



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФГБОУ ВО «ИГУ»  
Педагогический институт  
Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор ПИ ИГУ А.В. Семиров

“21” июня 2018 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля)

*Б1.В.ДВ.21.1 Численные методы решения интегральных уравнений*

Направление подготовки *44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*

Тип образовательной программы *академический бакалавриат*

Направленность (профиль) подготовки *Математика-Информатика*

Квалификация (степень) выпускника - *бакалавр*

Форма обучения *заочная*

Согласовано с УМС ПИ ИГУ

Протокол №9

от «20» июня 2018 г.

Председатель  М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой Математики и методики обучения математике

Протокол № *13*

от «*20*» *июня* 2018 г.

Зав. кафедрой  З.А. Дулатова

Иркутск 2018 г.

## Содержание

	стр.
1. Цели и задачи дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
4. Объем дисциплины и виды учебной работы	4
5. Содержание дисциплины	5
6. Перечень практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов	7
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)	9
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:	9
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	10
10. Образовательные технологии	11
11. Оценочные средства (ОС)	11

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цели освоения дисциплины:

- сформировать у студентов базовые знания и умения в области численного решения интегральных уравнений;
- создать условия для формирования у студентов знаний о сущности и возможностях численных методов;
- вызвать интерес к проведению исследовательских работ в направлении численного решения интегральных уравнений.

### Задачи дисциплины

- содействовать изучению студентами теоретических основ и практического применения аппарата изучаемых разделов;
- показать применение теории и практики к постановке и решению прикладных задач;
- содействовать развитию интереса к проведению научно-исследовательских работ в области численного решения интегральных уравнений;
- формировать базовый понятийный аппарат, необходимый для восприятия и осмысления материала возможных научно-исследовательских работ, связанных с численным решением интегральных уравнений;
- содействовать развитию способности формирования навыков в организации самостоятельной работы с учебной и научно-методической литературой.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина входит в профессиональный цикл Б1.В.ДВ. Он тесно связан и опирается на курсы «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения» изучаемые на 1-3 курсах. В рамках курса студенты знакомятся с основными видами интегральных уравнений и способами их решения; некоторыми понятиями функционального анализа (необходимыми для изучения и восприятия материала), а также с элементарными численными методами решения интегральных уравнений. Представленный курс взаимодействует с дисциплинами «Элементы теории действительного и комплексного переменного» и «Топология».

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: **ОК 3, ПК-11, СПКМ 1, СПКМ 2, СПКМ 4.**

В результате изучения дисциплины студент должен:

### знать

определения основных математических понятий изучаемых разделов;  
принцип сжимающих отображений для интегральных уравнений;  
лемму Гронуолла-Беллмана и ее разностный аналог;  
элементарные алгоритмы численных методов решения интегральных уравнений Вольтерра II и I рода;

### уметь

обоснованно применять теоретические знания для решения практических задач;  
применять алгоритмы простейших численных методов для решения интегральных уравнений Вольтера II и I рода;

### владеть

основными понятиями модуля «Теория интегральных уравнений» (интегральное уравнение, ядро интегрального уравнения, линейное интегральное уравнение, нелинейное интегральное уравнение, интегральное уравнение Фредгольма I, II рода, интегральные уравнения Вольтерра I, II, Интегральные уравнения Абея I, II рода, интегральное уравнение Урысона, интегральное уравнение Гаммерштейна, резольвента);

основными понятиями модуля «Функциональный анализ» (оператор, метрические пространства, полные метрические пространства, принцип сжимающих отображений);  
основными понятиями модуля «Алгоритмы численных методов решения интегральных уравнений Вольтерра» (интерполяция, интерполяционный полином, квадратурные формулы, лемма Гронуолла-Белмана и ее разностный аналог, явные и неявные методы, устойчивость разностной схемы);  
основными методами численного решения;

