



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

«11» апреля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.ДВ.02.02 Метрические пространства**

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 6 от «28» марта 2024 г.

Председатель _____ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 7 от «21» марта 2024 г.

Зав. кафедрой _____ О.С. Будникова

Иркутск 2024 г.

I. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины «Метрические пространства» является ознакомление с основными понятиями функционального анализа, освоение методов и способов решения задач этого раздела, а также знакомство будущего учителя математики с общими идеями и принципами, которые лежат в основе функционального анализа.

Задачи дисциплины:

- дать специальные знания по дисциплине;
- дать представление о роли метрических пространств в формировании научного мировоззрения;
- воспитание общей математической культуры, необходимой для более глубокого понимания курса высшей математики;
- способствовать формированию у студентов навыков работы с учебной и научно-методической литературой.

II. Место дисциплины в структуре ОПОП:

2.1. Дисциплина «Метрические пространства» входит в профессиональный цикл Б1.В.ДВ. Она определяет объем знаний, носящий как общеобразовательный, так и специальный характер, необходимый для приобретения квалификации бакалавр педагогического образования по направлению математика. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для подготовки студентов к изучению последующих математических и специальных дисциплин.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами:

Математический анализ

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Современные направления развития науки

III. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
ПК-1 Способен использовать основные положения фундаментальных способен использовать и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	ИДК-пк1.4 обосновывает преобразования и применения определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; Уметь: формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов; Владеть основными методами решения задач.

тике на соответствующем уровне		
<p>ПК-2</p> <p>Способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>ИДК-пк2.1: определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: логическую структуру изучаемых математических теорий;</p> <p>Уметь: описывать взаимосвязи между изученными теоретическими понятиями и положениями,</p> <p>Владеть: основными логическими понятиями для описания логической структуры теории</p>
<p>ПК-4</p> <p>Способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>ИДК-пк4.1 преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: обоснование основных алгоритмов численного решения уравнений</p> <p>Уметь: применять изученные алгоритмы для решения задач практического и теоретического характера</p> <p>Владеть: профессиональным языком функционального анализа</p>
<p>ПК-5</p> <p>Способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p>ИДК-пк5.2 иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p>Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий</p> <p>Уметь: соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями</p> <p>Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в историческом контексте</p>

IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц Очное	Семестры
		A
Аудиторные занятия (всего)	30	30
В том числе:		
Лекции (Лек)/(Электр)	10	10
Практические занятия (Пр)/ (Электр)	18	18
Лабораторные работы (Лаб)		
Консультации (Конс)	1	1
Самостоятельная работа (СР)	35	35
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	зачет	зачет
Контроль (КО)	8	8
Контактная работа, всего (Конт.раб)*	37	37
Общая трудоемкость: зачетные единицы	72	72
	часы	2

4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

Раздел 1. Метрика и метрические пространства

- 1.1 Понятия метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств.
- 1.2 Множества в метрических пространствах
- 1.3 Сходящиеся и фундаментальные последовательности.
- 1.4 Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.
- 1.5 Пополнение метрических пространств. Сепарабельные пространства.
- 1.6 Компактные множества отображения метрических пространств.
- 1.7 Непрерывные отображения метрических пространств.

4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС			
1.	Понятия метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств.	2	4		5	Контрольная работа	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	11
2.	Сходящиеся и фундаментальные последовательности.	2	2		10	Контрольная работа	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	14
3.	Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.	2	4		10	Контрольная работа	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	16
4.	Компактные множества отображения метрических пространств.	2	4		5	Опрос	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	11
5.	Непрерывные отображения метрических пространств.	2	4		5	Опрос	ИДК-пк1.4, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1, ИДК-пк5.2	11
6.	ИТОГО (в часах)	10	18		35			63

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) (при наличии) отсутствуют

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

1. Гуревич, Александр Петрович. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] / А. П. Гуревич, А. П. Хромов, В. В. Корнев. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань, 2012. - 192 с. : ил. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3175. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1274-7
2. Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ [Текст] : лекции и упражнения : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. ВПО "Математика" и напр. подгот. ВПО "Математика", "Математика. Прикладная математика" / В. Я. Дерр. - М. : КноРус, 2013. - 461 с. ; 21 см. - (Бакалавриат). - Библиогр.: с. 457-458. - ISBN 978-5-406-02728-8 (75 экз)+
3. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань, 2009. - 272 с. - (Классическая учебная литература по математике). - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=245. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0976-1
4. Сибиряков, Г. В. Метрические пространства [Электронный ресурс] / Г. В. Сибиряков. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань", 2016. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=75518. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-2160-2
5. Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. - 4-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 482-483. - Предм. указ.: с. 484-488. - ISBN 978-5-9221-0804-1(35 экз)+
6. Филимоненкова, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] / Н. В. Филимоненкова. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань", 2015. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65041. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1822-0

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. ЭБС «Библиотех» (электронные версии книг, учебной и учебно-методической литературы по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://isu.bibliotech.ru/>;
2. ЭБС «Издательство «Лань» (электронные версии книг и периодических изданий по всем

отраслям знаний) – Режим доступа: <http://e.lanbook.com>;

3. Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ» (межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://rucont.ru>

4. ЭБС «Айбукс» (учебники и учебные пособия для высшего образования) – Режим доступа: <http://ibooks.ru>.

5. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов

6. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»

7. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн

8. <http://www.edu.ru/abitur/act.82/index.php#>; [Электронный ресурс]. – URL

9. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Помещения и оборудование

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля: Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории: Колонки активные MicroLab ЗКЩ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400*700*800) ольха, проектор XGA BenQ PB

Помещение для самостоятельной работы:

Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации: Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Compex DSG1008 E-net Switch;

Коммутатор DES-1226G 24*10X Mb портов 2*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

6.2. Лицензионное и программное обеспечение

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт №04-114-16 от 14 ноября 2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от 23 ноября 2016г Лиц. №1B08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (GNU LGPL)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя)

Условия использования по ссылке: http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий, развивающие у обучающихся навыки командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

эвристическая беседа	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
метод коллективного анализа ситуации	<p>Эта форма выражается в обсуждении следствий из доказанных теорем и их взаимосвязей с полученными ранее результатами в рамках этой или других теорий; в анализе возможностей применения доказанных утверждений в решении задач; в обсуждении проблематики рассматриваемой темы, целей и задач введения новых понятий.</p> <p>Особую важность в таком обсуждении имеет максимально возможное включение в него аудитории посредством постоянного обращения к их личностному математическому опыту, приобретенному при учебе как в вузе, так и в школе.</p>
дискуссия	Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.
проблемный подход	<p>Применяется на различных этапах лекционных и практических занятий.</p> <p>На лекциях: при мотивации изучения новой темы ставится проблема теоретического или практического плана, для решения которой у студентов недостаточно знаний и умений; самостоятельная формулировка теоретических положений для новых классов объектов по аналогии с данными; самостоятельное доказательство теорем или их фрагментов и т.д.</p> <p>На практических занятиях ставится проблема применения теоретических положений для решения конкретных задач, проблема обобщения метода на класс задач, проблема переноса метода на новый класс задач и т.д.</p>
творческие задания	<p>Сформулировать теоретические положения для новых классов объектов по аналогии с данными.</p> <p>Обобщить метод решения частной задачи на класс задач.</p> <p>Преобразовать известный метод так, чтобы он мог быть применен к решению нового класса задач.</p> <p>Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме.</p> <p>Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.</p>

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

ПРИМЕРНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа №1

1. Выясните, какая функция на множестве действительных чисел является метрикой
а) $\rho(x, y) = |y - x|$; б) $\rho(x) = |x|$; в) $\rho(x, y) = y - x$; г) $\rho(x, y) = -|y - x|$.
2. В множестве $X = \{a, b, c, d\}$
 - 1) выясните является ли топологией множество $\{X, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$;
 - 2) опишите замкнутые и открытые множества в X ;
 - 3) найдите замыкание, внутренность и границу множества $A = \{a, c, d\}$;
 - 4) выясните, является ли пространство X компактным.
3. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая с метрикой $\rho(x, y) = |\arctg(x) - \arctg(y)|$?
4. Сходится ли в $C[0, 1]$ последовательность $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$?

Вопросы к зачету

1. Понятия метрики и метрического пространства.
2. Расстояние между множествами. Понятие эквивалентных метрик. Топологически эквивалентные метрики.
3. Понятия открытого и замкнутого шара. Окрестность точки. Ограниченное множество. Открытые и замкнутые множества и их свойства.
4. Предельные и изолированные точки множеств. Замыкание множества. Теорема о замкнутости замыкания. Критерий замкнутости.
5. Внутренние и граничные точки множеств. Примеры метрических пространств.
6. Последовательность и предел последовательности в метрическом пространстве. Теорема о подпоследовательности.
7. Теоремы о единственности предела и об ограниченности сходящейся последовательности.
8. Критерий предельной точки.
9. Фундаментальные последовательности. Полные метрические пространства. Теорема о полноте подпространства.
10. Теорема о вложенных шарах.
11. Диаметр множества. Теорема о вложенных множествах. Достаточное условие полноты.
12. Счётные множества. Всюду плотные и нигде не плотные множества. Теорема Бэра.
13. Множества первой и второй категории. Понятие всюду плотного множества в терминах ε -окрестностей и замыканий.
14. Изометричные пространства. Пополнение метрического пространства. Теорема о пополнении (принцип доказательства).
15. Сепарабельные пространства. Примеры сепарабельных и несепарабельных пространств.
16. Компактные множества и их свойства. Критерий компактности в \mathbb{R}^n .

17. Понятие вполне ограниченного множества. Критерий Хаусдорфа.
18. Достаточное условие компактности.
19. Теорема о сепарабельности компакта.
20. Непрерывные отображения метрических пространств. Гомеоморфизм. Теорема об образе компакта.
21. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.
22. Понятия сжимающего отображения и неподвижной точки.
23. Принцип сжимающих отображений.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Разработчик программы: Наталья Михайловна Кузуб, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.