



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»

Педагогический институт
Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор ПИ ИГУ А.В. Семиров

«21» июня 2018 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля)

Б1.В.ДВ.19.1 Нестандартные алгебраические задачи

Направление подготовки *44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*

Тип образовательной программы *академический бакалавриат*

Направленность (профиль) подготовки *Математика-Информатика*

Квалификация (степень) выпускника - *бакалавр*

Форма обучения *заочная*

Согласовано с УМС ПИ ИГУ

Протокол №9

от «20» июня 2018 г.

Председатель _____ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой Математики и методики обучения математике

Протокол № *13*

от «*20*» *июня* 20*18* г.

Зав. кафедрой _____ В.А. Дулатова

Иркутск 2018 г.

Содержание

	стр.
1. Цели и задачи дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
4. Объем дисциплины и виды учебной работы	3
5. Содержание дисциплины	4
6. Перечень практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов	6
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)	7
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	7
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	8
10. Образовательные технологии	8
11. Оценочные средства (ОС)	8

1. Цели и задачи дисциплины:

Цель рассмотреть алгебраические задачи школьной профильной и олимпиадной математики, освоение методов и подходов к их решению.

Задачи дисциплины:

- освоение методов решения олимпиадных задач по алгебре, дискретной математике, комбинаторике;
- формирование представления о связи вузовского курса алгебры, дискретной математики, комбинаторики со школьным курсом математики.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина тесно связана и опирается на курс математики среднего (полного) общего образования. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для подготовки студентов к будущей профессиональной деятельности. В рамках курса студенты знакомятся с алгебраическими задачами школьных олимпиад, рассматривают алгебраические темы, выходящие за пределы школьного курса математики, но доступные школьникам, способствующие расширению их математического и научного кругозора.

В этом направлении курса проявляется его связь с такими математическими дисциплинами, как «Дискретная математика», «Алгебра», «Теория чисел» и др., изучаемыми на 1-3 курсах. Так же представленный курс взаимодействует с курсом по выбору «Внеурочная деятельность по математике», который посвящен формам организации внеурочной математической деятельности для школьников.

Для освоения дисциплины студенту необходимо знать основы школьного курса алгебры, геометрии и начал анализа, основы теории чисел и теории многочленов

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на развитие следующих компетенций:

ОК-3 – способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования;

СПКМ-2 – способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур;

СПКМ-4 – владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач;

СПКМ-6 – владеет содержанием и методами элементарной математики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать

основные понятия, терминологию и положения основ теории множеств, комбинаторики, теории графов, алгебры, теории многочленов, теории чисел, геометрии, математического анализа, математической логики, применяемых в решении школьных задач повышенной сложности по математике и олимпиадных математических задач;

уметь

применять основные математические алгоритмы, формулы и теоремы в решении задач содержания дополнительного математического образования;

владеть

основными методами решения задач повышенной сложности школьного курса математики и олимпиадных задач по математике.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курс	
		5	6
Аудиторные занятия (всего)	12	4	8
В том числе:			
Лекции			
Практические занятия (ПЗ)	12	4	8
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (всего)*	92	68	24
В том числе:			
Подготовка к практическим занятиям	46	34	12
Подготовка к контрольным работам / зачету	46	34	12
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	4 (зачет)		4 (зачет)
Контактная работа (всего)**	21	11	10
Общая трудоемкость	часы	108	72
	зачетные единицы	3	2
		36	1

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1 Алгебра, комбинаторика и теория чисел в задачах школьных математических олимпиад

- 1.1 Корни многочленов. Задачи на доказательство неравенств. Неравенства о средних и их геометрическая интерпретация. Свойства делимости, остатков. Диофантовы уравнения.
- 1.2 Комбинаторные задачи. Бином Ньютона. Графы.

Раздел 2 Логические типы задач школьных математических олимпиад и некоторые общие методы

- 2.1 Задачи типа «оценка+пример». Доказательство и опровержение частных и общих утверждений.
- 2.2 Инварианты. Раскраски.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин

1	Математические методы рассуждения	1	2							
---	-----------------------------------	---	---	--	--	--	--	--	--	--

5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах						
			Лекц.	Практ. зан.	Семина	Лаб. зан.	СРС	Всего	
1.	Алгебра, комбинаторика и теория чисел в задачах школьных математических олимпиад	Корни многочленов. Задачи на доказательство неравенств. Неравенства о средних и их геометрическая интерпретация. Свойства делимости, остатков. Диофантовы уравнения.		2				34	36
		Комбинаторные задачи. Бином Ньютона. Графы.		2				34	36
2.	Логические типы задач школьных математических олимпиад и некоторые общие методы	Задачи типа «оценка+пример». Доказательство и опровержение частных и общих утверждений.		4				12	16
		Инварианты. Раскраски.		4				12	16

