



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



Рабочая программа дисциплины

Б1.В.ОД.7 Уравнения математической физики

Специальность 21.05.02 «Прикладная геология»

Специализация «Геология нефти и газа»

Квалификация выпускника – горный инженер-геолог

Форма обучения: очная, заочная

Согласовано с УМК
геологического факультета
Протокол № 6 от «22» 03 2019 г.
Председатель
А.Ф. Летникова

Рекомендовано кафедрой:
математического анализа и
дифференциальных уравнений
Протокол № 6
От «22» 03 2019 г.
Зав. кафедрой
Фалалеев М.В.

Иркутск 2019 г.

Содержание

	стр.
1. Цели и задачи дисциплины «Уравнения математической физики»	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
4. Объем дисциплины и виды учебной работы	3
5. Содержание дисциплины	4
5.1. Содержание разделов и тем дисциплины	
5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами	
5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий	
5.4. Перечень лекционных занятий	
6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ	7
6.1. План самостоятельной работы студентов	
6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов	
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)	10
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:	10
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы.	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	11
10. Образовательные технологии	11
11. Оценочные средства (ОС)	11

1. Цели и задачи дисциплины «Уравнения математической физики».

Цель курса – дать студентам знания об основных уравнениях, изучаемых в математической физике, их видах и свойствах, методах решения и исследования, а также приложениях в конкретных областях науки (в частности, в теории фильтрации жидкостей и газов). Для большего понимания студентами возможностей практического применения изучаемой дисциплины в рамках курса также.

Задачи дисциплины:

- овладение специальными практическими приемами дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных;
- усвоение принципов классификации и упрощения уравнений в частных производных и начально-краевых задач для них;
- овладение основными методами решения уравнений и задач;
- обзор практических приложений;
- изучение основных принципов построения математических моделей различных физических процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП.

Математический и научно-естественный цикл. Курс «Уравнения математической физики» опирается на такие дисциплины, как «Математика», «Физика» и предшествует дисциплине «Математические методы моделирования в геологии».

3. Требования к результатам освоения дисциплины.

Процесс обучения направлен на формирование следующих компетенций:

- готовность использовать теоретические знания при выполнении производственных, технологических и инженерных исследований в соответствии со специализацией (ПК-1);
- способность проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований (ПК-15).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать основные формулы производных и интегралов, основные правила дифференцирования и интегрирования, принципы отыскания решений начальных и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, типы уравнений в частных производных, способы упрощения уравнений, типы краевых и начальных условий, принципы построения решений задач, основные принципы построения математических моделей, основные физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных;

уметь свободно дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных, классифицировать уравнения в частных производных и упрощать их в зависимости от типа уравнения, решать начальные, краевые и смешанные задачи для уравнений в частных производных;

владеть навыками дифференцирования сложной функции одной и нескольких переменных, методами упрощения уравнений в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типов и приведения их к каноническому виду, методом Даламбера, методом разделения переменных Фурье решения смешанных задач для уравнений в частных производных.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы (очная/заочная формы обучения).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры/Курс			
		7/4			
Аудиторные занятия (всего)	56/14				
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции		18/4			
Практические занятия (ПЗ)		36/10			

Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)	52/90				
В том числе:	-	-	-	-	-
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат (при наличии)					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Зачет				
Контактная работа (всего)	61/23				
Общая трудоемкость	часы	108	108		
	зачетные единицы	3	3		

5. Содержание дисциплины.

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины.

Раздел 1.

Тема 1. Предмет дисциплины «Уравнения математической физики», ее основные разделы, цели и задачи изучения.

Тема 2. Дифференцирование функции одной переменной. Таблица производных. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции. Геометрический смысл производной. Физический смысл производной.

Тема 3. Интегрирование функции одной переменной. Таблица интегралов. Основные правила интегрирования. Специальные методы интегрирования (подведение под знак дифференциала, метод подстановки, метод интегрирования по частям).

Тема 4. Дифференцирование функции нескольких переменных. Частные производные. Производная сложной функции нескольких переменных.

Тема 5. Теория рядов (числовые ряды, функциональные ряды). Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье.

Тема 6. Комплексные числа. Операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление, операция взятия сопряженного). Модуль комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа, тригонометрическая форма записи. Показательная форма записи, формула Эйлера.

Тема 7. Дифференциальные уравнения и их классификация. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Начальные условия, задача Коши. Методы решения ОДУ 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные однородные ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел 2.