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курс
		5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	6	6
В том числе:		
Лекции	2	2
Практические занятия (ПЗ)	4	4
Лабораторные работы (ЛР)		
<b>Самостоятельная работа (всего)*</b>	62	62
В том числе:		
выполнение домашних работ		
изучение отдельных теоретических вопросов по рекомендуемым учебникам и учебным пособиям		
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	3(4)	3(4)
<b>Контактная работа (всего)**</b>		
Общая трудоемкость	часы	72
	зачетные единицы	2

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Содержание разделов и тем дисциплины

№	Разделы дисциплины и их дидактические единицы
1	<b>Элементы теории интегральных уравнений</b>
1.1	Интегральные уравнения. Основные понятия.
1.2	Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
1.3	Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты
1.4	Уравнения Фредгольма. Метод определителей Фредгольма
2	<b>Элементы теории функционального анализа</b>
2.1	Метрические пространства. Полные пространства.

2.2	Принцип сжатых отображений. Применение принципа к интегральным уравнениям Вольтерра и Фредгольма
3	<b>Алгоритмы численных методов решения интегральных уравнений Вольтерра</b>
3.1	Задача интерполирования. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.
3.2	Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы.
3.3	Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра.
3.4	Лемма Гронуолла-Белмана, ее разностный аналог. Оценка сходимости методов. Устойчивость.

### 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)								
1.	<b>Элементы теории действительного и комплексного переменного</b>	2.1								

### 5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семи н.	Лаб. зан.	СРС	Всего
1	<b>Элементы теории интегральных уравнений</b>	Интегральные уравнения. Основные понятия.	1				4	5
		Связь между линейными дифференциальными и уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.					6	6

		Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты		1			6	7
		Уравнения Фредгольма. Метод определителей Фредгольма		1			6	7
2	<b>Элементы теории функционального анализа</b>	Метрические пространства. Полные пространства.					6	6
		Принцип сжатых отображений. Применение принципа к интегральным уравнениям Вольтерра и Фредгольма					6	6
3	<b>Алгоритмы численных методов решения интегральных уравнений Вольтерра</b>	Задача интерполирования. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.	1				4	5
		Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы		1			6	7
		Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра		1			6	7
		Лемма Гронуолла-Белмана, ее разностный аналог. Оценка сходимости методов. Устойчивость.					6	6

## 6. Перечень практических занятий и лабораторных работ

№ п / п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ, их содержание	Трудоемкость (час)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.1	Интегральные уравнения. Основные понятия. Виды интегральных уравнений. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям	5	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи	СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4
2.	1.2	Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.	6	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи	ОК-3, ПК-11, СПКМ2
3.	1.3	Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты	7	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи	СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4
4.	1.4	Уравнения Фредгольма. Метод определителей Фредгольма	7	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи, контрольная работа	СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4
5.	2.1	Метрические пространства. Полные пространства.	6	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи	СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4
6.	2.2	Принцип сжатых отображений. Применение принципа к интегральным уравнениям Вольтерра и Фредгольма	6	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи, контрольная работа	СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4
7.	3.1	Задача интерполирования. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.	5	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи	СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4
8.	3.2	Численное интегрирование.	7	сообщение о результатах самостоятельного	СПКМ1,

		Простейшие квадратурные формулы		ного решения учебной задачи	СПКМ2, СПКМ4
9.	3.3	Численные методы решения интегральных уравнений Вольтерра	7	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи	ПК-11, СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4
10	3.4	Лемма Гронуолла-Белмана, ее разностный аналог. Оценка сходимости методов. Устойчивость.	6	сообщение о результатах самостоятельного решения учебной задачи	СПКМ1, СПКМ2, СПКМ4

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-4	1.1-1.4	Подготовка к практическим занятиям, выполнение домашних работ, подготовка к контрольной работе	Изучение литературы по теме. Подготовка докладов	Основная: [5], Дополнительная: [1] – [3]	25
5-6	2.1-2.2	Подготовка к практическим занятиям, выполнение домашних работ, подготовка к контрольной работе	Изучение литературы по теме.	Основная: [5], Дополнительная: [1] – [3]	12
7-10	3.1-3.4	Подготовка к практическим занятиям, выполнение домашних работ, подготовка к контрольной работе	Изучение литературы по теме.	Основная: [1]-[3] Дополнительная: [4], [5]	25

