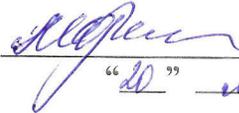




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Иркутский государственный университет»  
(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)  
Институт математики, экономики и информатики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан (директор) факультета  
(института)  
 /Ф.И.О.  
" 20 "   
2014 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Индекс дисциплины по УП: Б1.В.ДВ.2.2

Наименование дисциплины (модуля): Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений

Направление подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре  
01.06.01 Математика и механика  
(указывается код и наименование направления подготовки)

Направленность программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры): 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика  
(указывается наименование направленности подготовки)

Форма обучения очная  
(очная, заочная)

Согласовано с УМК института математики,  
экономики и информатики

протокол № 5 от «15» 05 2014 г.

Председатель УМК  /В.Г. Антоник /

Программа рассмотрена на заседании  
кафедры теории вероятностей и дискретной  
математики

протокол № 8 от «12» мая 2014 г.

Зав. кафедрой  /О.В. Кузьмин/

Иркутск 2014 г.

## 1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Учебная дисциплина «Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию логического мышления.

Задачи дисциплины:

- формирование математической культуры аспиранта;
- фундаментальная подготовка по специальным разделам дискретной математики;
- овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач дискретной математики.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина «Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений» относится к дисциплинам по выбору вариативной части; дисциплина опирается на предшествующие ей дисциплины аспирантуры: «Прикладная дискретная математика».

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-1: способность корректно ставить математические задачи в выбранном направлении исследования

ПК-2: способность чётко формулировать утверждения по результатам исследования

ПК-3: способность организовывать и на высоком научно-методическом уровне осуществлять преподавание математических дисциплин смежных с темой исследования.

В результате изучения дисциплины аспирант должен:

**Знать:** современные разделы дискретной математики; комбинаторные методы построения моделей дискретных вероятностных распределений.

**Уметь:** осуществлять формализацию стохастических задач дискретной математики, определять способы их решения; применять комбинаторные формулы и специальные комбинаторные методы к решению задач анализа дискретных случайных процессов.

**Владеть:** специальными приемами решения сложных комбинаторных задач; методами решения практических задач моделирования и анализа дискретных стохастических систем.

#### 4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	48			48	
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции	24			24	
Практические занятия (ПЗ)	24			24	
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	60			60	
В том числе:	-	-	-	-	-
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат (при наличии)					
<i>Другие виды самостоятельной работы (доклады, подготовка к зачетам)</i>	60			60	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Зачет с оценкой				
Общая трудоемкость	часы			108	
	зачетные единицы	3			

#### 5. Содержание дисциплины (модуля)

##### 5.1. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля).

##### Тема 1. Необходимые сведения о комбинаторных числах и полиномах

Исходные понятия из области комбинаторики. Общая схема построения комбинаторных чисел и полиномов класса отображений. Распространенные в

приложениях комбинаторные числа и полиномы. Линейные преобразования с участием комбинаторных чисел и полиномов.

## **Тема 2. Моделирование дискретных вероятностных распределений**

Дискретные вероятностные распределения с конечным и счетным спектром.

Моделирование дискретных распределений при помощи обобщенных чисел Стирлинга и Лаха.

Моделирование дискретных распределений при помощи комбинаторных полиномов.

Описание параметров дискретных распределений.

## **Тема 3. Обобщения треугольника и пирамиды Паскаля**

Построение обобщенного треугольника Паскаля. Частные случаи, удовлетворяющие определению обобщенного треугольника Паскаля.

Построение обобщенной пирамиды Паскаля. Частные случаи, удовлетворяющие определению обобщенной пирамиды Паскаля.

Популяция и ее развитие. Треугольная и пирамидальная схемы развития популяций. Интерпретации эмпирических распределений.

Центральная предельная теорема для В-распределений. Локальная предельная теорема.

