



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Педагогический институт
Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор ПИ ИГУ А.В. Семиров

“21” июня 2018 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля)

Б1.В.ОД.12 Математическая логика и теория алгоритмов

Направление подготовки *44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*

Тип образовательной программы *академический бакалавриат*

Направленность (профиль) подготовки *Математика-Информатика*

Квалификация (степень) выпускника - *бакалавр*

Форма обучения *заочная*

Согласовано с УМС ПИ ИГУ

Протокол №9
от «20» июня 2018 г.

Председатель  М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой Математики и
методики обучения математике

Протокол № *13*
от «*30*» *мая* 20*18* г.

Зав. кафедрой  З.А. Дулатова

Иркутск 2018 г.

Содержание

	стр.
1. Цели и задачи дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП.	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
4. Объем дисциплины и виды учебной работы	5
5. Содержание дисциплины	5
6. Перечень практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов	8
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)	13
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:	13
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	14
10. Образовательные технологии	14
11. Оценочные средства (ОС)	15

1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины: развитие математической, логической и алгоритмической культуры студентов в контексте формирования и развития общекультурных, профессиональных и специальных предметных компетенций

Задачи дисциплины:

- ввести в проблематику математической логики и теории алгоритмов;
- сформировать базовый понятийный аппарат, необходимый для восприятия и осмысления последующих курсов в блоке математических, информационных и методических дисциплин;
- заложить базовые знания, необходимые для осмысления математических, информационных и методических дисциплин;
- ввести в новый метаязык математики, позволяющий включать в рассмотрение новые максимально-обобщенные математические объекты и фиксировать результаты исследований;
- сформировать навыки математического моделирования мыслительного процесса в различных предметных областях;
- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- сформировать навыки применения аппарата математической логики к решению содержательных логических задач;
- дать представление о применении математической логики в создании вычислительной техники и языков программирования;
- дать представление о роли математической логики в решении проблем обоснования математики;
- дать представление о современном состоянии научных исследований в области математической логики, теории алгоритмов и сопряженных с ней областях знаний;
- дать представление о роли формализации понятия алгоритма в решении проблем обоснования математики, создании вычислительной техники и языков программирования.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина является одной из основных дисциплин подготовки бакалавра педагогического образования по профилю математика к педагогической деятельности. Ее включение в учебный план шестого семестра третьего курса определяется тем фактором, что к этому времени студенты должны уже освоить достаточный объем математических дисциплин, изучить основные логические конструкции, применяемые в доказательстве утверждений и решении задач. Осознание логики построения и оценки истинности суждений, оценки правильности умозаключений, умений строить посылки и следствия из совокупностей суждений и многое другое, составляющее содержание курса «Математическая логика» способствует углублению понимания дисциплин общей профессиональной подготовки, направленных на освоение теории и методики обучения математике.

Принципы отбора содержания и организации учебного материала

Содержание дисциплин распределяется между лекционной, практической и самостоятельной частями на основе принципов преемственности и дополнительности. В лекционном курсе главное место отводится теоретическим сведениям, обсуждается их практическое применение. На практических занятиях, посредством решения задач, теоретические сведения доводятся до понимания и применения как внутри предметного, так и межпредметного, а также профессионально-педагогически ориентированного. На самостоятельное изучение выносятся отдельные теоретические темы и их практическое применение, или вопросы практического применения теории лекционного курса, или теоретическое обоснование методов решения задач, изучаемых на практических занятиях.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОК-3 – способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования;

СПКМ-2 – способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур;

СПКМ-3 – способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, владеет логической и алгоритмической культурой;

СПКМ-4 – владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- определения основных понятий;
- формулировки утверждений;
- описания алгоритмов (процессов построения объектов, решения задач, доказательств утверждений...);
- классификации изучаемых объектов по различным основаниям (формул и секвенций по строению, истинности и выводимости; теорий по способам построения и основным характеристикам и т.д.);
- основные способы формализации понятия алгоритма и связь между ними;
- определения основных понятий (вычислимой функции, машины с неограниченными регистрами, частично рекурсивной и примитивно рекурсивной функции);
- иметь представления об основных алгоритмических проблемах в математике и логике.