### 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Студентам рекомендуется использование следующих *электронных ресурсов*:

базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов

2. ООО «Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

**7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)  
не предусмотрены**

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

а) основная литература

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] / А. А. Амосов, Н. В. Копченова, Ю. А. Дубинский. - Москва : Лань", 2014. - 672 с. : ил. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Предметный указатель: с. 655-666. - Библиогр.: с. 648-654 (27 назв.). - ISBN 978-5-8114-1623-3
2. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. - Москва : Лань, 2010. - 400 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0799-6
3. Срочко, В.А. Численные методы. Курс лекций [Электронный ресурс] / В. А. Срочко. - Москва : Лань, 2010. - 202 с.: ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр.: с. 200. - ISBN 978-5-8114-1014-9
4. Антоник В.Г. Численные методы [Текст] : учеб.-метод. пособие / В. Г. Антоник; рец.: О. В. Хамисов, А. И. Беников ; Иркутский гос. ун-т, Ин-т мат., эконом. и информ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. - 112 с. ; 20 см. - ISBN 978-5-9624-1152-1 (66 экз)
5. Сабитов, К.Б. Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения [Текст]: учебное пособие / К. Б. Сабитов. - М. : Высш. шк., 2005. - 671 с. : ил. - ISBN 5-06-004759-8
6. Копченова, Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст] / Н. В. Копченова, И. А. Марон. - Москва : Лань, 2009. - 368 с. - (Классическая учебная литература по математике). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0801-6

б) дополнительная литература:

1. Вольтерра, Вито. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений [Текст] / В. Вольтерра; пер. М. К. Керимов ; ред. П. И. Кузнецов. - М. : Наука, 1982. - 304 с.
2. Михлин, С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям [Текст] : учебное пособие / С. Г. Михлин. - М. : ФИЗМАТГИЗ, 1959. - 232 с.
3. Бельтюков, Б.А. Некоторые вопросы теории приближенных методов решения интегральных уравнений [Текст]: учебное пособие. Ч. 1. Общие сведения и решение линейных уравнений II рода / Б. А. Бельтюков. - Иркутск: ИГПИ, 1994. - 352 с. - ISBN 5-85827-016-6
4. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Текст] : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 2-е изд. - М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 632 с. : ил. - ISBN 5-93208-043-4
5. Лапчик, М.П. Численные методы [Текст]: учебное пособие / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер ; ред. М. П. Лапчик. - М.: Academia, 2004. - 384 с. - ISBN 5-7695-1339-X (в пер.)

в) программное обеспечение

ОС Windows, АнтивирусKaspersky, LibreOffice, MS Office, 7-zip, VLC, Mozilla Firefox, WinDjView, XnView MP, Acrobat Reader DC

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО«Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специальные помещения:

учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации, лаборатория.

Техническое обеспечение:

компьютер, проектор, экран натяжной, ноутбук, компьютер, интерактивная доска, доска белая с магнитной поверхностью.

## 10. Образовательные технологии:

<b>Используемые формы и методы интерактивного обучения</b>	
<b>эвристическая беседа</b>	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
<b>деловая игра</b>	На практических занятиях студентам предлагается провести взаимную проверку, выполнить по отношению к коллеге или коллегам роль консультанта (преподавателя). Кроме тренировки логико-математического характера, такие упражнения позволяют почувствовать себя учителем, увидеть возможности и проблемы, которые дает эта позиция.
<b>метод проектов</b>	Адаптировать изложение какой-либо темы для обучающихся определенного уровня: восстановить полные формулировки и подробные доказательства теоретических положений; разработать практические задания, позволяющие поэтапно формировать более сложный метод решения класса задач и т.д.  Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.
<b>работа в группах</b>	Применяется в сочетании с другими интерактивными методами. Например: математическая карусель, командная устная олимпиада, командный блиц-турнир, групповой проект, работа в парах при

	взаимной проверке решения задач и т.д.
<b>творческие задания</b>	<p>Сформулировать теоретические положения для новых классов объектов по аналогии с данными.</p> <p>Обобщить метод решения частной задачи на класс задач.</p> <p>Преобразовать известный метод так, чтобы он мог быть применен к решению нового класса задач.</p> <p>Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.</p>

