



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
ФГБОУ ВО «ИГУ»  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



**Рабочая программа дисциплины**

Б1.В.ОД.7 Уравнения математической физики

Специальность 21.05.02 «Прикладная геология»

Специализация «Геология нефти и газа»

Квалификация выпускника – горный инженер-геолог

Форма обучения: очная, заочная

Согласовано с УМК  
геологического факультета  
Протокол № 6 от «22» 03 2019 г.  
Председатель  
А.Ф. Летникова

Рекомендовано кафедрой:  
математического анализа и  
дифференциальных уравнений  
Протокол № 6  
От «22» 03 2019 г.  
Зав. кафедрой  
Фалалеев М.В.

Иркутск 2019 г.

## Содержание

	стр.
1. Цели и задачи дисциплины «Уравнения математической физики»	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
4. Объем дисциплины и виды учебной работы	3
5. Содержание дисциплины	4
5.1. Содержание разделов и тем дисциплины	
5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами	
5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий	
5.4. Перечень лекционных занятий	
6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ	7
6.1. План самостоятельной работы студентов	
6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов	
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)	10
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:	10
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы.	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	11
10. Образовательные технологии	11
11. Оценочные средства (ОС)	11

### 1. Цели и задачи дисциплины «Уравнения математической физики».

**Цель курса** – дать студентам знания об основных уравнениях, изучаемых в математической физике, их видах и свойствах, методах решения и исследования, а также приложениях в конкретных областях науки (в частности, в теории фильтрации жидкостей и газов). Для большего понимания студентами возможностей практического применения изучаемой дисциплины в рамках курса также.

#### Задачи дисциплины:

- овладение специальными практическими приемами дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных;
- усвоение принципов классификации и упрощения уравнений в частных производных и начально-краевых задач для них;
- овладение основными методами решения уравнений и задач;
- обзор практических приложений;
- изучение основных принципов построения математических моделей различных физических процессов.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП.

**Математический и научно-естественный цикл.** Курс «Уравнения математической физики» опирается на такие дисциплины, как «Математика», «Физика» и предшествует дисциплине «Математические методы моделирования в геологии».

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины.

Процесс обучения направлен на формирование следующих компетенций:

- готовность использовать теоретические знания при выполнении производственных, технологических и инженерных исследований в соответствии со специализацией (ПК-1);
- способность проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований (ПК-15).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать** основные формулы производных и интегралов, основные правила дифференцирования и интегрирования, принципы отыскания решений начальных и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, типы уравнений в частных производных, способы упрощения уравнений, типы краевых и начальных условий, принципы построения решений задач, основные принципы построения математических моделей, основные физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных;

**уметь** свободно дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных, классифицировать уравнения в частных производных и упрощать их в зависимости от типа уравнения, решать начальные, краевые и смешанные задачи для уравнений в частных производных;

**владеть** навыками дифференцирования сложной функции одной и нескольких переменных, методами упрощения уравнений в частных производных гиперболического, параболического и эллиптического типов и приведения их к каноническому виду, методом Даламбера, методом разделения переменных Фурье решения смешанных задач для уравнений в частных производных.

### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы (очная/заочная формы обучения).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры/Курс			
		7/4			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	56/14				
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции		18/4			
Практические занятия (ПЗ)		36/10			

Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	52/90				
В том числе:	-	-	-	-	-
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат (при наличии)					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Зачет				
<b>Контактная работа (всего)</b>	61/23				
Общая трудоемкость	часы	108	108		
	зачетные единицы	3	3		

## 5. Содержание дисциплины.

### 5.1. Содержание разделов и тем дисциплины.

#### Раздел 1.

*Тема 1.* Предмет дисциплины «Уравнения математической физики», ее основные разделы, цели и задачи изучения.

*Тема 2.* Дифференцирование функции одной переменной. Таблица производных. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции. Геометрический смысл производной. Физический смысл производной.

*Тема 3.* Интегрирование функции одной переменной. Таблица интегралов. Основные правила интегрирования. Специальные методы интегрирования (подведение под знак дифференциала, метод подстановки, метод интегрирования по частям).

*Тема 4.* Дифференцирование функции нескольких переменных. Частные производные. Производная сложной функции нескольких переменных.

*Тема 5.* Теория рядов (числовые ряды, функциональные ряды). Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье.

*Тема 6.* Комплексные числа. Операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление, операция взятия сопряженного). Модуль комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа, тригонометрическая форма записи. Показательная форма записи, формула Эйлера.

*Тема 7.* Дифференциальные уравнения и их классификация. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Начальные условия, задача Коши. Методы решения ОДУ 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные однородные ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

#### Раздел 2.

*Тема 1.* Уравнения в частных производных. Основные определения и примеры. Классификация УЧП 2-го порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Уравнение характеристик. Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости.