Уметь:

- использовать язык алгебры высказываний и алгебры предикатов для формализации суждений и умозаключений из различных предметных областей (особое внимание обратить на школьную математику);
- классифицировать и преобразовывать суждения и умозаключения, используя их модели, построенные средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов;
- определять тип формул (алгебры высказываний и алгебры предикатов), используя различные методы;
- проверять правильность рассуждений;
- строить следствия из данных утверждений и посылки для заданного утверждения;
- доказывать полноту и неполноту различных систем логических связей (операций);
- применять алгебру высказываний к реализации булевых функций и упрощению релейно-контактных схем;
- строить формальные аксиоматические теории исчисления высказываний и исчисления предикатов в секвенциальной форме;
- строить выводы (линейный и в виде дерева) теорем исчисления высказываний и исчисления предикатов;
- доказывать независимость исчисления высказываний;
- описывать формальные аксиоматические теории основных классов алгебраических систем (групп, колец, полей, упорядоченных множеств и т.д.);
- доказывать вычислимость функций посредством написания МНР-программы, построения машины Тьюринга;
- доказывать, что функция является примитивно рекурсивной (частично рекурсивной).

Владеть:

- способами применения специальных математических, обще-логических, формально-логических и других способов познавательной деятельности к объектам математической логики (приемами анализа формулировок задач, теорем, преобразования выражений);

- способами применения аппарата математической логики в процессе изучения различных предметных областей (выделять предметы, связи и отношения между ними, строить символичные модели суждений и умозаключений, анализировать и преобразовывать их и интерпретировать в исходной предметной области);
- терминологией и профессиональным языком теории алгоритмов

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курсы			
		3			
Аудиторные занятия (всего)	18	18			
В том числе:					
Лекции	6	6			
Практические занятия (ПЗ)	12	12			
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)*	189	189			
В том числе:					
Подготовка к практическим занятиям	90	90			
Подготовка к контрольным работам / экзамену	99	99			
Вид промежуточной аттестации	9 (экзамен)	9 (экзамен)			
Контактная работа (всего)**	37	37			
Общая трудоемкость	часы	216	216		
	зачетные единицы	6	6		

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1. Алгебра высказываний

1.1. Формулы алгебры высказываний. Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Типы формул алгебра высказываний. Типы множеств формул. Эквивалентность формул алгебра высказываний. Основные эквивалентности. Способы проверки эквивалентности формул. Упрощение систем высказываний.

1.2. Нормальные формы формул алгебры высказываний. Полные и неполные системы связок. Нормальные и совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний. Критерии тождественной истинности и тождественной ложности формул алгебра высказываний. Булевы функции и их реализация формулами алгебра высказываний.

1.3. Применение алгебры высказываний к решению технических и логических задач. Применение алгебры высказываний к упрощению релейно-контактных схем. Отношение логического следования на множестве формул алгебры высказываний: определение, свойства, кри-

теории правильности, применение для проверки правильности рассуждений, построения следствий из совокупности суждений и посылок для суждения.

Раздел 2. Алгебра предикатов

Интуитивно философское и формальное математическое определение предиката, области определения и области истинности предиката. Типы предикатов. Операции над предикатами. Функции (операции) на множествах. Связь операций и предикатов. Функциональные, предикатные символы, их интерпретация в разных множествах. Язык первого порядка. Алфавит языка первого порядка. Сигнатура. Формулы алгебры предикатов. Свободные и связанные переменные формул алгебры предикатов.

Алгебра предикатов заданной сигнатуры. Терм, формула. Интерпретация свободных и связанных переменных. Алгебраическая система данной сигнатуры. Интерпретация формул заданной сигнатуры в алгебраических системах. Типы формул алгебры предикатов: выполняемая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная в алгебраической системе формула; выполняемая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная формула. Построение формальных моделей суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов.

Раздел 3. Элементы теории алгоритмов

Интуитивное понятие алгоритма. Примеры алгоритмов. Вычислимые функции. МНР-вычислимые функции. Разрешимые предикаты и проблемы. Основные вычислимые функции. Соединение программ. Операторы подстановки, рекурсии и минимизации. Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча. Алгоритмы в школьном курсе математики. Алгоритмические проблемы в логике и математике

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)								
		1	2	3						
1.	Нестандартные алгебраические задачи	1	2	3						

5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Се-мин	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	Алгебра высказываний	Формулы алгебры высказываний					9	9
		Нормальные формы формул алгебры высказываний					30	30
		Применение алгебры высказываний к решению технических и логических задач	2	4			30	36
2	Алгебра предикатов	Формулы алгебры предикатов. Формализация суждений	2	2			30	34
3	Элементы	Интуитивное поня-	2	2			30	34

