



Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Иркутский государственный университет»
ФГБОУ ВО «ИГУ»

Принято
Ученым советом ФГБОУ ВО «ИГУ»
протокол № 4 от «26» 02 2016 г.



Утверждаю
Ректор ФГБОУ ВО «ИГУ», профессор
А. В. Аргучинцев
02 2016 г.

ПРОГРАММА
вступительного испытания для поступающих на обучение по программам
подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки: 01.06.01 – Математика и механика

**Направленность подготовки (специальность):
Дискретная математика и математическая кибернетика**

Иркутск, 2016

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Математическое программирование

1. Теоремы о достижении нижней грани функции (функционала) на множестве (в E^N , в метрических пространствах, в гильбертовых пространствах).
2. Выпуклые множества, выпуклые функции, сильно выпуклые функции, их свойства.
3. Критерии оптимальности в гладких выпуклых задачах минимизации (в форме вариационного неравенства $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \geq 0 \quad x \text{ из } X$).
4. Правило множителей Лагранжа.
5. Теорема Куна-Таккера, двойственная задача, ее свойства.
6. Метод проекции градиента (в E^N , в гильбертовом пространстве).
7. Метод Ньютона.
8. Метод покоординатного спуска.
9. Метод штрафных функций.
10. Метод барьерных функций.
11. Метод динамического программирования.
12. Устойчивость задач оптимизации. Метод стабилизации (регуляризация по Тихонову).
13. Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственные задачи линейного программирования.

2. Исследование операций, теория игр

1. Антагонистические игры. Матричные игры, теорема о минимаксе.
2. Выпукло-вогнутые антагонистические игры. Теорема существования седловой точки.
3. Бескоалиционные игры n лиц. Равновесие по Нэшу.
4. Принцип гарантированного результата. Минимаксные задачи.
5. Многокритериальная оптимизация. Оптимальность по Парето. Лексикографический подход.
6. Кооперативные игры (s -ядро, вектор Шепли).
7. Задача распределения ресурсов (модель Гросса, принцип уравнивания Гермейера).
8. Иерархические игры.
9. Потоки в сетях (теорема Форда-Фалкерсона, задача и алгоритмы поиска кратчайшего пути в графе, задача составления расписаний, транспортная задача).

3. Оптимальное управление

1. Постановка задач оптимального управления, их классификация.
2. Принцип максимума Понтрягина. Краевая задача принципа максимума.

3. Линейная задача быстродействия, ее свойства (существование решения, число переключений).
4. Принцип максимума и вариационное исчисление.
5. Управляемость и наблюдаемость в линейных системах, их взаимосвязь (взаимодвойственность). Теоремы Калмана, Красовского.
6. Метод динамической регуляризации в задаче наблюдения.
7. Дифференциальные игры.

4. Дискретная оптимизация

1. Целочисленное линейное программирование (метод Гомори, свойства унимодулярности матрицы ограничений).
2. Метод ветвей и границ (на примере задач целочисленного или булева линейного программирования).
3. Временная сложность решения задач дискретной оптимизации. Основные классы сложности (P , NP , NPC).
4. NP -трудные задачи (задача о рюкзаке, задача коммивояжера).

5. Теория функциональных систем

1. Проблема полноты. Теорема о полноте систем функций двузначной логики P_2 .
2. Алгоритм распознавания полноты систем функций k -значной логики P_k .
3. Теорема Слупецкого.
4. Особенности k -значных логик.
5. Автоматы. Регулярные события и их представление в автоматах.
6. Эксперименты с автоматами.
7. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для автоматов.
8. Вычислимые функции. Эквивалентность класса рекурсивных функций и класса функций, вычислимых на машинах Тьюринга.
9. Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях.

6. Комбинаторный анализ и теория графов

1. Основные комбинаторные числа.
2. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел.
3. Графы и сети. Оценки числа графов и сетей различных типов.
4. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера для плоских графов. Необходимые условия планарности в теореме Понтрягина—Куратовского (без доказательства достаточности).
5. Экстремальная теория графов. Теорема Турана.
6. Теорема Рамсея.

7. Теория кодирования

1. Алфавитное кодирование. Критерии однозначности декодирования. Неравенство Крафта—Макмиллана.
2. Оптимальное кодирование. Построение кодов с минимальной избыточностью.
3. Самокорректирующиеся коды. Граница упаковки. Коды Хемминга, исправляющие единичную ошибку.
4. Конечные поля и их основные свойства.
5. Коды Боуза—Чоудхури—Хоквингема.

8. Управляющие системы

Понятие управляющей системы. Основные модельные классы управляющих систем: дизъюнктивные нормальные формы, формулы, контактные схемы, схемы из функциональных элементов, автоматы, машины Тьюринга, операторные алгоритмы. Основные проблемы теории управляющих систем.

9. Дизъюнктивные нормальные формы

1. Проблема минимизации булевых функций. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Постановка задачи в геометрической форме.
2. Локальные алгоритмы построения ДНФ. Построение ДНФ ΣT (сумма тупиковых) с помощью локального алгоритма.
3. Невозможность построения ДНФ ΣM (сумма минимальных) в классе локальных алгоритмов.

10. Синтез и сложность управляющих систем

1. Асимптотически оптимальный метод синтеза схем из функциональных элементов.
2. Асимптотически оптимальный метод синтеза контактных схем.
3. Инвариантные классы и их свойства.
4. Синтез схем для функций из некоторых инвариантных классов.
5. Нижние оценки сложности реализации булевых функций параллельно-последовательными контактными схемами.
6. Нижние оценки сложности реализации булевых функций формулами в произвольном базисе.

11. Эквивалентные преобразования управляющих систем

1. Эквивалентные преобразования формул двузначной логики P_2 .
2. Эквивалентные преобразования контактных схем.
3. Эквивалентные преобразования операторных алгоритмов.