*Тема 2.* Уравнения математической физики. Примеры УМФ гиперболического, параболического и эллиптического типов. Обзор приложений УМФ в различных областях науки (в т. ч. в теории фильтрации жидкостей и газов и теории движения грунтовых вод).

*Тема 3.* Начальные условия. Краевые условия и их классификация (первая и вторая задачи Дирихле, задача Неймана). Смешанные задачи. Методы упрощения краевых условий. Упрощение группы младших производных.

*Тема 4.* Методы решения смешанных задач для УЧП 2-го порядка. Формула Даламбера. Принцип Дюамеля. Метод разделения переменных Фурье. Построение решений задач в виде степенных рядов (аналитические решения).

*Тема 5.* Основные принципы построения математических моделей. Примеры математических моделей. Классификация и анализ математических моделей, точки бифуркаций.

## **5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами**

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин				
		2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
1.	Математические методы моделирования в геологии					

## **5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий (очная/заочная формы обучения).**

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семина.	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	Введение. Необходимые сведения из смежных разделов математики	1.1. Введение в теорию уравнений математической физики	1/0.5	0/0	-	0/0	0/0	1/0.5
		1.2. Дифференцирование функции одной переменной	1/0	0/2	-	3/0	7/11	11/13
		1.3. Интегрирование функции одной переменной	1/0	0/2	-	2/0	8/12	11/14
		1.4. Дифференцирование функции нескольких переменных.	1/0	0/2	-	3/0	4/9	8/11
		1.5. Теория рядов.	2/0	0/0	-	4/0	2/5	8/5
		1.6. Комплексные числа.	1/0	0/0.5	-	2/0	2/7	5/7.5
		1.7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	2/1	0/1	-	4/0	7/11	13/13
2.	Уравнения математической физики. Методы решения и практические приложения.	2.1. Уравнения в частных производных. Приведение к каноническому виду.	3/0.5	0/0.5	-	6/0	7/11	16/12

	2.2. Уравнения математической физики. Обзор практических приложений.	1/0.5	0/0	-	0/0	0/0	1/0.5
	2.3. Начальные, краевые и смешанные задачи.	1/0.5	0/0	-	2/0	0/0	3/0.5
	2.4. Методы решения смешанных задач.	2/1	0/2	-	8/0	13/19	23/22
	2.5. Основы математического моделирования.	2/0	0/0	-	2/0	2/5	6/5

#### 5.4 перечень лекционных занятий (очная/заочная формы обучения)

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование используемых технологий	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.1	традиционная лекция	1/0.5	-	ПК-1
2.	1.2	традиционная лекция	1/0	Контрольная работа	ПК-1
3.	1.3	традиционная лекция	1/0	Контрольная работа	ПК-1
4.	1.4	традиционная лекция	1/0	Контрольная работа	ПК-1
5.	1.5	традиционная лекция	2/0	Самостоятельная работа	ПК-1
6.	1.6	традиционная лекция	1/0	Самостоятельная работа	ПК-1
7.	1.7	традиционная лекция	2/1	Самостоятельная работа	ПК-1
8.	2.1	традиционная лекция	3/0.5	Контрольная работа	ПК-1, ПК-15
9.	2.2	лекция-визуализация	1/0.5	-	ПК-1, ПК-15
10.	2.3	традиционная лекция	1/0.5	Самостоятельная	ПК-1, ПК-

				работа	15
11.	2.4	традиционная лекция	2/1	Контроль ная работа	ПК-1, ПК- 15
12.	2.5	лекция-визуализация	2/0	Самостоя -тельная работа	ПК-1, ПК- 15

**6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ (очная/заочная формы обучения).**

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.1	-	-	-	-
2.	1.2	Дифференцирование функции одной переменной	3/2	Контроль ная работа	ПК-1
3.	1.3	Интегрирование функции одной переменной	2/2	Контроль ная работа	ПК-1
4.	1.4	Дифференцирование функции нескольких переменных	3/2	Контроль ная работа	ПК-1
5.	1.5	Разложение функций в ряды Тейлора, Маклорена и Фурье	4/0	Самостоя -тельная работа	ПК-1
6.	1.6	Комплексные числа и действия над ними	2/0.5	Самостоя -тельная работа	ПК-1
7.	1.7	Решение ОДУ 1-го и 2-го порядка. Задача Коши	4/1	Самостоя -тельная работа	ПК-1
8.	2.1	Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости	6/0.5	Контроль ная работа	ПК-1, ПК- 15