теории алгоритмов	те алгоритма. Примеры алгоритмов. Вычислимые функции.						
	МНР-вычислимые функции. Разрешимые предикаты и проблемы. Основные вычислимые функции. Соединение программ. Операторы подстановки, рекурсии и минимизации.	2			30	32	
	Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча. Алгоритмы в школьном курсе математики. Алгоритмические проблемы в математике	2			30	32	

6. Перечень семинарских, практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов

**Перечень практических занятий
3 курс**

№ п/п	№ раз-дела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических занятий и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1	1	Формулы алгебры высказываний	9	конспект, контрольная работа, устный опрос	ОК3, ПК 11 СПКМ2, 3,4
		Нормальные формы формул алгебры высказываний	30	конспект, контрольная работа, уст-	ОК3, ПК 11 СПКМ2, 3,4

				ный опрос	
		Применение алгебры высказываний к решению технических и логических задач	36	конспект, контрольная работа, устный опрос	ОКЗ, ПК 11 СПКМ2, 3,4
2	2	Формулы алгебры предикатов. Формализация суждений	34	конспект, контрольная работа, устный опрос	ОКЗ, СПКМ2, 3,4
3	3	Интуитивное понятие алгоритма. Примеры алгоритмов. Вычислимые функции.	34	конспект, устный опрос	ОКЗ, ПК 11 СПКМ2, 3,4
		МНР-вычислимые функции. Разрешимые предикаты и проблемы. Основные вычислимые функции. Соединение программ. Операторы подстановки, рекурсии и минимизации.	32	конспект, устный опрос	ОКЗ, ПК 11 СПКМ2, 3,4
		Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча. Алгоритмы в школьном курсе математики. Алгоритмические проблемы в математике	32	конспект, устный опрос	ОКЗ, ПК 11 СПКМ2, 3,4

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
в течение семестра	1, 2, 3	Подготовка к практическим занятиям	Выполнение домашнего задания (решение задач). Изучение литературы по теме.	[1-3]	90
в течение семестра	1,2, 3	Подготовка к контрольным работам / экзамену	Изучение литературы по теме. Повторение изученного материала.	[1-3]	99

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов, в том числе расположенных на информационном портале ПИ ИГУ в кабинетах дисциплин кафедры, для подготовки к занятиям и выполнения заданий (рефератов, докладов, проектов);

- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

Студентам рекомендуется использование следующих **электронных ресурсов**:

базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО«Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

7.Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) не предусмотрены

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература

1. Ершов Ю. Л. Математическая логика [Текст] : учеб. пособие / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2005. - 336 с. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Предм. указ.: с. 335-336. - ISBN 5-8114-0533-2 : 357.50 р. (10 экз.)
2. Герасимов, А. С. Курс математической логики и теории вычислимости [Электронный ресурс] / А. С. Герасимов. - Москва: Лань", 2014. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1666-0
3. Игошин, Владимир Иванович. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов [Текст] : учебное пособие / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2007. - 304 с. - ISBN 5-7695-3728-0 (25 ВСГАО+1 ИГУ= 26 экз.)

б) Дополнительная литература

1. Игошин В. И. Математическая логика [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. 050201.65 - Математика / В. И. Игошин. - М. : Инфра-М, 2014. - 398 с. ; 22 см + 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 389-392. - ISBN 978-5-16-005204-5 : 440.14 р.(1экз.)
2. Мальцев И.А. Дискретная математика [Текст] / И. А. Мальцев. - Москва : Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1010-1 :
3. Герасимов А. С. Курс математической логики и теории вычислимости [Электронный ресурс] / А. С. Герасимов. - Москва : Лань", 2014. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1666-0 :

в) программное обеспечение

ОС Windows, АнтивирусKaspersky, LibreOffice, MS Office, 7-zip, VLC, Mozilla Firefox, WinDjView, XnView MP, Acrobat Reader DC

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО «Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специальные помещения:

учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации, лаборатория.

Техническое обеспечение:

компьютер, проектор, экран натяжной, ноутбук, компьютер, интерактивная доска, доска белая с магнитной поверхностью.

10. Образовательные технологии:

В основном применяются интерактивные формы: эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый. Объяснительно-иллюстративный метод применяется только на этапе разъяснения целей и задач изучения того или иного содержания.