## 11. Оценочные средства (ОС):

### 11.1. Оценочные средства для определения степени сформированности компетенций студентов

Шифр компетенции	Содержание компетенции	Оценочные средства
ОК 3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	доклад о самостоятельном решении учебной задачи, контрольная работа
ПК-11	готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.	Конспект Контрольная работа Проект
СПКМ 1	владеет основными положениями фундаментальных и прикладных разделов математики	доклад о самостоятельном решении учебной задачи, контрольная работа
СПКМ 2	способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур	доклад о самостоятельном решении учебной задачи, контрольная работа
СПКМ 4	владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач	доклад о самостоятельном решении учебной задачи, контрольная работа

### 11.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля

#### Демонстрационный вариант контрольной работы № 1

№ 1. Определить тип уравнения и проверить является ли данная функция решением следующего интегрального

$$\text{уравнения: } \varphi(x) = \frac{x}{(1+x^2)^{5/2}}; \quad \varphi(x) = \frac{3x+2x^3}{3(1+x^2)^2} - \int_0^x \frac{3x+2x^3-t}{(1+x^2)^2} \varphi(t) dt$$

№ 2. Составить интегральное уравнение, соответствующее задаче Коши

$$y'' + (1 + x^2)y = \cos x; y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

№ 3. Решить методом дифференцирования:  $\varphi(x) = x - \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt$ .

№ 4. Найти с помощью резольвент решения следующих задач:

$$\text{а) } \varphi(x) = x3^x - \int_0^x 3^{x-t} \varphi(t) dt; \quad \text{б) } \varphi(x) - \lambda \int_0^1 xe^t \varphi(t) dt = e^{-x}, \lambda \neq 1$$

### Демонстрационный вариант контрольной работы № 2

№ 1. Дайте определение понятия «метрическое пространство». Приведите пример.

№ 2. Какую последовательность называют фундаментальной?

№ 3. Является метрикой а)  $\rho(x, y) = |x^3 - y^3|$ ; б)  $\rho(x, y) = |\sin x - \sin y|$

№ 4. Найти расстояние между  $x(t) = \ln t$  и  $y(t) = 2t^2$  в пространстве  $C_{[0;2]}^1$ .

№ 5. Решить методом последовательных приближений уравнение Вольтерра 2 рода:

### Демонстрационный вариант контрольной работы № 3

№ 1. Дана таблица значений функции  $f(x)$ . Постройте интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Найдите приближенное значение  $f(3)$ .

$x_i$	-3	-2	2	4
$f(x_i)$	28	2	18	14

№ 2. Дана таблица значений функции  $f(x)$ . Постройте интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Найдите приближенное значение  $f(-1)$ .

$x_i$	-2	0	1	3
$f(x_i)$	19	3	4	-36

№ 3. Функция  $f(x) = \frac{1}{a^2 - x}$ ,  $x \in [-4; -1]$  аппроксимируется по узлам  $\{-4, -3, -2, -1\}$  с помощью интерполяционного многочлена Ньютона. При каких значениях параметра  $a$  оценка погрешности интерполирования не превосходит  $10^{-5}$ ?

№ 4. Найти решение интегрального уравнения Вольтерра

$$x(t) = \int_0^t (t^2 + 1)x(s) ds + t - \frac{t^2}{2} - \frac{t^4}{2}, \quad t \in [0, 3]$$

с помощью квадратурной формулы трапеций с шагом  $h = 1$ . Выписать погрешность решения.

## 11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

### Вопросы и задания к зачету

Зачет выставляется по результатам работы в семестре:

выполнение контрольных работ в течение семестра;

выполнение домашних теоретических и практических работ.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями утвержденного приказом Минобрнауки РФ № 91 от 9 февраля 2016г. (зарегистрирован 02.03.16, опубликовано 3.03.2016)

Автор программы: Будникова Ольга Сергеевна, ст. преподаватель кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры - разработчика программы.**