



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Педагогический институт
Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор ПИ ИГУ А.В. Семиров

«21» июня 2018 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля)

Б1.В.ОД.9 Теория чисел

Направление подготовки *44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*

Тип образовательной программы *академический бакалавриат*

Направленность (профиль) подготовки *Математика-Информатика*

Квалификация (степень) выпускника - *бакалавр*

Форма обучения *заочная*

Согласовано с УМС ПИ ИГУ

Протокол №9

от «20» июня 2018 г.

Председатель  М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой Математики и
методики обучения математике

Протокол № *13*

от «*30*» *мая* 2018 г.

Зав. кафедрой  З.А. Дулатова

Иркутск 2018 г.

Содержание

	стр.
1. Цели и задачи дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
4. Объем дисциплины и виды учебной работы	3
5. Содержание дисциплины	4
6. Перечень практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов	6
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)	8
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:	8
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	8
10. Образовательные технологии	8
11. Оценочные средства	9

1. Цели и задачи дисциплины

Цели дисциплины: является освоение понятий и методов теории делимости и теории сравнений, методов решений диофантовых уравнений.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых понятий и методов теории делимости и теории сравнений;
- формирование представлений о связи рассматриваемой теории с задачами школьного курса математики.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина относится к вариативной части цикла дисциплин. Ее разделы тесно связаны со школьной программой. Начальные темы дисциплины, такие как «Делимость», «Простые и составные числа», «НОД и НОК» и др., освещают с позиций большей строгости материал, излагаемый в школьном курсе. Остальные теоретико-числовые разделы («Теория сравнений», «Непрерывные дроби» и др.) предлагают дополнительные методы для решения задач в целых числах. Эти методы так же могут быть рассмотрены в рамках курсов по выбору в школе.

Для освоения разделов 1-2 студенту необходимо знать основы школьного курса алгебры и начал анализа, основы дисциплин «Алгебра и «Дискретная математика».

Принципы отбора содержания и организации учебного материала

Содержание дисциплин распределяется между лекционной, практической и самостоятельной частями на основе принципов преемственности и дополненности. В лекционном курсе главное место отводится теоретическим сведениям, обсуждается их практическое применение. На практических занятиях, посредством решения задач, теоретические сведения доводятся до понимания и применения как внутри предметного, так и межпредметного, а также профессионально-педагогически ориентированного. На самостоятельное изучение выносятся отдельные теоретические темы и их практическое применение, или вопросы практического применения теории лекционного курса, или теоретическое обоснование методов решения задач, изучаемых на практических занятиях.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОК-3 – способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

СПКМ-1 – владеет основными положениями фундаментальных и прикладных разделов математики

СПКМ-2 – способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур

СПКМ- 4 – владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать

- определения основных понятий, формулировки основных результатов, описания методов и алгоритмов, основные связи и отношения между рассматриваемыми объектами;

уметь

- использовать положения и методы теории делимости, сравнений, непрерывных дробей для анализа целочисленных конструкций;

владеть

- методами элементарной теории чисел.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц Очн/заочн	Курс			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (всего)	8			8	
В том числе:					
Лекции	4			4	
Практические занятия (ПЗ)	4			4	
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)*	96			96	
В том числе:					
Подготовка к практическим занятиям	46			46	
Подготовка к контрольным работам / зачету	50			50	
Вид промежуточной аттестации (<u>зачет</u> , экзамен)	4 (Экз.)			4 (зач)	
Контактная работа (всего)**	18			18	
Общая трудоемкость	часы	108		108	
	зачетные единицы	3		3	

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины

№	Разделы дисциплины и их дидактические единицы
1	Отношение делимости. НОД и НОК.
1.1.	Делимость в кольце целых чисел. Свойства делимости
1.2.	НОД и НОК. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.
1.3.	Простые числа. Решето Эратосфена и его вариации. Основная теорема арифметики.
2	Непрерывные дроби
2.1	Непрерывные дроби. Связь с алгоритмом Евклида.
2.2	Иррациональные числа
3	Теоретико-числовые функции

3.1	Функции $[x]$ и $\{x\}$. Разложение $n!$ на простые множители.
3.2	Мультипликативные функции, их свойства. Число делителей и сумма делителей. Функция Мёбиуса. Функция Эйлера
4	Сравнения
4.1	Основные понятия. Свойства сравнений.
4.2	Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Арифметические приложения сравнений. Признаки делимости
4.3	Сравнения с одним неизвестным. Линейные сравнения. Система сравнений первой степени. Сравнения любой степени по простому / составному модулю.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)							
		1	2	3	4				
1	Теория алгоритмов	1	2	3	4				