4. Пример Линдона.

12. Надежность и контроль функционирования управляющих систем

1. Построение надежных контактных схем из ненадежных контактов.
2. Логический подход к контролю исправности и диагностике неисправностей управляющих систем. Тесты.

13. Математическая экономика

1. Модель межотраслевого баланса Леонтьева. Продуктивность и прибыльность. Динамические межотраслевые модели.
2. Линейные задачи оптимального распределения ресурсов. Двойственность в линейном программировании и ее экономическая интерпретация.
3. Модели олигополии. Олигополия без сговора. Равновесие Нэша в моделях Курно, Штакельберга и Бертрана. Олигополия со сговором.
4. Модель общего равновесия. Эффективность распределения ресурсов. Первая и вторая теорема благосостояния. Существование и единственность равновесия в модели Вальраса.
5. Проблемы агрегирования в экономике. Аксиоматический подход в индексологии. Теорема о невозможности корректного представления индексов цен и объемов.
6. Теория коллективного выбора. Парадоксы голосования. Теорема Эрроу о невозможности демократии.
7. Теоретико-игровые модели политической конкуренции. Модель Даунса. Вероятностные модели. Модели с меняющейся валентностью.
8. Модели теории контрактов. Неблагоприятный отбор. Моральный риск. Методы борьбы: сигналы, фильтрация, рационирование.
9. Построение оптимальных механизмов. Теория аукционов. Индивидуальная рациональность. Совместимость стимулов. Теорема об эквивалентности доходов.
10. Моделирование риска. Дисперсия как мера риска. Динамическая теория риска: оценка вероятности разорения. Модели перестрахования и взаимного страхования.
11. Финансовая инженерия. Производные финансовые инструменты. Форварды и фьючерсы. Опционы. Модель Блэка-Шоулза.
12. Эконометрика. Линейная модель множественной регрессии. Обобщенный метод наименьших квадратов. Мультиколлинеарность. Гетероскедастичность и автокоррелированность остатков. Модели, поддающиеся линеаризации.
13. Анализ временных рядов. Тренд и сезонность. Стационарные временные ряды. ARMA-модели. Лаговые структуры. Панельные данные и их обработка.

Основная литература

1. Аграчев А.А. Геометрическая теория управления / А.А. Аграчев, Ю.Л. Сачков. – М.: Физматлит, 2005.
2. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление (линейная теория): Учебник / В.И. Благодатских; Под ред. В.А. Садовниченко. – М.: Высш. шк., 2001.
3. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал, 2002.
4. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: Учеб. пособие для вузов / Е.С. Вентцель. – 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004.
5. Волков И.К. Исследование операций: Учеб для вузов / И.К. Волков, Е.А. Загоруйко Под ред. В.С. Зарубина, А П. Крищенко. – М.: Изд-во МГГУ им. Н.Э. Баумана. 2000.
6. Демьянов, В.Ф. Условия экстремума и вариационное исчисление / В.Ф. Демьянов. – М.: Высш. шк., 2005.
7. Карманов В.Г. Математическое программирование: Учеб. пособие / В.Г. Карманов. – 5-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2001.
8. Каханер Д. Численные методы и программное обеспечение: Пер. с англ. / Д. Каханер, К. Моулдер, С. Нэш. – Изд. второе, стереотип. – М.: Мир, 2001.
9. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. М.: Фазис, 2002.
10. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. М.: Либроком, 2009.
11. Математические вопросы кибернетики. 1988—2001. Вып. 1—10. М.: Наука.
12. Морозов В.В. Основы теории игр. М.: Изд-во МГУ, 2002.
13. Оуэн Г. Теория игр: Пер. с англ. – Изд. 2-е. – М.: Едиториал УРСС, 2004.
14. Сигал И. Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы: Учеб. пособие / И. Х. Сигал, А. П. Иванова. – М.: Физматлит, 2002.
15. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Наука, 2008.
16. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высш. школа, 2008.
17. Яхьяева Г.Э. Нечеткие множества и нейронные сети.– М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
18. Данилов В.И. Лекции по теории игр. – М.: РЭШ, 2002.
19. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. – М.: Мир, 1991.
20. Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.

21. Тироль Ж. Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. – СПб.: Экономическая школа, 2000
22. А.А.Фридман. Лекции по курсу микроэкономики продвинутого уровня. – М.: НИУ ВШЭ, 2007.
23. Дж.Джейли, Ф.Рени. Микроэкономика: продвинутый уровень. – М.: НИУ ВШЭ, 2011.
24. Мюллер Д. Общественный выбор III. – М.: НИУ ВШЭ, 2007.
25. Халл Дж. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. – М.: Вильямс, 2008.
26. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 2002.

Дополнительная литература

1. Галеев Э.М. Оптимизация: Теория, примеры, задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
2. Измаилов А.Ф. Чувствительность в оптимизации / А.Ф. Измаилов. – М.: Физмат-лит, 2006.
3. Измаилов А.Ф. Численные методы оптимизации: Учеб. пособие / А.Ф. Измаилов, М.В. Солодов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
4. Колемаев В.А. Математическая экономика Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2005.
5. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. – 2-ое изд., Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007.
6. Лутманов С.В. Курс лекций по методам оптимизации. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
7. Пантелеев А.В., Бортакоский А.С. Теория управления в примерах и задачах. - Москва: Высшая школа, 2003.
8. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений / В.В. Подиновский. – М.: Физматлит, 2007.
9. Стрекаловский А.С. Биматричные игры и билинейное программирование / А.С. Стрекаловский, А.В. Орлов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
10. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации / А.С. Стрекаловский. – Новосибирск: Наука, 2003.