Используемые формы и методы интерактивного обучения	
эвристическая беседа	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
дискуссия	Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.
проблемный подход	Применяется на различных этапах лекционных и практических занятий. На лекциях: при мотивации изучения новой темы ставится проблема теоретического или практического плана, для решения которой у студентов недостаточно знаний и умений; самостоятельная формулировка теоретических положений для новых классов объектов по аналогии с данными; самостоятельное доказательство теорем или их фрагментов и т.д. На практических занятиях ставится проблема применения теоретических положений для решения конкретных задач, проблема обобщения метода на класс задач, проблема переноса метода на новый класс задач и т.д.
метод проектов	Адаптировать изложение какой-либо темы для обучающихся определенного уровня: восстановить полные формулировки и подробные доказательства теоретических положений; разработать практи-

	ческие задания, позволяющие поэтапно формировать более сложный метод решения класса задач и т.д. Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.
работа в группах	Применяется в сочетании с другими интерактивными методами. Например: математическая карусель, командная устная олимпиада, командный блиц-турнир, групповой проект, работа в парах при взаимной проверке решения задач и т.д.
творческие задания	Сформулировать теоретические положения для новых классов объектов по аналогии с данными. Обобщить метод решения частной задачи на класс задач. Преобразовать известный метод так, чтобы он мог быть применен к решению нового класса задач. Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.

11. Оценочные средства (ОС):

11.1. Оценочные средства для определения степени сформированности компетенций студентов

Шифр компетенции	Содержание компетенции	Оценочные средства
ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;	Конспект Контрольная работа Проект Экзамен
ПК-11	готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.	Конспект Контрольная работа Проект
СПКМ-2	способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур	Конспект Контрольная работа Проект Экзамен
СПКМ-3	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, владеет логической и алгоритмической культурой	Конспект Контрольная работа Проект Экзамен
СПКМ-4	владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач	Конспект Контрольная работа Проект Экзамен

11.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля

Темы контрольных заданий по первому разделу «Алгебра высказываний»:

- проверка правильности рассуждений с применением критериев, которые, в свою очередь, выявляют знания критериев тождественной истинности формул алгебры высказываний, основанные на умении эквивалентными преобразованиями строить нормальные формы для формул алгебры высказываний; умение строить совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний;
- построение следствий из заданных посылок, содержащих только простые высказывания, входящие в исходные посылки (всех, некоторых);
- построение посылок для заданного утверждения;
- применение моделирования суждений средствами алгебры высказываний для выявления необходимых и достаточных условий, построение обратных, противоположных и обратно-противоположных суждений;
- применение моделирования средствами алгебры высказываний релейно-контактных схем с целью их упрощения или построения по определенным условиям.

Темы контрольных заданий по второму разделу «Алгебра предикатов»:

- доказательство выполнимости или опровержимости формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов;
- построение модели суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов;

Примеры контрольных работ

1. Итоговая контрольная работа по теме «Алгебра высказываний»

Задание 1.

Записать символьные модели высказываний и определить их истинностные значения:

а). Тигр – травоядное животное, следовательно, Джон Кеннеди – президент Франции.

б). Для равенства $2 \cdot 2 = 5$ необходимо, чтобы $2 \cdot 3 \neq 6$ или $2 - 6 = 8$.

Задание 2

Построить таблицу истинности для формулы и определить ее тип:

$$\neg((\neg A \wedge \neg B) \rightarrow (\neg A \vee C))$$

Задание 3

Доказать, что если формулы $A \vee B$ и $\neg A \vee C$ тождественно истинны, то формула $B \vee C$ тождественно истинна

Задание 4

Проверить совместность множеств утверждений:

Либо Дама Бубон не крада бульон, либо, если Алиса все перепутала, бульон съел Валет. Если бульон украдала Дама Бубон, то неверно, что Алиса все перепутала. Если Валет съел бульон, то все-таки Алиса все перепутала.

Задание 5

Проверить правильность рассуждения, пользуясь определением и критерием:

Для того, чтобы быть допущенным к экзаменам, необходимо получить зачет по логике. Я получу этот зачет, если научусь устанавливать непротиворечивость множества формул. Я этот способ не усвоил. Следовательно, я не буду допущен к экзамену.

Задание 6

Построить релейно-контактную схему по данным условиям работы:

Два игрока по установленному сигналу замыкают или размыкают выключатель, находящийся под управлением каждого из них. Если оба делают одно и то же, то выигрывает первый игрок, в противном случае – второй. Построить такую схему, чтобы при выигрыше первого игрока зажигалась лампочка.