Перестановки и блоки специальных видов. О сходимости к закону Пуассона

## **Тема 4. Схемы последовательных испытаний и случайные блуждания**

Схема испытаний Бернулли и схема последовательных испытаний.

A-схема последовательных испытаний. Ф-схема последовательных испытаний.  $\Psi$ -схема последовательных испытаний.

Дискретные случайные процессы. Случайные блуждания по целочисленным решеткам.

## **Тема 5. Однородные ветвящиеся процессы**

Ветвящиеся случайные процессы. Основные уравнения, которым удовлетворяют производящие функции вероятностей, определяющих ветвящиеся процессы. Представление переходных вероятностей однородного ветвящегося процесса с помощью комбинаторных чисел.

Взаимозависимости между вероятностями, характеризующими однородный ветвящийся процесс. Моменты и другие характеристики однородных ветвящихся процессов. О стационарной мере ветвящегося процесса.

### Тема 6. Дискретные модели процессов восстановления

Процессы восстановления, их основные характеристики. Дискретные процессы восстановления. Вспомогательные комбинаторные результаты.

Простой процесс восстановления. Обобщения простого процесса восстановления.

### 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)							
		1	3	6					
1.	Дискретная математика и математическая кибернетика	1	3	6					

### 5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование темы	Виды занятий в часах					
		Лекц.	Практ. зан.	Семин	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	Необходимые сведения о комбинаторных числах и полиномах	2	4			10	16
2.	Моделирование дискретных вероятностных распределений	2	4			10	16
3.	Обобщения треугольника и пирамиды Паскаля	4	4			10	18
4.	Схемы последовательных испытаний и случайные блуждания	4	4			10	18
5.	Однородные	6	4			10	20

	ветвящиеся процессы						
6.	Дискретные модели процессов восстановления	6	4			10	20

### 6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудовое время (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1	Комбинаторные числа и полиномы	4		ПК-1, ПК-2, ПК-3
2.	2	Моделирование дискретных распределений при помощи обобщенных чисел Стирлинга и Лаха.	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3
3.	2	Моделирование дискретных распределений при помощи комбинаторных полиномов	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3
4.	3	Треугольная и пирамидальная схемы развития популяций. Интерпретации эмпирических распределений			ПК-1, ПК-2, ПК-3
5.	3	Центральная предельная теорема для В-распределений. Локальная предельная теорема.	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3
6.	4	A-, Ф- и $\Psi$ -схемы последовательных испытаний.	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3
7.	4	Случайные блуждания по целочисленным решеткам.	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3
8.	5	Представление переходных вероятностей однородного ветвящегося процесса с помощью комбинаторных чисел.	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3
9.	5	Моменты и другие характеристики однородных ветвящихся процессов.	2		ПК-1, ПК-2,

					ПК-3
10.	6	Процессы восстановления, их основные характеристики.	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3
11.	6	Комбинаторные модели дискретных моделей процессов восстановления	2		ПК-1, ПК-2, ПК-3

## 7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Кузьмин О.В. Комбинаторные методы моделирования дискретных распределений: учеб. пособие / О.В. Кузьмин. – 2-е изд., испр. и доп. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 2006. – 138с. (49 экз.)
2. Хрущёва И. В. Основы математической статистики и теории случайных процессов/ И. В. Хрущёва, В. И. Щербаков, Д. С. Леванова. – М.: Лань, 2009. – 331 с. (ЭБС “Лань», неограниченный доступ)

б) дополнительная литература

1. Докин В.Н. Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений / В.Н. Докин, В.Д. Жуков, Н.А. Колокольникова, О.В. Кузьмин, М.Л. Платонов. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. – 208 с. (5 экз.)
2. Колокольникова Н.А. Случайные процессы: учеб. пособие / Н.А. Колокольникова, Р.Р. Гильманшин. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. – 101 с. (71 экз.)
3. Кузьмин О.В. Обобщенные пирамиды Паскаля и их приложения / О.В. Кузьмин. Новосибирск: Наука, 2000. – 294 с. (9 экз.)