9.	2.2	-	-	-	-
10.	2.3	Классификация и упрощение начальных и краевых условий. Упрощение группы младших производных	2/0	Самостоятельная работа	ПК-1, ПК-15
11.	2.4	Решение смешанных задач	8/2	Контрольная работа	ПК-1, ПК-15
12.	2.5	Анализ математических моделей	2/0	Самостоятельная работа	ПК-1, ПК-15

### 6.1. План самостоятельной работы студентов (очная/заочная формы обучения)

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
2	1.2. Дифференцирование функции одной переменной	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Продифференцировать функции, пользуясь таблицей производных и основными правилами дифференцирования (производная суммы, произведения и частного функций, производная сложной функции).	Романова О.А. Краткий курс математического анализа. 2012.	7/11
3	1.3. Интегрирование функции одной переменной	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Вычислить интегралы, подводя под знак дифференциала, проинтегрировать функции по частям.	1) Гражданцева Е.Ю. Интегральное исчисление функции одной переменной. 2012. 2) Романова О.А. Краткий курс математического анализа. 2012.	8/12
4	1.4. Дифференцирование функции нескольких переменных.	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Продифференцировать функции нескольких переменных. Продифференцировать сложные функции нескольких переменных.	Романова О.А. Краткий курс математического анализа. 2012.	4/9
5	1.5. Теория рядов.	Чтение и конспектирование.	Законспектировать	Романова О.А. Краткий	2/5



			соответствующий раздел учебного пособия.	курс математического анализа. 2012.	
6	1.6. Комплексные числа.	Решение задач.	Сложить, вычесть, умножить и разделить два комплексных числа. Вычислить модуль комплексного числа. Разрешить в комплексных числах квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом.	-	2/7
7	1.7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Решение задач.	Решить задачу Коши для ОДУ 1-го и 2-го порядков.	-	7/11
8	2.1. Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Привести к каноническому виду линейные УЧП 2-го порядка гиперболического, параболического и эллиптического типов с постоянными коэффициентами на плоскости.	Головки Е.А. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач. Ч.1. 2014.	7/11
11	2.4. Решение смешанных задач	Чтение и конспектирование. Решение задач.	Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности и волнового уравнения в случае одной пространственной переменной методом разделения переменных Фурье.	Головки Е.А. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач. Ч.2. 2014.	13/19
12	2.5. Основы математического моделирования.	Чтение и конспектирование.	Законспектировать соответствующий раздел учебного пособия.	Плохотников К.Э. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. 2011.	2/5

## **6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов**

Конспекты выполняются письменно, от руки. При конспектировании студент должен проявить умение вычлнять из текста самую важную информацию, оставляя за рамками излишние подробности. Данное умение свидетельствует о понимании учащимся конспектируемого материала. Целью конспекта является более глубокое, всестороннее изучение конкретной темы. Перед составлением конспекта необходимо осуществить подбор необходимой и рекомендованной литературы, а также составить план конспекта, постоянно имея в виду конечную цель своей работы по изучению и осмыслению данной темы.

Целью решения задач в рамках самостоятельной работы студента является закрепление навыков, полученных на лабораторных занятиях.

## **7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Курсовые работы не предусмотрены.

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

### **а) основная литература:**

1) Головки, Елена Анатольевна. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач [Текст] : учеб. пособие : в 2 ч. / Е. А. Головки ; рец.: М. В. Фалалеев, Г. А. Тренёва ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. Ч. 1. - 2014. - 130 с.

2) Головки, Елена Анатольевна. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач [Текст] : учеб. пособие : в 2 ч. / Е. А. Головки ; рец.: М. В. Фалалеев, Г. А. Тренёва ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. Ч. 2. - 2014. - 142 с.

### **б) дополнительная литература:**

1) Гражданцева, Елена Юрьевна. Интегральное исчисление функции одной переменной [Текст] : учеб. пособие / Е. Ю. Гражданцева ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т математики, экономики и информатики. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2012. - 114 с.

2) Романова, Ольга Александровна. Краткий курс математического анализа [Текст] : учеб. пособие / О. А. Романова ; рец.: М. В. Фалалеев, А. Л. Казаков ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2012. - 109 с. ; 20 см. - Библиогр.: с. 109.

3) Плохотников, Константин Эдуардович. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент [Текст] : методология и практика / К. Э. Плохотников. - 2-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2011. - 280 с.

**в) программное обеспечение:** не предусмотрено.

### **г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы:**

Информационно-образовательные сайты: <http://www.exponenta.ru>, <http://eqworld.ipmnet.ru>.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.**

Ноутбук, мультимедийный проектор.

## 10. Образовательные технологии.

Занятия проводятся в форме лекций (в т. ч. интерактивных), практические занятия – в виде решения задач (у доски, самостоятельного, коллективного).

