



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ФГБОУ ВО «ИГУ»  
Педагогический институт  
Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор ПИ ИГУ А.В. Семиров

«21» июня 2018 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля)

*Б1.В.ДВ.18.2 Метрические пространства*

Направление подготовки *44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)*

Тип образовательной программы *академический бакалавриат*

Направленность (профиль) подготовки *Математика-Информатика*

Квалификация (степень) выпускника - *бакалавр*

Форма обучения *заочная*

Согласовано с УМС ПИ ИГУ

Протокол №9

от «20» июня 2018 г.

Председатель \_\_\_\_\_ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой Математики и методики обучения математике

Протокол № 13

от «30» мая 2018 г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ З.А. Дулатова

Иркутск 2018 г.

## Содержание

	стр.
1. Цели и задачи дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП.	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины	3
4. Объем дисциплины и виды учебной работы	4
5. Содержание дисциплины	4
6. Перечень практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов	6
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)	7
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	8
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины	8
10. Образовательные технологии	8
11. Оценочные средства (ОС)	9

## 1. Цели и задачи изучения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Метрические пространства» является ознакомление с основными понятиями функционального анализа, освоение методов и способов решения задач этого раздела, а также знакомство будущего учителя математики с общими идеями и принципами, которые лежат в основе функционального анализа.

### Задачи дисциплины:

- дать специальные знания по дисциплине;
- дать представление о роли метрических пространств в формировании научного мировоззрения;
- воспитание общей математической культуры, необходимой для более глубокого понимания курса высшей математики;
- способствовать формированию у студентов навыков работы с учебной и научно-методической литературой.

**2. Место дисциплины в структуре ОПОП:** Дисциплина «Метрические пространства» входит в профессиональный цикл Б1. Она определяет объем знаний, носящий как общеобразовательный, так и специальный характер, необходимый для приобретения квалификации бакалавр педагогического образования по направлению математика. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для подготовки студентов к изучению последующих математических и специальных дисциплин.

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОК-3 – способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

СПКМ-1 – владеет основными положениями фундаментальных и прикладных разделов математики.

СПКМ-2 – способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур.

СПКМ-4 – владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и практических задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные понятия и теоремы функционального анализа; методы решения задач функционального анализа;

**Уметь:** применять полученные теоретические знания при решении типовых учебных задач; формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов функционального анализа;

ОК-3, СПКМ-1, СПКМ-2, СПКМ-4 – 1-й.



	интегральных уравнений				
--	------------------------	--	--	--	--

### 5.3. Разделы и темы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семина	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	Метрика и метрические пространства	Понятия метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств.	1				10	11
		Множества в метрических пространствах					2	2
		Сходящиеся и фундаментальные последовательности.	1				10	11
		Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.		1			10	11
		Пополнение метрических пространств. Сепарабельные пространства.		1			10	11
		Компактные множества отображения метрических пространств.		1			10	11
		Непрерывные отображения метрических пространств.		1			10	11

### 6. Перечень практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Метрика и метрические пространства	Понятия метрики и метрического пространства.	11	контрольная работа №1	ОК-3, ПК-11, СПКМ-1, СПКМ-2,

		Примеры метрических пространств.			СПКМ-4
		Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.	11	контрольная работа №1	ОК-3, ПК-11, СПКМ-1, СПКМ-2, СПКМ-4
		Пополнение метрических пространств. Сепарабельные пространства.	11	контрольная работа №1	ОК-3, ПК-11, СПКМ-1, СПКМ-2, СПКМ-4
		Компактные множества отображения метрических пространств.	11	контрольная работа №1	ОК-3, ПК-11, СПКМ-1, СПКМ-2, СПКМ-4
		Непрерывные отображения метрических пространств.	11	контрольная работа №1	ОК-3, ПК-11, СПКМ-1, СПКМ-2, СПКМ-4

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Метрика и метрические пространства	Выполнение контрольной работы	Выдается в конце каждого занятия	Основная: [1]-[2] Дополнительная: [1]-[2]	32
		Теоретические задания к занятиям	Доказать некоторые теоретические факты		30

### 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Работа с электронными образовательными контентом:

ЭБС «Библиотех» (электронные версии книг, учебной и учебно-методической литературы по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://isu.bibliotech.ru/>;

ЭБС «Издательство «Лань» (электронные версии книг и периодических изданий по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://e.lanbook.com>;

Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ» (межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://rucont.ru>;

ЭБС «Айбукс» (учебники и учебные пособия для высшего образования) – Режим доступа: <http://ibooks.ru>.

Самостоятельная работа по данному курсу ориентирована на совершенствование умений по самостоятельному овладению теоретическими знаниями и их применению к

решению задач. Эта работа включает в себя анализ подготовленных лекционных и самостоятельных конспектов, анализ содержания образовательно-информационных ресурсов по учебной дисциплине; подготовку к практическим занятиям, выполнение контрольных работ.

## **7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) не предусмотрены**

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

### Основная

1. Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ [Текст] : лекции и упражнения : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. ВПО "Математика" и напр. подгот. ВПО "Математика", "Математика. Прикладная математика" / В. Я. Дерр. - М. : КноРус, 2013. - 461 с. ; 21 см. - (Бакалавриат). - Библиогр.: с. 457-458. - ISBN 978-5-406-02728-8 (76 экз)
2. Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. - 4-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 482-483. - Предм. указ.: с. 484-488. - ISBN 978-5-9221-0804-1(36 экз)

### Дополнительная

1. Босс В. Лекции по математике / В. Босс. - 2-е изд., испр. - М. : Либроком. - 21 см. Т.5 : Функциональный анализ. - 2009. - 214 с. - ISBN 978-5-397-00122-9 (1 экз)
2. Рудин, Уолтер. Функциональный анализ [Текст] / У. Рудин ; Пер. с англ. В. Я. Лина, ред. Е. А. Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. : Лань, 2005. - 443 с. ; 22 см. - Библиогр.: с. 430-431. - Имен. указ.: с. 535-436. - Указ. терм.: с. 437-440. - Пер. изд. : Functional analysis / Rudin Walter. - New York, 1973. - ISBN 5-8114-0611-8

### в) программное обеспечение

ОС Windows, АнтивирусKaspersky, LibreOffice, MS Office, 7-zip, VLC, Mozilla Firefox, WinDjView, XnView MP, Acrobat Reader DC

### г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО«Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

### Специальные помещения:

учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации, лаборатория.