в) программное обеспечение

1. MS Office 2007/2010 - лицензия 42095516
2. MiKTeX - свободное программное обеспечение

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

*Интернет-источники*

- <http://www.intuit.ru>
- <http://math.isu.ru/ru/chairs/cmm/files.html>

(<http://ellib.library.isu.ru>).

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):

Специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

## 10. Образовательные технологии:

– <http://educa.isu.ru>

## 11. Оценочные средства (ОС):

### 11.1. Оценочные средства текущего контроля

Основными оценочными средствами для текущего контроля являются выступление аспирантов с докладом, а также написание рефератов и выполнение практических заданий, что позволяет выявить сформированность компетенций.

Примерные темы рефератов:

1. Линейные преобразования с участием комбинаторных чисел и полиномов
2. Схема испытаний Бернулли и схема последовательных испытаний.
3. Распространенные в приложениях комбинаторные числа и полиномы
4. Дискретные вероятностные распределения с конечным и счетным спектром
5. Моделирование дискретных распределений при помощи обобщенных чисел Стирлинга и Лаха
6. Дискретные процессы восстановления
7. О стационарной мере ветвящегося процесса
8. Ветвящиеся случайные процессы

При оценке рефератов применяются следующие критерии достижения уровней компетенций:

Уровни	Показатели
Пороговый	В реферате соблюдаются основы грамматики, фразеологии, синтаксиса русского языка, культуры речи. Аспирант проявляет умение интерпретировать тексты различных видов и жанров (допускает ошибки при восприятии содержания отдельных видов и жанров текста)
Базовый	В реферате соблюдаются основы грамматики, фразеологии, синтаксиса русского языка, культуры речи. Аспирант владеет навыками интерпретации отдельных текстов различных видов и жанров (допускает отдельные ошибки при квалификации содержательных особенностей текстов различных видов и жанров)
Повышенный	В реферате соблюдаются основы грамматики, фразеологии, синтаксиса русского языка, культуры речи, жанровые особенности интерпретации текстов

	различных видов и жанров. Аспирант владеет навыками интерпретации текстов различных видов, умеет интерпретировать тексты различных видов и жанров.
--	--

**При оценке достигнутых уровней компетенций в ходе текущего контроля на семинарских и практических занятиях применяются следующие критерии:**

<b>Уровни</b>	<b>Показатели</b>
пороговый	ответ в основном правильный, но схематичный, обнаруживающий лишь умение поверхностно и с отклонениями от последовательности изложения раскрыть материал; научно-теоретический уровень ответа не достаточен; нет обобщений и выводов в полном объеме, имеются существенные ошибки в формулировке определений.
базовый	ответ, обнаруживает хорошее знание и понимание материала, умение излагать свои мысли последовательно и грамотно. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные затруднения в формулировке выводов, иллюстративный материал может быть представлен недостаточно, приводимые примеры не точные, отдельные ошибки в формулировке понятий
повышенный	Ответ исчерпывающий, точный, проявлено умение пользоваться материалом текстов по предмету для аргументации и самостоятельных выводов, свободное владение соответствующей терминологией, навыками анализа, умение излагать свои мысли последовательно с необходимыми обобщениями и выводами, используя термины.

## **11.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме зачета)**

Зачет проводится в форме собеседования, в ходе которого аспиранты отвечают на вопросы.

Примерный список вопросов к зачету

1. Комбинаторные числа и полиномы
2. Моделирование дискретных распределений при помощи обобщенных чисел Стирлинга и Лаха.
3. Моделирование дискретных распределений при помощи комбинаторных полиномов
4. Треугольная и пирамидальная схемы развития популяций. Интерпретации эмпирических распределений
5. Центральная предельная теорема для В-распределений. Локальная предельная теорема.
6. А-, Ф- и -схемы последовательных испытаний.
7. Случайные блуждания по целочисленным решеткам.
8. Представление переходных вероятностей однородного ветвящегося процесса с помощью комбинаторных чисел.