## 11. Оценочные средства (ОС).

### 11.1. Оценочные средства для входного контроля: не предусмотрены.

### 11.2. Оценочные средства текущего контроля:

Демонстрационный вариант контрольной работы № 1 «Вычисление частных производных»:

1. Вычислить  $u_x$  и  $u_y$ , если

а)  $u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ;

б)  $u = \operatorname{tg} \frac{x^2}{y}$ ;

в)  $u = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ .

2. Вычислить  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_{xx}$ ,  $u_{xy}$  и  $u_{yy}$  если

а)  $u = x^m y^n$ ,  $(n, m \in R)$ ;

б)  $u = x^4 + y^4 - 4x^2 y^2$ ;

в)  $u = xy + \frac{y}{x}$ ;

г)  $u = \frac{x}{y^2}$ ;

д)  $u = x \sin(x + y)$ ;

е)  $u = \frac{\cos x^2}{y}$ ;

ё)  $u = \ln(x + y^2)$ ;

ж)  $u = e^{xy}$ .

3. Вычислить  $u_x$ ,  $u_y$  и  $u_z$ , если:

а)  $u = (xy)^z$ ;

б)  $u = z^{xy}$ .

4. Вычислить  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ ,  $u_{xx}$ ,  $u_{yy}$ ,  $u_{zz}$ ,  $u_{xy}$ ,  $u_{xz}$  и  $u_{yz}$ , если  $u = xy + yz + zx$ .

Демонстрационный вариант контрольной работы № 2 «Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости»

Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду:

1.  $U_{xx} - 8U_{xy} - 9U_{yy} + 21U_x + 3U_y - U = 0$ .

2.  $U_{xx} - 4U_{xy} + 4U_{yy} + 2U_x - U_y + U = x.$
3.  $-U_{xx} - 2U_{xy} - 10U_{yy} + 2U_x - 3U_y + 5U = 0.$

**Демонстрационный вариант самостоятельной работы «Решение смешанных задач для однородных УЧП методом Фурье»**

Решить смешанную задачу:

$$1. U_t = 2U_{xx}; U(x, 0) = \sin 3\pi x; U(0, t) = U(8, t) = 0$$

**11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации:**

Вопросы к зачету:

- 1) Дифференцирование функции одной переменной. Таблица производных. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции.
- 2) Геометрический смысл производной. Физический смысл производной.
- 3) Интегрирование функции одной переменной. Таблица интегралов. Основные правила интегрирования. Специальные методы интегрирования.
- 4) Дифференцирование функции нескольких переменных. Частные производные. Производная сложной функции нескольких переменных.
- 5) Теория рядов (числовые ряды, функциональные ряды).
- 6) Степенные ряды.
- 7) Ряды Тейлора и Маклорена.
- 8) Ряды Фурье.
- 9) Комплексные числа. Операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление, операция взятия сопряженного). Модуль комплексного числа.
- 10) Геометрическая интерпретация комплексного числа, тригонометрическая форма записи.
- 11) Показательная форма записи, формула Эйлера.
- 12) Дифференциальные уравнения и их классификация. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Начальные условия, задача Коши.
- 13) Методы решения ОДУ 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
- 14) Линейные однородные ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
- 15) Уравнения в частных производных. Основные определения и примеры. Классификация УЧП 2-го порядка, линейных относительно старших производных.
- 16) Характеристики. Уравнение характеристик. Приведение к каноническому виду линейных УЧП 2-го порядка на плоскости.
- 17) Уравнения математической физики. Примеры УМФ гиперболического, параболического и эллиптического типов. Приложения УМФ в различных областях науки.
- 18) Начальные условия. Краевые условия и их классификация (первая и вторая задачи Дирихле, задача Неймана). Смешанные задачи.
- 19) Методы упрощения краевых условий. Упрощение группы младших производных.
- 20) Формула Даламбера.
- 21) Принцип Дюамеля.
- 22) Метод разделения переменных Фурье.
- 23) Аналитические решения.
- 24) Основные принципы построения математических моделей. Примеры математических моделей.
- 25) Классификация и анализ математических моделей, точки бифуркаций.

п/п			компоненты которых контролируются
1	Контрольная работа № 1	Раздел 1, темы 2, 4	ПК-1
2	Контрольная работа № 2	Раздел 2, тема 1	ПК-1, ПК-15
3	Самостоятельная работа	Раздел 2, тема 4	ПК-1, ПК-15
4	Зачет	Разделы 1 и 2	ПК-1, ПК-15

Разработчик:

Кузнецов П.А. старший преподаватель Кузнецов П.А.

Программа рассмотрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

«22» 02 2019 г.

Протокол № 6 Зав. кафедрой Фалалеев М.В.

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**