Тема 1. Уравнения в частных производных. Основные определения и примеры. Классификация УЧП 2-го порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Уравнение характеристик. Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости.

Тема 2. Уравнения математической физики. Примеры УМФ гиперболического, параболического и эллиптического типов. Обзор приложений УМФ в различных областях науки (в т. ч. в теории фильтрации жидкостей и газов и теории движения грунтовых вод).

Тема 3. Начальные условия. Краевые условия и их классификация (первая и вторая задачи Дирихле, задача Неймана). Смешанные задачи. Методы упрощения краевых условий. Упрощение группы младших производных.

Тема 4. Методы решения смешанных задач для УЧП 2-го порядка. Формула Даламбера. Принцип Дюамеля. Метод разделения переменных Фурье. Построение решений задач в виде степенных рядов (аналитические решения).

Тема 5. Основные принципы построения математических моделей. Примеры математических моделей. Классификация и анализ математических моделей, точки бифуркаций.

5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин				
		2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
1.	Математические методы моделирования в геологии					

5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий (очная/заочная формы обучения).

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семина.	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	Введение. Необходимые сведения из смежных разделов математики	1.1. Введение в теорию уравнений математической физики	1/0.5	0/0	-	0/0	0/0	1/0.5
		1.2. Дифференцирование функции одной переменной	1/0	0/2	-	3/0	7/11	11/13
		1.3. Интегрирование функции одной переменной	1/0	0/2	-	2/0	8/12	11/14
		1.4. Дифференцирование функции нескольких переменных.	1/0	0/2	-	3/0	4/9	8/11
		1.5. Теория рядов.	2/0	0/0	-	4/0	2/5	8/5
		1.6. Комплексные числа.	1/0	0/0.5	-	2/0	2/7	5/7.5
		1.7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	2/1	0/1	-	4/0	7/11	13/13
2.	Уравнения математической физики. Методы решения и практические приложения.	2.1. Уравнения в частных производных. Приведение к каноническому виду.	3/0.5	0/0.5	-	6/0	7/11	16/12

	2.2. Уравнения математической физики. Обзор практических приложений.	1/0.5	0/0	-	0/0	0/0	1/0.5
	2.3. Начальные, краевые и смешанные задачи.	1/0.5	0/0	-	2/0	0/0	3/0.5
	2.4. Методы решения смешанных задач.	2/1	0/2	-	8/0	13/19	23/22
	2.5. Основы математического моделирования.	2/0	0/0	-	2/0	2/5	6/5

5.4 перечень лекционных занятий (очная/заочная формы обучения)

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование используемых технологий	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.1	традиционная лекция	1/0.5	-	ПК-1
2.	1.2	традиционная лекция	1/0	Контрольная работа	ПК-1
3.	1.3	традиционная лекция	1/0	Контрольная работа	ПК-1
4.	1.4	традиционная лекция	1/0	Контрольная работа	ПК-1
5.	1.5	традиционная лекция	2/0	Самостоятельная работа	ПК-1
6.	1.6	традиционная лекция	1/0	Самостоятельная работа	ПК-1
7.	1.7	традиционная лекция	2/1	Самостоятельная работа	ПК-1
8.	2.1	традиционная лекция	3/0.5	Контрольная работа	ПК-1, ПК-15
9.	2.2	лекция-визуализация	1/0.5	-	ПК-1, ПК-15
10.	2.3	традиционная лекция	1/0.5	Самостоятельная	ПК-1, ПК-

				работа	15
11.	2.4	традиционная лекция	2/1	Контроль ная работа	ПК-1, ПК- 15
12.	2.5	лекция-визуализация	2/0	Самостоя -тельная работа	ПК-1, ПК- 15

6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ (очная/заочная формы обучения).

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.1	-	-	-	-
2.	1.2	Дифференцирование функции одной переменной	3/2	Контроль ная работа	ПК-1
3.	1.3	Интегрирование функции одной переменной	2/2	Контроль ная работа	ПК-1
4.	1.4	Дифференцирование функции нескольких переменных	3/2	Контроль ная работа	ПК-1
5.	1.5	Разложение функций в ряды Тейлора, Маклорена и Фурье	4/0	Самостоя -тельная работа	ПК-1
6.	1.6	Комплексные числа и действия над ними	2/0.5	Самостоя -тельная работа	ПК-1
7.	1.7	Решение ОДУ 1-го и 2-го порядка. Задача Коши	4/1	Самостоя -тельная работа	ПК-1
8.	2.1	Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости	6/0.5	Контроль ная работа	ПК-1, ПК- 15