9. Моменты и другие характеристики однородных ветвящихся процессов.
10. Процессы восстановления, их основные характеристики.
11. Комбинаторные модели дискретных моделей процессов восстановления

Составитель: зав. кафедрой теории вероятностей и дискретной математики, д-р физ. мат. наук, профессор Кузьмин Олег Викторович

Программа рассмотрена и рекомендована кафедрой теории вероятностей и дискретной математики. Протокол № 1 от 31 августа 2014 г.

**Лист согласования, дополнений и изменений  
на 2015/2016 учебный год**

К рабочей программе дисциплины Б1.В.ДВ.2.2 **Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений** по направленности программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры) 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика

1. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие дополнения:  
В п.8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

б) дополнительная литература

1. Смирнов А.В. Компьютерное моделирование: практикум / А. В. Смирнов; Яросл. гос. ун-т им. П.Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2015. – 52 с.

2. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:  
Нет изменений

Изменения одобрены Ученым советом института,  
протокол № 6 от 19.06. 2015 г.

Зав. кафедрой:  
Теории вероятностей и  
дискретной математики  
(наименование  
кафедры)

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

О.В.Кузьмин  
(И.О.Ф.)

**Лист согласования, дополнений и изменений  
на 2016/2017 учебный год**

К рабочей программе дисциплины Б1.В.ДВ.2.2 Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений по направленности программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры) 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика

1. В соответствии с приказом Минобрнауки России №1455 от 07.12.2015 г. о переименовании федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Иркутский государственный университет» (ФГБОУ ВПО «ИГУ») в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ИГУ») читать наименование вуза в новой редакции.

2. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие дополнения:  
Нет дополнений

3. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:  
Нет изменений

Изменения одобрены Ученым советом института,  
протокол № 7 от 22.06. 2016 г.

Зав. кафедрой:  
Теории вероятностей и  
дискретной математики  
(наименование  
кафедры)

  
\_\_\_\_\_

(подпись)

О.В.Кузьмин  
(И.О.Ф.)

**Лист согласования, дополнений и изменений  
на 2017/2018 учебный год**

К рабочей программе дисциплины Б1.В.ДВ.2.2 **Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений** по направленности программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры) 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика

1. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие дополнения:  
Нет дополнений
3. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:  
Нет изменений

Изменения одобрены Ученым советом института, протокол № 6 от 28 июня 2017 г.

Зав. кафедрой:  
Теории вероятностей и  
дискретной математики  
(наименование  
кафедры)

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

О.В.Кузьмин  
(И.О.Ф.)

Лист согласования, дополнений и изменений  
на 2018/2019 учебный год

К рабочей программе дисциплины Б1.В.ДВ.2.2 Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений по направленности программы подготовки кадров высшей квалификации (программа аспирантуры) Дискретная математика и математическая кибернетика

1. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие дополнения:  
Нет дополнений
2. В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:  
Нет изменений

Изменения одобрены Ученым советом института, протокол № 3  
от 28 02 2018 г

Зав. кафедрой:  
Теории вероятностей и  
дискретной математики



---

О. В. Кузьмин

**Лист согласования, дополнений и изменений  
на 2019/2020 учебный год**

К рабочей программе дисциплины Б1.В.ДВ.2.2 Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений по направленности программы подготовки кадров высшей квалификации (программы аспирантуры) Дискретная математика и математическая кибернетика

В рабочую программу практики вносятся следующие дополнения:

Нет дополнений

В рабочую программу практики вносятся следующие изменения:

Нет изменений

Изменения одобрены Ученым советом института математики, экономики и информатики, протокол № 6 от 18.06.2019

Зав. кафедрой:  
Теории вероятностей и  
дискретной математики

  
\_\_\_\_\_

О.В.Кузьмин