Задание 7

Решить логическую задачу:

В гимназии, перешедшей на самообслуживание, четырем старшеклассникам: Андрееву, Костину, Савельеву и Давыдову поручили убрать седьмой, восьмой, девятый и десятый классы. При проверке оказалось, что десятый класс плохо убран. Не ушедшие домой ученики сообщили следующее. Андреев: «Я убирал девятый класс, а Савельев – седьмой»; Костин: «Я убирал девятый класс, а Андреев – восьмой класс»; Савельев: «Я убирал восьмой класс, а Костин – десятый класс». Давыдов ушел домой. Оказалось, что каждый ученик одну половину говорил правильно, а другую – неправильно. Какой класс убирал каждый ученик?

2. Итоговая контрольная работа по теме «Алгебра предикатов»

Задание 1

Для следующих предикатов, определенных на указанных множествах, составить таблицы истинности. Определить множества истинности предикатов:

$$D(x, y) \Leftrightarrow "x \text{ делит } y", \quad x, y, z \in \{1, 2, 4\}$$

Задание 2

Изобразить на координатной прямой (плоскости) множества истинности следующих предикатов, заданных на R . Определить тип предикатов:

$$|x - 3| = 4$$

Задание 3

Формализовать следующие суждения, используя указанные предикаты, определенные на множестве всех людей:

$$C(x) \Leftrightarrow "x \text{ – студент}",$$

$$Ч(x) \Leftrightarrow "x \text{ умеет читать}"$$

$$Я(x) \Leftrightarrow "x \text{ – японец}",$$

$$P(x) \Leftrightarrow "x \text{ – знает русский язык}",$$

$$Л(x, y) \Leftrightarrow "x \text{ любит } y"$$

- 1) Все студенты умеют читать.
- 2) Некоторые японцы знают русский язык.
- 3) Ни один из студентов не является японцем.
- 4) Некоторые люди, знающие русский язык, не являются японцами.

Задание 4

Перевести с формального языка на содержательный:

$$1) \quad \forall x \forall y (x \in N \wedge y \in N \rightarrow x \cdot y = y \cdot x);$$

$$2) \quad \forall x (x \in R \rightarrow |\sin x| \leq 1).$$

Задание 5

Записать с помощью формул алгебры предикатов следующие высказывания:

1) Существует не более чем один элемент x , такой, что $F(x)$.

2) Существует по крайней мере два элемента x и y , такие, что $F(x)$ и $F(y)$.

Задание 6

Запишите на формальном языке, используя следующие предикаты:

$$T(x) \Leftrightarrow "x \text{ – точка}",$$

$$Пр(x) \Leftrightarrow "x \text{ – прямая}",$$

$$Пл(x) \Leftrightarrow "x \text{ – плоскость}",$$

$$Л(x, y) \Leftrightarrow "x \text{ лежит на } y"$$

- 1) Через каждые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести единственную плоскость.
- 2) Через каждые две точки можно провести прямую, и, если эти точки различные, то прямая единственна.

Демонстрационная контрольная работа по теме «Алгоритмы в школьном курсе математики»

1. В каждой клетке доски 11×11 стоит шашка. За один ход игрок должен снять с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Кто выигрывает при правильной игре?
2. На доске написаны числа 25 и 36. За один ход разрешается дописать любое натуральное число – разность любых двух имеющихся на доске чисел, если оно еще не встречалось. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
3. Имеется две кучки по 7 камней. За ход разрешается взять один камень из любой кучки или по камню из каждой кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
4. Ферзь стоит на поле с1. За ход его можно передвинуть на любое число клеток вверх, или вправо, или по диагонали вправо-вверх. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто выигрывает при правильной игре?
5. Имеется 68 монет разной массы. Как за 100 взвешиваний найти самую тяжелую и самую легкую?
6. Дано шесть гирь: две зеленых, две красных, две синих. В каждой паре одна гиря тяжелая, а другая – легкая, причем все тяжелые гири весят одинаково, а все легкие – тоже. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах найти все тяжелые гири?
7. Имеется четыре монеты, одна из которых фальшивая, отличающаяся от остальных по весу. Имеются также китайские чашечные весы. Весы таковы, что если положить на их чашки одинаковые по массе грузы, то любая из чашек может перевесить, а если грузы различны по массе, то непременно перевесит чашка с более тяжелым грузом. Как за три взвешивания на таких весах наверняка выявить фальшивую монету и определить, легче она или тяжелее настоящих?