9.	2.2	-	-	-	-
10.	2.3	Классификация и упрощение начальных и краевых условий. Упрощение группы младших производных	2/0	Самостоятельная работа	ПК-1, ПК-15
11.	2.4	Решение смешанных задач	8/2	Контрольная работа	ПК-1, ПК-15
12.	2.5	Анализ математических моделей	2/0	Самостоятельная работа	ПК-1, ПК-15

6.1. План самостоятельной работы студентов (очная/заочная формы обучения)

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
2	1.2. Дифференцирование функции одной переменной	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Продифференцировать функции, пользуясь таблицей производных и основными правилами дифференцирования (производная суммы, произведения и частного функций, производная сложной функции).	Романова О.А. Краткий курс математического анализа. 2012.	7/11
3	1.3. Интегрирование функции одной переменной	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Вычислить интегралы, подводя под знак дифференциала, проинтегрировать функции по частям.	1) Гражданцева Е.Ю. Интегральное исчисление функции одной переменной. 2012. 2) Романова О.А. Краткий курс математического анализа. 2012.	8/12
4	1.4. Дифференцирование функции нескольких переменных.	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Продифференцировать функции нескольких переменных. Продифференцировать сложные функции нескольких переменных.	Романова О.А. Краткий курс математического анализа. 2012.	4/9
5	1.5. Теория рядов.	Чтение и конспектирование.	Законспектировать	Романова О.А. Краткий	2/5

			соответствующий раздел учебного пособия.	курс математического анализа. 2012.	
6	1.6. Комплексные числа.	Решение задач.	Сложить, вычесть, умножить и разделить два комплексных числа. Вычислить модуль комплексного числа. Разрешить в комплексных числах квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом.	-	2/7
7	1.7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Решение задач.	Решить задачу Коши для ОДУ 1-го и 2-го порядков.	-	7/11
8	2.1. Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Привести к каноническому виду линейные УЧП 2-го порядка гиперболического, параболического и эллиптического типов с постоянными коэффициентами на плоскости.	Головки Е.А. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач. Ч.1. 2014.	7/11
11	2.4. Решение смешанных задач	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности и волнового уравнения в случае одной пространственной переменной методом разделения переменных Фурье.	Головки Е.А. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач. Ч.2. 2014.	13/19
12	2.5. Основы математического моделирования.	Чтение и конспектирование.	Законспектировать соответствующий раздел учебного пособия.	Плохотников К.Э. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. 2011.	2/5

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Конспекты выполняются письменно, от руки. При конспектировании студент должен проявить умение вычлнять из текста самую важную информацию, оставляя за рамками излишние подробности. Данное умение свидетельствует о понимании учащимся конспектируемого материала. Целью конспекта является более глубокое, всестороннее изучение конкретной темы. Перед составлением конспекта необходимо осуществить подбор необходимой и рекомендованной литературы, а также составить план конспекта, постоянно имея в виду конечную цель своей работы по изучению и осмыслению данной темы.

Целью решения задач в рамках самостоятельной работы студента является закрепление навыков, полученных на лабораторных занятиях.

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1) Головки, Елена Анатольевна. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач [Текст] : учеб. пособие : в 2 ч. / Е. А. Головки ; рец.: М. В. Фалалеев, Г. А. Тренёва ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. Ч. 1. - 2014. - 130 с.

2) Головки, Елена Анатольевна. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач [Текст] : учеб. пособие : в 2 ч. / Е. А. Головки ; рец.: М. В. Фалалеев, Г. А. Тренёва ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. Ч. 2. - 2014. - 142 с.

б) дополнительная литература:

1) Гражданцева, Елена Юрьевна. Интегральное исчисление функции одной переменной [Текст] : учеб. пособие / Е. Ю. Гражданцева ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2012. - 114 с.

2) Романова, Ольга Александровна. Краткий курс математического анализа [Текст] : учеб. пособие / О. А. Романова ; рец.: М. В. Фалалеев, А. Л. Казаков ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2012. - 109 с. ; 20 см. - Библиогр.: с. 109.

3) Плохотников, Константин Эдуардович. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент [Текст] : методология и практика / К. Э. Плохотников. - 2-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2011. - 280 с.

в) программное обеспечение: не предусмотрено.

г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы:

Информационно-образовательные сайты: <http://www.exponenta.ru>, <http://eqworld.ipmnet.ru>.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Ноутбук, мультимедийный проектор.

10. Образовательные технологии.

