ ,\ R_2^2 = \alpha' \left(\ln\frac{s}{s_0} - \frac{i\pi}{2} \right)\ .$$

Выбор именно такой модели амплитуды был обусловлен тем, что она хорошо согласуется с экспериментальными данными LHC при энергии $\sqrt{s} = 7\ TeV$ для дифференциального сечения упругих pp-столкновений [21, 22].

В рамках этой модели было получено следующее асимптотическое поведение для среднеквадратичного параметра вылета частицы в переднюю полусферу (здесь мы восстанавливаем постоянную Планка):

$$\langle b^2 \rangle^{(+)} = \hbar^2 \alpha'\ \ln\frac{s}{s_0}\ . \tag{43}$$

Этот результат продемонстрировал характерное свойство дипольного померона с простым полюсом – геометрический скейлинг: упругое сечение растет с увеличением энергии так же, как квадрат радиуса. Логарифмический рост сечения (а не $\sim \ln^2(s/s_0)$) при этом является следствием выбора модели амплитуды с интерсептом $\alpha_P(0) = 1$.

Таким образом, в обоих рассмотренных случаях были получены ожидаемые эффекты: при t-канальном обмене радиус области рождения конечной частицы в переднюю полусферу определяется комптоновской длиной волны обменной частицы; в случае дипольного померона мы проиллюстрировали свойство геометрического скейлинга. Все это известные факты, и их получение дает нам основание считать разработанный формализм эффективным инструментом для дальнейшего изучения пространсвтенной структуры области взаимодействия частиц.

В заключении сформулированы **основные результаты работы**, полученные при работе над диссертацией:

1. Существующий формализм описания пространственной структуры области взаимодействия частиц в терминах параметра вылета на

группе $SO(2,1)$ модифицирован для описания процессов рассеяния в приближении малых поперечных импульсов. В этом приближении построено новое ядро перехода между пространствами поперечного импульса и параметра вылета в виде экспоненты $\exp(i\vec{\mu}\vec{u})$, где $\vec{\mu}$ – пространственный параметр вылета, а $\vec{u}$ – импульсная переменная на гиперболоиде. Разработанный формализм позволил корректно описать область малых фазовых объемов ($\mu \approx 0$), что невозможно в обычно применяемом эйкональном приближении. При этом область фазовых объемов, запрещенных принципом неопределенности Гейзенберга, оказывается автоматически учтенной в разработанном формализме.

2. Уравнение унитарности решено в веденном приближении малых поперечных импульсов. Показано, что это уравнение в терминах профильной функции $u(\vec{\mu})$, построенной в рамках разработанного формализма, сводится к простому алгебраическому уравнению. Это уравнение имеет вид, аналогичный виду уравнения унитарности в эйкональном случае, а следовательно, легко решается. Однако в новом подходе нет требования больших значений пространственного параметра, что позволяет использовать этот подход при описании области малых фазовых объемов. Полученное алгебраическое уравнение позволило выразить *неупругие* вклады в упругий процесс через унитаризованную амплитуду *упругого* рассеяния. В результате этого было получено выражение для средних значений характеристик *неупругого* процесса через характеристики *упругого* процесса.

3. Показано, что выражение для дифференциального сечения упругого процесса по импульсной переменной и пространственному параметру может быть записано через аналог функции Вигнера для чистого состояния. Введенная таким образом функция Вигнера обладает всеми свойствами стандартного вигнеровского распределения и описывает *процесс* упругого взаимодействия.

4. Получено аналитическое выражение для среднеквадратичного радиуса области рождения частицы в упругом процессе через амплитуду

такого процесса. Указанная амплитуда зависит от импульсной переменной и может быть извлечена из экспериментальных данных. Таким образом, получена связь между средним радиусом области рождения частицы в упругом процессе и экспериментально наблюдаемыми величинами.

5. Осуществлена проверка применимости разработанного формализма. Для этого вычислен среднеквадратичный радиус области рождения частицы в двух физических случаях. Для модели амплитуды одночастичного t-канального обмена получено подтверждение известного факта, что средний радиус области рождения частицы в переднюю полусферу определяется комптоновской длиной волны обменной частицы. В случае обмена кратным полюсом Померанчука (дипольный померон) получено подтверждение выполнения геометрического скейлинга – вид зависимости упругого сечения от энергии (логарифмический) определяется зависимостью квадрата радиуса области взаимодействия. Получение известных фактов дает основание считать разработанный формализм эффективным инструментом для дальнейшего изучения пространсвтенной структуры области взаимодействия частиц.

Публикации автора по теме диссертации

[1] Эксклюзивные процессы в формализме группы SO(2.1) / А.Н. Валл, И.А. Перевалова, О.Н. Солдатенко, А.А. Владимиров // Международная Байкальская молодежная научная Школа по Фундаментальной Физике: Труды XI Конференции молодых ученых "Гелио- и геофизические исследования". – Иркутск: изд-во ИСЗФ СО РАН, 2009. – С. 334-337.

[2] Spatial description of the particle production region in elastic and quasi-elastic processes on the $SO_\mu(2.1)$ group / A.N. Vall, I.A. Perevalova, O.N. Soldatenko, A.A. Vladimirov // Phys. of Part. and Nucl. – 2009. – Vol. 40, N 7. – P. 1030–1058.
Пространственное описание области рождения детектируемой ча-

стицы в упругих и квазиупругих процессах на группе $SO_\mu(2.1)$ / А.Н. Валл, И.А. Перевалова, О.Н. Солдатенко, А.А. Владимиров // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 2009. – Т. 40, вып. 7. – С. 168-225.