Оцениваются работы по следующей схеме:

- «отлично» - выполнены все задания либо без недочетов, либо с техническими недочетами типа «описка» и т.д.;
- «хорошо» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в одном или двух заданиях; выполнены без недочетов все задания, кроме одного;
- «удовлетворительно» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в более чем двух заданиях; выполнена без недочетов половина заданий и с недочетами еще хотя бы одно задание;
- «неудовлетворительно» - во всех случаях, не перечисленных в предыдущих пунктах.

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена).

Экзамен проводится в письменной форме по билетам, включающим один теоретический вопрос и три практических задания.

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену

Вопросы к экзамену

1. Высказывания и операции над ними.
2. Формулы алгебра высказываний. Типы формул алгебра высказываний.
3. Типы множеств формул.
4. Эквивалентность формул алгебра высказываний. Основные эквивалентности. Способы проверки эквивалентности формул.
5. Полные и неполные системы связок.
6. Нормальные формы формул алгебры высказываний: ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ (определение, теорема о существовании).

7. Критерии тождественной истинности и тождественной ложности формул алгебры высказываний.
8. Отношение логического следования на множестве формул алгебры высказываний: определение, свойства, критерий правильности, применение для проверки правильности рассуждений.
9. Интуитивно философское и формальное математическое определение предиката, области определения и области истинности предиката
10. Типы предикатов.
11. Операции над предикатами.
12. Функции (операции) на множествах. Связь операций и предикатов.
13. Функциональные, предикатные символы, их интерпретация в разных множествах.
14. Сигнатура. Термы и формулы алгебры предикатов заданной сигнатуры. Свободные и связанные переменные.
15. Интерпретация и истинностное значение формулы алгебры предикатов в алгебраической системе.
16. Типы формул алгебры предикатов: выполнимая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная в алгебраической системе формула; выполнимая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная формула.
17. Эквивалентность формул алгебры предикатов: определение эквивалентности в алгебраической системе, в классе алгебраических систем, логическая эквивалентность (независимо от интерпретаций).
18. Основные эквивалентности алгебры предикатов, способы доказательства эквивалентности и неэквивалентности формул, применение эквивалентных преобразований к преобразованию суждений.
19. Машина с неограниченными регистрами. Команды обнуления, прибавления единицы, переадресации, условного перехода.
20. МНР-вычислимые функции.
21. Разрешимые предикаты и проблемы.
22. Операторы подстановки, примитивной рекурсии, ограниченной минимизации, минимизации. Теоремы об их вычислимости (определения, формулировки теорем).
23. Вычислимость конкретных функций (уметь доказывать).
24. Частично-рекурсивные и примитивно-рекурсивные функции. Теорема о совпадении класса ч.р.ф. и класса всех МНР-вычисляемых функций.
25. Другие подходы к вычислимости. Машина Тьюрига. Тезис Черча.

Типы практических заданий

1. Построение математической модели для высказывания в виде формулы АВ.
2. Оценка истинностного значения высказывания с применением АВ.
3. Эквивалентные преобразования формул АВ.
4. Доказательство эквивалентности формул АВ.
5. Построение ДНФ, КНФ, СДНФ и СКНФ для заданных формул АВ.
6. Проверка правильности логического следования, определенного на множестве формул АВ.
7. Проверка правильности рассуждений с применением АВ.
8. Решение логических задач с применением АВ.
9. Построение формальных моделей суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов.
10. Доказательство вычислимости функций.

Пример экзаменационного билета

1. Формулы алгебры высказываний. Типы формул. Примеры формул разных типов.
2. Известно, что $A \vee B$, $A \rightarrow C$, $B \rightarrow D$ тавтологии, докажите, что тогда $\neg C \rightarrow D$ тавтология.
3. Используя заданные предикаты, формализовать утверждения:
 - $P(x, t) \Leftrightarrow$ "я вижу предмет x в момент времени t "
 - $Q(x, t) \Leftrightarrow$ "я беру предмет в момент времени t ",
 - $T(t_1, t_2) \Leftrightarrow$ "момент времени t_1 предшествует моменту времени t_2 "

«Иногда я вижу все предметы, но ни один не беру».

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями утвержденного приказом Минобрнауки РФ № 91 от 9 февраля 2016г. (зарегистрирован 02.03.16, опубликовано 3.03.2016)

Авторы программы: Дулатова Зайнеп Асаналиевна, к.ф.-м.н., зав. кафедрой математики и методики обучения математике, Е.С. Лапшина, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.