6. Перечень практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Алгебра, комбинаторика и теория чисел в задачах школьных	Корни многочленов. Задачи на доказательство неравенств. Неравенства о средних и их геометрическая интерпретация. Свойства делимости, остатков. Диофантовы уравнения.	36	контрольная работа, устный опрос	ОК-3 ПК-11 СПКМ-2 СПКМ-4

	математических олимпиад	Комбинаторные задачи. Бином Ньютона. Графы.	36		СПКМ-6
2.	Логические типы задач школьных математических олимпиад и некоторые общие методы	Задачи типа «оценка+пример». Доказательство и опровержение частных и общих утверждений.	16	контрольная работа, устный опрос	ОК-3 ПК-11 СПКМ-2 СПКМ-4 СПКМ-6
		Инварианты. Раскраски.	16		

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
В течение семестра	1-2	Подготовка к практическим занятиям	Выполнение домашнего задания (решение задач). Изучение литературы по теме.	[1-6]	46
В течение семестра	1-2	Подготовка к контрольным работам / зачету	Изучение литературы по теме. Повторение изученного материала.	[1-6]	46

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

Студентам рекомендуется использование следующих *электронных ресурсов*:

базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов

2. ООО «Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>

3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»

4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн

5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) не предусмотрены

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература

1. Антонов В.И. Математика [Текст] : учебное пособие (гриф Пр. / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. – М.: Лань, 2010. - 160 с. : ил. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". (неогранич. доступ)
2. Антонов В.И. Элементарная математика для первокурсника [Электронный ресурс] / В. И. Антонов. – М.: Лань, 2013. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
3. Бухштаб, А. А. Теория чисел [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. А. Бухштаб. - Москва: Лань", 2008. - 384 с.: ил. ; 21 см. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр. в тексте. - ISBN 978-5-8114-0847-4

б) Дополнительная литература

1. Математика. Сборник задач по базовому курсу [Текст] : учеб.-метод. пособие / Н. Д. Золотарева [и др.] ; ред. М. В. Федотов. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2015. - 238 с. (1 экз.)
2. Супрун В.П. Математика для старшеклассников. Методы решения и доказательства неравенств. 367 задач с подробными решениями [Текст]: учебное пособие / В. П. Супрун. - М. : Либроком, 2012. - 238 с. (1 экз.)
3. Лапшина Е.С. Методы решения олимпиадных задач по математике: Учебное пособие / Е.С. Лапшина, Н.Н. Штыков. – Иркутск: Изд-во ФГБОУ ВПО «ВСГАО», 2013 г. -256 с.

в) программное обеспечение

ОС Windows, АнтивирусKaspersky, LibreOffice, MS Office, 7-zip, VLC, Mozilla Firefox, WinDjView, XnView MP, Acrobat Reader DC

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО«Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специальные помещения:

учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации, лаборатория.

Техническое обеспечение:

компьютер, проектор, экран натяжной, ноутбук, компьютер, интерактивная доска, доска белая с магнитной поверхностью.

10. Образовательные технологии:

В основном применяются интерактивные формы: эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый Объяснительно-иллюстративный метод применяется только на этапе разъяснения целей и задач изучения того или иного содержания.

11. Оценочные средства (ОС):

11.1. Оценочные средства для определения степени сформированности компетенций студентов

Описание показателей, критериев и шкалы оценки оценочных средств содержится в отдельном файле или в учебном пособии: Бычкова О.И., Дулатова З.А. Оценка учебных достижений студентов в рамках компетентного подхода. Часть 1[Текст]: учебное пособие./ О.И. Бычкова, З.А. Дулатова. – Иркутск: ООО Издательство «Оттиск», 2017 – 108 с.

Шифр компетенции	Содержание компетенции	Оценочные средства
ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Конспект Контрольная работа Зачет
ПК-11	готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.	Конспект Контрольная работа
СПКМ-2	способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур	Конспект Контрольная работа Зачет
СПКМ-4	владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач	Конспект Контрольная работа Зачет
СПКМ-6	владеет содержанием и методами элементарной математики	Конспект Контрольная работа Зачет

11.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Неравенство Коши»

- Сумма двух положительных чисел равна 2. Докажите, что их произведение не превосходит 1.
- Докажите, что $x + 1/x \geq 2$ для любого положительного x .
- Докажите, что $\sqrt{xy} \leq (x + y)/2$ для любых неотрицательных x и y .
- Докажите, что $xy \leq (x^2 + y^2)/2$ для любых x и y .
- Докажите, что $1/x + 1/y \geq 4/(x + y)$ для любых неотрицательных x и y .
- Сумма двух неотрицательных чисел равна 10. Какое максимальное и какое минимальное значение может принимать сумма их квадратов?
- Докажите, что $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ при любых x, y, z .

8. Докажите, что $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$ для неотрицательных a, b, c .

1. Докажите, что $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$ для положительных a, b, c .