5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семина.	Лаб. зан.	СРС	Всего
1	Отношение делимости. НОД и НОК.	Делимость в кольце целых чисел. Свойства делимости					9	9
		НОД и НОК. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.	0,5	1			10	11,5
		Простые числа. Решето Эратосфена и его вариации. Основная теорема арифметики.	0,5	1			10	11,5
2	Непрерывные дроби	Непрерывные дроби. Связь с алгоритмом Евклида.					10	10
		Иррациональные числа					7	7
3	Теоретико-числовые функции	Функции $[x]$ и $\{x\}$. Разложение $n!$ на простые множители.	0,5				9	9,5
		Мультипликативные функции, их свойства. Число делителей и сумма	0,5	1			9	10,5

		делителей. Функция Мёбиуса. Функция Эйлера						
4	Сравнения	Основные понятия. Свойства сравнений.	1				10	11
		Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Арифметические приложения сравнений. Признаки делимости					10	10
		Сравнения с одним неизвестным. Линейные сравнения. Система сравнений первой степени. Сравнения любой степени по простому / составному модулю.	1	1			12	14

6. Перечень семинарских, практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Перечень практических занятий

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ, их содержание	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.2	НОД и НОК. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.	1	устный опрос, контрольная работа	СПКМ 1, СПКМ 2, СПКМ 4, ОК 3 ПК 11
2.	1.3	Простые числа. Решето Эратосфена и его вариации. Основная теорема арифметики.	1	устный опрос, контрольная работа	СПКМ 1, СПКМ 2, СПКМ 4, ОК 3 ПК 11
3.	3.2	Мультипликативные функции, их свойства. Число делителей и сумма делителей. Функция Мёбиуса. Функция Эйлера	1	устный опрос, контрольная работа	СПКМ 1, СПКМ 2, СПКМ 4, ОК 3 ПК 11
4.	4.3	Сравнения с одним неизвестным. Линейные сравнения. Система сравнений первой степени. Сравнения любой степени по простому / составному модулю.	1	устный опрос, контрольная работа	СПКМ 1, СПКМ 2, СПКМ 4, ОК 3

		лю.			
--	--	-----	--	--	--

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Те-ма	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-20, 1-15 (4, 5 семестр)	1-4	Подготовка к практическим занятиям	Выполнение домашнего задания (решение задач). Изучение литературы по теме.	[1-4]	46
1-20, 1-15 (4,5 семестр)	1-4	Подготовка к контрольным работам, зачету / экзамену	Изучение литературы по теме. Повторение изученного материала.	[1-3]	50

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов, в том числе расположенных на информационном портале ПИ ИГУ в кабинетах дисциплин кафедры, для подготовки к занятиям и выполнения заданий (рефератов, докладов, проектов);
- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)

не предусмотрены

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Бухштаб А. А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Бухштаб. - Москва : Лань, 2008. - 384 с. : ил. ; 21 см. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр. в тексте. - ISBN 978-5-8114-0847-4.
2. Кузьмина Н. Д. Элементы теории чисел [Текст] : учеб. пособие / Н. Д. Кузьмина, А. И. Ковыршина, Е. С. Лапшина; Вост.-Сиб. гос. акад. образования. - Иркутск : Изд-во ВСГАО, 2013. - 98 с. - ISBN 978-5-85827-825-2, 10 экз.

б) дополнительная литература

1. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] / И. М. Виноградов. - Москва : Лань, 2009. - 176 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0535-0

2. Арифметика [Текст]: учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников. - 3-е изд. - М. : Просвещение, 2003. - 270 с. - ISBN 5-09-011876-0, 15 экз.

в) программное обеспечение

ОС Windows, АнтивирусKaspersky, LibreOffice, MS Office, 7-zip, VLC, Mozilla Firefox, WinDjView, XnView MP, Acrobat Reader DC

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов

2. ООО«Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>

3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»

4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн

5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специальные помещения:

учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации, лаборатория.

Техническое обеспечение:

компьютер, проектор, экран натяжной, ноутбук, компьютер, интерактивная доска, доска белая с магнитной поверхностью.

10. Образовательные технологии:

В основном применяются интерактивные формы: эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый. Объяснительно-иллюстративный метод применяется только на этапе разъяснения целей и задач изучения того или иного содержания.

эвристическая беседа	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
метод коллективного анализа ситуации	Эта форма выражается в обсуждении следствий из доказанных теорем и их взаимосвязей с полученными ранее результатами в рамках этой или других теорий; в анализе возможностей применения доказанных утверждений в решении задач; в обсуждении проблематики рассматриваемой темы, целей и задач введения новых понятий. Особую важность в таком обсуждении имеет максимально возможное включение в него аудитории посредством постоянного обращения к их личностному математическому опыту, приобретенному при учебе как в вузе, так и в школе.
деловая игра	На практических занятиях студентам предлагается провести взаимную проверку, выполнить по отношению к коллеге или коллегам роль

	консультанта (преподавателя). Кроме тренировки логико-математического характера, такие упражнения позволяют почувствовать себя учителем, увидеть возможности и проблемы, которые дает эта позиция.
дискуссия	Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.