Занятия проводятся в форме лекций (в т. ч. интерактивных), практические занятия – в виде решения задач (у доски, самостоятельного, коллективного).

11. Оценочные средства (ОС).

11.1. Оценочные средства для входного контроля: не предусмотрены.

11.2. Оценочные средства текущего контроля:

Демонстрационный вариант контрольной работы № 1 «Вычисление частных производных»:

1. Вычислить u_x и u_y , если

а) $u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$;

б) $u = \operatorname{tg} \frac{x^2}{y}$;

в) $u = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.

2. Вычислить u_x , u_y , u_{xx} , u_{xy} и u_{yy} если

а) $u = x^m y^n$, ($n, m \in R$);

б) $u = x^4 + y^4 - 4x^2 y^2$;

в) $u = xy + \frac{y}{x}$;

г) $u = \frac{x}{y^2}$;

д) $u = x \sin(x + y)$;

е) $u = \frac{\cos x^2}{y}$;

ё) $u = \ln(x + y^2)$;

ж) $u = e^{xy}$.

3. Вычислить u_x , u_y и u_z , если:

а) $u = (xy)^z$;

б) $u = z^{xy}$.

4. Вычислить u_x , u_y , u_z , u_{xx} , u_{yy} , u_{zz} , u_{xy} , u_{xz} и u_{yz} , если $u = xy + yz + zx$.

Демонстрационный вариант контрольной работы № 2 «Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости»

Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду:

1. $U_{xx} - 8U_{xy} - 9U_{yy} + 21U_x + 3U_y - U = 0$.

2. $U_{xx} - 4U_{xy} + 4U_{yy} + 2U_x - U_y + U = x.$
3. $-U_{xx} - 2U_{xy} - 10U_{yy} + 2U_x - 3U_y + 5U = 0.$

Демонстрационный вариант самостоятельной работы «Решение смешанных задач для однородных УЧП методом Фурье»

Решить смешанную задачу:

1. $U_t = 2U_{xx}; U(x, 0) = \sin 3\pi x; U(0, t) = U(8, t) = 0$

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации:

Вопросы к зачету:

- 1) Дифференцирование функции одной переменной. Таблица производных. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции.
- 2) Геометрический смысл производной. Физический смысл производной.
- 3) Интегрирование функции одной переменной. Таблица интегралов. Основные правила интегрирования. Специальные методы интегрирования.
- 4) Дифференцирование функции нескольких переменных. Частные производные. Производная сложной функции нескольких переменных.
- 5) Теория рядов (числовые ряды, функциональные ряды).
- 6) Степенные ряды.
- 7) Ряды Тейлора и Маклорена.
- 8) Ряды Фурье.
- 9) Комплексные числа. Операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление, операция взятия сопряженного). Модуль комплексного числа.
- 10) Геометрическая интерпретация комплексного числа, тригонометрическая форма записи.
- 11) Показательная форма записи, формула Эйлера.
- 12) Дифференциальные уравнения и их классификация. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Начальные условия, задача Коши.
- 13) Методы решения ОДУ 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
- 14) Линейные однородные ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
- 15) Уравнения в частных производных. Основные определения и примеры. Классификация УЧП 2-го порядка, линейных относительно старших производных.
- 16) Характеристики. Уравнение характеристик. Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости.
- 17) Уравнения математической физики. Примеры УМФ гиперболического, параболического и эллиптического типов. Приложения УМФ в различных областях науки.
- 18) Начальные условия. Краевые условия и их классификация (первая и вторая задачи Дирихле, задача Неймана). Смешанные задачи.
- 19) Методы упрощения краевых условий. Упрощение группы младших производных.
- 20) Формула Даламбера.
- 21) Принцип Дюамеля.
- 22) Метод разделения переменных Фурье.
- 23) Аналитические решения.
- 24) Основные принципы построения математических моделей. Примеры математических моделей.
- 25) Классификация и анализ математических моделей, точки бифуркаций.

п/п			компоненты которых контролируются
1	Контрольная работа № 1	Раздел 1, темы 2, 4	ПК-1
2	Контрольная работа № 2	Раздел 2, тема 1	ПК-1, ПК-15
3	Самостоятельная работа	Раздел 2, тема 4	ПК-1, ПК-15
4	Зачет	Разделы 1 и 2	ПК-1, ПК-15

Разработчик:

Кузнецов П.А. старший преподаватель Кузнецов П.А.

Программа рассмотрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

«22» 02 2019 г.

Протокол № 6 Зав. кафедрой Фалалеев М.В.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.