**Демонстрационный вариант
контрольной работы по теме «Многочлены»**

1. Докажите, что все рациональные корни полинома $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$ с целыми коэффициентами являются целыми.
2. Докажите, что если полином в рациональных точках принимает рациональные значения, то все его коэффициенты рациональны.
3. Существует ли полином, у которого один из коэффициентов равен $1/2006$, а значения во всех точках - целые числа?
4. Пусть $f(x) = x^2 + px + q$. Докажите, что хотя бы одно из чисел $f(0), f(1), f(-1)$ по модулю больше $1/2$.
5. Решите уравнение $x^3 - [x] = 3$.

**Демонстрационный вариант
контрольной работы по теме «Графы в школьных олимпиадных задачах.
Решение различных задач»**

1. В конференции участвовало 211 ученых. После конференции каждый из них отправил 2 или 4 письма участникам этой конференции. Могло ли случиться так, что каждый участник получил ровно по 3 письма? (Письма на почте не теряют!)
2. Могут ли степени вершин в графе без петель быть равны: а) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2 б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1 с) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2?
3. Среди 100 участников конференции у каждого ровно 4 знакомых. Может ли такое быть?
4. У короля 19 баронов-вассалов. Может ли оказаться так, что у каждого баронства 1, 5 или 9 соседних баронств?
5. В соревнованиях по круговой системе с пятью участниками только Ваня и Леша сыграли одинаковое число встреч, а остальные – разное. Сколько встреч сыграли Ваня и Леша?
6. В трех вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается двигать их по диагонали на свободное место. Можно ли такими действиями добиться, чтобы одна из фишек вернулась на первоначальное место, а две другие поменялись местами?
7. В некоторой стране из столицы выходит 89 дорог, из города Дальний – 1 дорога, из остальных 1988 городов – по 20 дорог. Доказать, что из столицы можно проехать в Дальний.
8. а) Каждые две из 6 ЭВМ соединены проводом. Можно ли все эти провода раскрасить в пять цветов так, чтобы из каждой ЭВМ выходило пять проводов разного цвета?
1. б) Каждые 15 ЭВМ соединены проводом. Можно ли все эти провода раскрасить в один из 14 цветов так, чтобы из каждой ЭВМ выходило 14 проводов разного цвета?

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме зачета)

Зачет проводится в письменной форме по билетам.

Примерный перечень вопросов и заданий к зачету (9 семестр)

Вопросы к зачету

1. Корни многочленов. Основная теорема алгебры.
2. Неравенства о средних и их геометрическая интерпретация.
3. Свойства делимости, остатков. Теоремы Эйлера и Ферма.
4. Диофантовы уравнения.
5. Основные понятия теории графов: псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги.

- 6 Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа и ее следствие.
- 7 Подграф. Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл.
- 8 Связные графы. Компоненты связности графа, их число. Число различных графов с p вершинами.
- 9 Изоморфные графы. Двудольные графы.
- 10 Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.
- 11 Деревья. Характеризационная теорема.
- 12 Укладка графа. Планарные графы. Плоские графы.
- 13 Теорема Эйлера и ее следствия. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$.
- 14 Основные формулы комбинаторики.
- 15 Бином Ньютона.

Примерный вариант зачетной работы

1. Решите в действительных числах систему уравнений $8a^2 + 7c^2 = 16ab$, $9b^2 + 4d^2 = 8cd$.
2. Каких пятизначных чисел больше: четных с суммой цифр, равной 36, или нечетных с суммой цифр, равной 38?
3. Пусть a, b, c - стороны треугольника и $a + b + c = 1$. Докажите неравенство: $\frac{1+a}{1-2a} + \frac{1+b}{1-2b} + \frac{1+c}{1-2c} > 6$.
4. Существуют ли попарно различные неравные нулю цифры a, b, c такие, что: $\overline{ab}:c, \overline{bc}:a, \overline{ca}:b$?
5. На доске записано выражение $p(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Вместо $p(x)$ записывают $(p(x+1) + p(x-1))/2$, а $p(x)$ стирают. Докажите, что через несколько таких замен получится функция, не имеющая корней.
6. Существуют ли нечетные числа x, y, z такие, что $xu + 1, yz + 1, zx + 1$ - полные квадраты?
7. По кругу расставлены числа $1, 2, \dots, 2005$ по порядку. Разрешается менять местами любые два стоящих рядом числа, разность которых по модулю больше 2. Можно ли за несколько ходов добиться, чтобы числа расположились в обратном порядке?
8. Даны 10 различных чисел. Из 45 их попарных сумм 40 оказались целыми числами. Докажите, что и пять оставшихся сумм также являются целыми.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями утвержденного приказом Минобрнауки РФ № 91 от 9 февраля 2016г. (зарегистрирован 02.03.16, опубликовано 3.03.2016)

Автор программы: Е.С. Лапшина, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.