11. Оценочные средства (ОС):

Описание показателей, критериев и шкалы оценки оценочных средств содержится в отдельном файле или в учебном пособии: Бычкова О.И., Дулатова З.А. Оценка учебных достижений студентов в рамках компетентностного подхода. Часть 1[Текст]: учебное пособие./ О.И. Бычкова, З.А. Дулатова. – Иркутск: ООО Издательство «Оттиск», 2017 – 108 с.

11.1. Оценочные средства для определения степени сформированности компетенций студентов

Шифр компетенции	Содержание компетенции	Оценочные средства
ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;	Конспект Контрольная работа Зачет
ПК-11	готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.	Конспект Контрольная работа Проект
СПКМ-1	владеет основными положениями фундаментальных и прикладных разделов математики	Конспект Контрольная работа Зачет
СПКМ-2	способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур	Конспект Контрольная работа Зачет
СПКМ-4	владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач	Конспект Контрольная работа Зачет

11.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля

Контрольная работа по теме «Делимость целых чисел. НОД»

1. Докажите, что для любых натуральных чисел a и b выполняется

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(5a + 3b, 13a + 8b).$$

2. Докажите, что при любом натуральном n числа $n^5 + 4n^3 + 3n$ и $n^4 + 3n^2 + 1$ взаимно просты.
3. Найдите все целые a , при которых значения дроби $\frac{a^3 + 4a^2 - 2a - 26}{a - 3}$ являются целыми числами.
4. Трехзначное число \overline{abc} делится на 37. Докажите, что сумма чисел \overline{bca} и \overline{cab} также делится на 37.
5. Найдите последнюю цифру числа 1234^{8765} .
6. Сумма пяти целых чисел равна 200. Докажите, что их произведение не может оканчиваться на 2013.
7. Может ли число делиться на 8, а при делении на 12 давать остаток 10?
8. Сколько целочисленных точек принадлежит прямой $31x - 14y = 2$ на промежутке $-40 \leq x \leq 15$?
9. Найдите все пары двузначных чисел a и b , для которых произведение ab является числом, записанным одинаковыми цифрами?

Контрольная работа по теме «Сравнения. Свойства сравнений»

Вариант 1.

1. Решите уравнение $115x \equiv 85 \pmod{355}$.
2. При каких целых n выражение $\frac{7n+1}{6}$ равно целому числу, которое при делении на 8 дает остаток 1.
3. Решите систему сравнений
$$\begin{cases} 2x \equiv 9 \pmod{15} \\ 5x \equiv 4 \pmod{7} \\ 7x \equiv 3 \pmod{9} \end{cases}$$
4. Найдите остаток от деления чисел 13^{1602} на 1000.
5. Разложите дробь $\frac{19}{21}$ на сумму или разность двух дробей соответственно со знаменателями 3 и 7.
6. При каком значении a система совместна
$$\begin{cases} 5x \equiv 3 \pmod{4} \\ 7x \equiv 1 \pmod{12} \\ x \equiv a \pmod{5} \end{cases}$$

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена).

Экзамен проводится в письменной форме по билетам.

Вопросы к зачету

1. Отношение делимости. Свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
4. Свойства НОД. Линейная форма НОД. НОД нескольких чисел.
5. Взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел.
6. Наименьшее общее кратное. Свойства НОК. Наименьшее общее кратное нескольких чисел.
7. Простые числа. Свойства простых чисел.
8. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел.
9. Основная теорема арифметики.
10. Теоретико-числовые функции.
11. Непрерывные дроби.
12. Подходящие дроби. Свойства подходящих дробей.
13. Сравнения. Свойства сравнений.
14. Полная система вычетов.
15. Приведенная система вычетов.
16. Функция Эйлера.
17. Теоремы Эйлера и Ферма.

18. Сравнения первой степени.
19. Сравнения высших степеней.
20. Решение неопределенных уравнений.
21. Признаки делимости.

Демонстрационный вариант экзаменационного билета

БИЛЕТ 13

1. Полная система вычетов по модулю m . Свойства.
2. При каком значении a система совместна $\begin{cases} 13x \equiv 15 \pmod{18} \\ 9x \equiv 5 \pmod{14} \\ 4x \equiv a \pmod{15} \end{cases}$ Решите систему при возможном наименьшем положительном значении a .
3. Решите сравнение $x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 25x^2 + 4x - 20 \equiv 0 \pmod{147}$.
4. Натуральные числа a и b таковы, что $31a = 54b$. Докажите, что число $a + b$ составное.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями утвержденного приказом Минобрнауки РФ № 91 от 9 февраля 2016г. (зарегистрирован 02.03.16, опубликовано 3.03.2016)

Автор программы: Е.С. Лапшина, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.