



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



СВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

10 апреля 2025 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) Б1.В.ДВ.02.02 Метрические пространства

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 3 от «27» марта 2025 г.

Председатель _____ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 5 от «13» марта 2025 г.

Зав. кафедрой _____ О.С. Будникова

Иркутск 2025 г.

I. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины «Метрические пространства» является ознакомление с основными понятиями функционального анализа, освоение методов и способов решения задач этого раздела, а также знакомство будущего учителя математики с общими идеями и принципами, которые лежат в основе функционального анализа.

Задачи дисциплины:

- дать специальные знания по дисциплине;
- дать представление о роли метрических пространств в формировании научного мировоззрения;
- воспитание общей математической культуры, необходимой для более глубокого понимания курса высшей математики;
- способствовать формированию у студентов навыков работы с учебной и научно-методической литературой.

II. Место дисциплины в структуре ОПОП:

2.1. Дисциплина «Метрические пространства» входит в профессиональный цикл Б1.В.ДВ. Она определяет объем знаний, носящий как общеобразовательный, так и специальный характер, необходимый для приобретения квалификации бакалавр педагогического образования по направлению математика. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для подготовки студентов к изучению последующих математических и специальных дисциплин.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами:

Математический анализ

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Современные направления развития науки

III. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
ПК-1 Способен использовать основные положения фундаментальных способен использовать и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации ос-	ИДК-пк1.4 обосновывает преобразования и применения определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения матема-	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; Уметь: формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов; Владеть основными методами решения задач.

новых и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	тике на соответствующем уровне	
ПК-2 Способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-пк2.1: определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: логическую структуру изучаемых математических теорий; Уметь: описывать взаимосвязи между изученными теоретическими понятиями и положениями, Владеть: основными логическими понятиями для описания логической структуры теории
ПК-4 Способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-пк4.1 преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: обоснование основных алгоритмов численного решения уравнений Уметь: применять изученные алгоритмы для решения задач практического и теоретического характера Владеть: профессиональным языком функционального анализа
ПК-5 Способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	ИДК-пк5.2 иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий Уметь: соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в историческом контексте

IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц Очное	Семестры
		A
Аудиторные занятия (всего)	30	30
В том числе:		
Лекции (Лек)/(Электр)	10	10
Практические занятия (Пр)/ (Электр)	18	18
Лабораторные работы (Лаб)		
Консультации (Конс)	1	1
Самостоятельная работа (СР)	35	35
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	зачет	зачет
Контроль (КО)	8	8
Контактная работа, всего (Конт.раб)*	37	37
Общая трудоемкость: зачетные единицы часы	72	72
	2	2

4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

Раздел 1. Метрика и метрические пространства

- 1.1 Понятия метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств.
- 1.2 Множества в метрических пространствах
- 1.3 Сходящиеся и фундаментальные последовательности.
- 1.4 Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.
- 1.5 Пополнение метрических пространств. Сепарабельные пространства.
- 1.6 Компактные множества отображения метрических пространств.
- 1.7 Непрерывные отображения метрических пространств.

4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные материалы	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС			
1.	Понятия метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств.	2	4		5	Контрольная работа	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	11
2.	Сходящиеся и фундаментальные последовательности.	2	2		10	Контрольная работа	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	14
3.	Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.	2	4		10	Контрольная работа	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	16
4.	Компактные множества отображения метрических пространств.	2	4		5	Опрос	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	11
5.	Непрерывные отображения метрических пространств.	2	4		5	Опрос	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	11
6.	ИТОГО (в часах)	10	18		35			63

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) (при наличии) отсутствуют

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

1. Гуревич, Александр Петрович. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] / А. П. Гуревич, А. П. Хромов, В. В. Корнев. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань, 2012. - 192 с. : ил. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3175. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1274-7
2. Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ [Текст] : лекции и упражнения : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. ВПО "Математика" и напр. подгот. ВПО "Математика", "Математика. Прикладная математика" / В. Я. Дерр. - М. : КноРус, 2013. - 461 с. ; 21 см. - (Бакалавриат). - Библиогр.: с. 457-458. - ISBN 978-5-406-02728-8 (75 экз)+
3. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань, 2009. - 272 с. - (Классическая учебная литература по математике). - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=245. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0976-1
4. Сибирияков, Г. В. Метрические пространства [Электронный ресурс] / Г. В. Сибирияков. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань, 2016. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=75518. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-2160-2
5. Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. - 4-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 482-483. - Предм. указ.: с. 484-488. - ISBN 978-5-9221-0804-1(35 экз)+
6. Филимоненкова, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] / Н. В. Филимоненкова. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань, 2015. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65041. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1822-0

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. ЭБС «Библиотех» (электронные версии книг, учебной и учебно-методической литературы по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://isu.bibliotech.ru/>;
2. ЭБС «Издательство «Лань» (электронные версии книг и периодических изданий по всем

отраслям знаний) – Режим доступа: <http://e.lanbook.com>;

3. Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ» (межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://rucont.ru>

4. ЭБС «Айбукс» (учебники и учебные пособия для высшего образования) – Режим доступа: <http://ibooks.ru>.

5. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов

6. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»

7. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн

8. <http://www.edu.ru/abitur/act.82/index.php#>; [Электронный ресурс]. – URL

9. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Помещения и оборудование

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля: Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории: Колонки активные MicroLab ЗКЩ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400*700*800) ольха, проектор XGA BenQ PB

Помещение для самостоятельной работы:

Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации: Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Compex DSG1008 E-net Switch;

Коммутатор DES-1226G 24*10X Mb портов 2*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

6.2. Лицензионное и программное обеспечение

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт №04-114-16 от 14 ноября 2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от 23 ноября 2016г Лиц. №1B08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (GNU LGPL)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя)

Условия использования по ссылке: http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf)

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий, развивающие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

эвристическая беседа	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
метод коллективного анализа ситуации	Эта форма выражается в обсуждении следствий из доказанных теорем и их взаимосвязей с полученными ранее результатами в рамках этой или других теорий; в анализе возможностей применения доказанных утверждений в решении задач; в обсуждении проблематики рассматриваемой темы, целей и задач введения новых понятий. Особую важность в таком обсуждении имеет максимально возможное включение в него аудитории посредством постоянного обращения к их личностному математическому опыту, приобретенному при учебе как в вузе, так и в школе.
дискуссия	Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.
проблемный подход	Применяется на различных этапах лекционных и практических занятий. На лекциях: при мотивации изучения новой темы ставится проблема теоретического или практического плана, для решения которой у студентов недостаточно знаний и умений; самостоятельная формулировка теоретических положений для новых классов объектов по аналогии с данными; самостоятельное доказательство теорем или их фрагментов и т.д. На практических занятиях ставится проблема применения теоретических положений для решения конкретных задач, проблема обобщения метода на класс задач, проблема переноса метода на новый класс задач и т.д.
творческие задания	Сформулировать теоретические положения для новых классов объектов по аналогии с данными. Обобщить метод решения частной задачи на класс задач. Преобразовать известный метод так, чтобы он мог быть применен к решению нового класса задач. Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Фонд оценочных материалов по дисциплине для проверки сформированности компетенций и их индикаторов содержится в отдельном файле. Описание показателей, критериев и шкалы оценки оценочных средств содержится в учебном пособии: Бычкова О.И., Дулатова З.А. Оценка учебных достижений студентов в рамках компетентностного подхода. Часть 1 [Текст]: учебное пособие. / О.И. Бычкова, З.А. Дулатова. – Иркутск: ООО Издательство «Оттиск», 2017 – 108 с.

8.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

ПРИМЕРНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа №1

1. Выясните, какая функция на множестве действительных чисел является метрикой
а) $\rho(x, y) = |y - x|$; б) $\rho(x) = |x|$; в) $\rho(x, y) = y - x$; г) $\rho(x, y) = -|y - x|$.
2. В множестве $X = \{a, b, c, d\}$
 - 1) выясните является ли топологией множество $\{X, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$;
 - 2) опишите замкнутые и открытые множества в X ;
 - 3) найдите замыкание, внутренность и границу множества $A = \{a, c, d\}$;
 - 4) выясните, является ли пространство X компактным.
3. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая с метрикой $\rho(x, y) = |\arctg(x) - \arctg(y)|$?
4. Сходится ли в $C[0, 1]$ последовательность $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$?

Вопросы к зачету

1. Понятия метрики и метрического пространства.
2. Расстояние между множествами. Понятие эквивалентных метрик. Топологически эквивалентные метрики.
3. Понятия открытого и замкнутого шара. Окрестность точки. Ограниченное множество. Открытые и замкнутые множества и их свойства.
4. Предельные и изолированные точки множеств. Замыкание множества. Теорема о замкнутости замыкания. Критерий замкнутости.
5. Внутренние и граничные точки множеств. Примеры метрических пространств.
6. Последовательность и предел последовательности в метрическом пространстве. Теорема о подпоследовательности.
7. Теоремы о единственности предела и об ограниченности сходящейся последовательности.
8. Критерий предельной точки.
9. Фундаментальные последовательности. Полные метрические пространства. Теорема о полноте подпространства.
10. Теорема о вложенных шарах.
11. Диаметр множества. Теорема о вложенных множествах. Достаточное условие полноты.
12. Счётные множества. Всюду плотные и нигде не плотные множества. Теорема Бэра.

13. Множества первой и второй категории. Понятие всюду плотного множества в терминах ε -окрестностей и замыканий.
14. Изометричные пространства. Пополнение метрического пространства. Теорема о пополнении (принцип доказательства).
15. Сепарабельные пространства. Примеры сепарабельных и несепарабельных пространств.
16. Компактные множества и их свойства. Критерий компактности в R^n .
17. Понятие вполне ограниченного множества. Критерий Хаусдорфа.
18. Достаточное условие компактности.
19. Теорема о сепарабельности компакта.
20. Непрерывные отображения метрических пространств. Гомеоморфизм. Теорема об образе компакта.
21. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.
22. Понятия сжимающего отображения и неподвижной точки.
23. Принцип сжимающих отображений.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Разработчик программы: Наталья Михайловна Кузуб, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.