[3] Солдатенко О.Н. Переход из состояния с определенным импульсом в состояние с определенным параметром вылета бесспиновой частицы во внешнем поле / О.Н. Солдатенко, И.А. Перевалова, А.К. Едемская // Известия вузов. Физика. – 2010. – Т. 53, № 6. – С. 71-74.

[4] Description of spatial characteristics of elastic processes within the formalism of the Wigner functions / A.N. Vall, I.A. Perevalova, M.V. Polyakov, O.N. Soldatenko // Russian Physics Journal. – 2011. – Vol. 54, Issue 1. – P. 47-53.
Описание пространственных характеристик упругих процессов в формализме функции Вигнера / А.Н. Валл, И.А. Перевалова, М.В. Поляков, О.Н. Солдатенко // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2011. – № 1. – С. 44-50. arXiv:1008.1169v1 [hep-ph].

[5] Solution of the Unitarity Equation in Cone Variables on the SO(2,1) Group in the Approximation for Small Transverse Momentum / A. K. Edemskaya, I. A. Perevalova, A. Yu. Sidorenkov, O.N. Soldatenko // Physics of Particles and Nuclei Letters. – 2011. – Vol. 8, N 7. – P. 794-796.
Решение уравнения унитарности в переменных конуса на группе SO(2,1) / А.К. Едемская, И.А. Перевалова, А.Ю. Сидоренков, О.Н. Солдатенко // Письма в ЭЧАЯ. – 2011. – Т. 8, № 7(170). – С. 1309-1312.

Список цитируемой литературы

[6] Wigner E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium / E. Wigner // Phys.Rev. – 1932. – Vol. 40. – P. 749-759.

[7] Curtright T.L. Quantum mechanics in phase space / T.L. Curtright, C.K. Zachos // arXiv:1104.5269v1 [physics.hist-ph]. – 2011. – 15 p.

[8] Weyl H. Quantenmechanik und Gruppentheorie / H. Weyl // Z Phys. – 1927. – Vol. 46. – P. 1-46.

[9] Belitsky A. V. Unraveling hadron structure with generalized parton distributions / A. V. Belitsky, A. V. Radyushkin // Phys. Rept. – 2005. – N 418. – P. 1-387.

[10] Distribution functions in physics: fundamentals / M. Hillery et al. // Phys. Rept. – 1984. – Vol. 106, N 3. – P. 121-167.

[11] Irving J.H. The Statistical Mechanical Theory of Transport Processes. V. Quantum Hydrodynamics / J.H. Irving, R.W. Zwanzig // J. Chem. Phys. – 1951. – Vol. 19. – P. 1173-1180.

[12] Mendonca J.T. Wave kinetics of relativistic quantum plasmas / J.T. Mendonca // Phys. Plasmas. – 2011. – Vol. 18. – 6 p.

[13] Carruthers P. Quantum collision theory with phase space distribution functions / P. Carruthers, F. Zachariasen // Rev. Mod. Phys. – 1983. – Vol. 55. – P. 245-285.

[14] Schleich W.P. Quantum Optics in Phase Space / W.P. Schleich. – Wiley: VCH, Germany, 2001. – 713 p.

[15] Kirkwood J.G. Quantum Statistics of Almost Classical Assemblies / J.G. Kirkwood // Phys. Rev. – 1933. – Vol. 44. – P. 31-37.

[16] Alonso M.A. Wigner functions for curved spaces I: On hyperboloids / M.A. Alonso, G.S. Pogosyan, K.B. Wolf // arXiv:quant-ph/0205041v1. – 2002. – 25 p.

[17] Vogel K. Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase / K. Vogel, H. Risken // Phys. Rev. A. – 1989. – Vol. 40. – P. 2847-2849.

[18] Direct measurement of the Wigner function by photon counting / K. Banaszek et al. // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60. – P. 674-677.

[19] Валл А.Н. Группа прицельного параметра и ее реализация / А.Н. Валл, Н.А. Макеев // Ядерная физика. – 1978. – Т. 27, вып. 2. – С. 558-564.

[20] Шапиро И.С. Разложение волновой функции по неприводимым представлениям группы Лоренца / И.С. Шапиро // Докл. АН СССР. – 1956. – Т. 106. – С. 647-652.

[21] Proton-proton elastic scattering at the LHC energy of $\sqrt{s} = 7\ TeV$ / The TOTEM Collaboration: G. Antchev et. al. // arXiv:1110.1385v1 [hep-ex]. – 2011. – 12 p.

[22] Jenkovszky L. The Pomeron and Odderon in elastic, inelastic and total cross sections at the LHC / L. Jenkovszky, A. Lengyel, D. Lontkovskyi // arXiv:1105.1202v2 [hep-ph]. – 2011. – 16 p.

Благодарности

Автор с глубоким уважением и признательностью выражает благодарность своему научному руководителю Валлу Александру Николаевичу за постоянную поддержку, внимание, оказываемое на всех этапах проведения исследований, многочисленные обсуждения и неоценимую помощь в работе.

Автор выражает благодарность профессору кафедры теоретической физики ИГУ Коренблиту Сергею Эммануиловичу за тщательный анализ и полезные советы в процессе обсуждения диссертационной работы.

Автор благодарит профессора кафедры теоретической физики ИГУ Синеговского Сергея Ивановича за обсуждение работы и сделанные ценные замечания.

Автор глубоко признателен профессору Рурского университета г.Бохум Полякову Максиму Владимировичу за постоянное внимание и участие в научных исследованиях.

Автор также благодарит своего старшего коллегу, к.ф.-м.н. Пимикова Александра Владимировича за помощь в технических и связанных с программным обеспечением вопросах, которые возникали при выполнении работы.