### Техническое обеспечение:

компьютер, проектор, экран натяжной, ноутбук, компьютер, интерактивная доска, доска белая с магнитной поверхностью.

## **10. Образовательные технологии:**

При реализации различных видов учебной работы дисциплины используются как стандартные методы обучения, так и интерактивные формы проведения занятий.

Стандартные методы обучения:

- Информационная/проблемная лекция, лекция с обратной связью
- Практические занятия (решение задач, работа в группах, опросы, беседы, работа у доски)
- Консультации преподавателя.
- Самостоятельная работа студентов (решение задач, выполнение проверочных и контрольных работ, выполнение индивидуальных семестровых заданий, работа с конспектом лекций, поиск материалов в сети интернет).

Обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:

- Эвристическая беседа – выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
- Кейс-метод – обучение в контексте моделируемой ситуации, воспроизводящей реальные условия научной деятельности (разбор конкретных ситуаций).
- Разбор конкретных ситуаций/деловая игра.
- Выполнение заданий (решение задач) с использованием компьютерных программ.

## 11. Оценочные средства (ОС):

### 11.1. Оценочные средства для определения степени сформированности компетенций студентов

Описание показателей, критериев и шкалы оценки оценочных средств содержится в отдельном файле или в учебном пособии: Бычкова О.И., Дулатова З.А. Оценка учебных достижений студентов в рамках компетентного подхода. Часть 1[Текст]: учебное пособие./ О.И. Бычкова, З.А. Дулатова. – Иркутск: ООО Издательство «Оттиск», 2017 – 108 с.

Шифр компетенции	Содержание компетенции	Оценочные средства
ОК-3	способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	контрольная работа
ПК-11	готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.	Конспект Контрольная работа
СПКМ - 1	владеет основными положениями фундаментальных и прикладных разделов математики	контрольная работа
СПКМ - 2	способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными разделами математики, владеет системой основных математических структур	контрольная работа
СПКМ- 4	владеет методологией и методикой построения математических методов решения теоретических и	контрольная работа



## 11.2. Оценочные средства для проведения текущего контроля

### ПРИМЕРНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа №1

1. Выясните, какая функция на множестве действительных чисел является метрикой  
 а)  $\rho(x, y) = |y - x|$ ; б)  $\rho(x) = |x|$ ; в)  $\rho(x, y) = y - x$ ; г)  $\rho(x, y) = -|y - x|$ .
2. В множестве  $X = \{a, b, c, d\}$ 
  - 1) выясните является ли топологией множество  $\{X, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ ;
  - 2) опишите замкнутые и открытые множества в  $X$ ;
  - 3) найдите замыкание, внутренность и границу множества  $A = \{a, c, d\}$ ;
  - 4) выясните, является ли пространство  $X$  компактным.
3. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая с метрикой  $\rho(x, y) = |\arctg(x) - \arctg(y)|$ ?
4. Сходится ли в  $C[0, 1]$  последовательность  $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$ ?

## 11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

Вопросы к зачету

1. Понятия метрики и метрического пространства.
2. Расстояние между множествами. Понятие эквивалентных метрик. Топологически эквивалентные метрики.
3. Понятия открытого и замкнутого шара. Окрестность точки. Ограниченное множество. Открытые и замкнутые множества и их свойства.
4. Предельные и изолированные точки множеств. Замыкание множества. Теорема о замкнутости замыкания. Критерий замкнутости.
5. Внутренние и граничные точки множеств. Примеры метрических пространств.
6. Последовательность и предел последовательности в метрическом пространстве. Теорема о подпоследовательности.
7. Теоремы о единственности предела и об ограниченности сходящейся последовательности.
8. Критерий предельной точки.
9. Фундаментальные последовательности. Полные метрические пространства. Теорема о полноте подпространства.
10. Теорема о вложенных шарах.
11. Диаметр множества. Теорема о вложенных множествах. Достаточное условие полноты.
12. Счётные множества. Всюду плотные и нигде не плотные множества. Теорема Бэра.
13. Множества первой и второй категории. Понятие всюду плотного множества в терминах  $\varepsilon$ -окрестностей и замыканий.
14. Изометричные пространства. Пополнение метрического пространства. Теорема о пополнении (принцип доказательства).
15. Сепарабельные пространства. Примеры сепарабельных и несепарабельных пространств.
16. Компактные множества и их свойства. Критерий компактности в  $\mathbb{R}^n$ .
17. Понятие вполне ограниченного множества. Критерий Хаусдорфа.

18. Достаточное условие компактности.
19. Теорема о сепарабельности компакта.
20. Непрерывные отображения метрических пространств. Гомеоморфизм. Теорема об образе компакта.
21. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.
22. Понятия сжимающего отображения и неподвижной точки.
23. Принцип сжимающих отображений.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями утвержденного приказом Минобрнауки РФ № 91 от 9 февраля 2016г. (зарегистрирован 02.03.16, опубликовано 3.03.2016)

Автор программы: Кузуб Наталья Михайловна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры - разработчика программы.**