



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра математики и методики обучения математике



А.В. Семиров

Директор
«23» мая 2019 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.ДВ.02.02 Метрические пространства**

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 8 от «26» апреля 2019 г.

Председатель _____ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 8 от «11» апреля 2019 г.

Зав. кафедрой _____ З.А. Дулатова

Иркутск 2019 г.

I. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины «Метрические пространства» является ознакомление с основными понятиями функционального анализа, освоение методов и способов решения задач этого раздела, а также знакомство будущего учителя математики с общими идеями и принципами, которые лежат в основе функционального анализа.

Задачи дисциплины:

- дать специальные знания по дисциплине;
- дать представление о роли метрических пространств в формировании научного мировоззрения;
- воспитание общей математической культуры, необходимой для более глубокого понимания курса высшей математики;
- способствовать формированию у студентов навыков работы с учебной и научно-методической литературой.

II. Место дисциплины в структуре ОПОП:

2.1. Дисциплина «Метрические пространства» входит в профессиональный цикл Б1.В.ДВ. Она определяет объем знаний, носящий как общеобразовательный, так и специальный характер, необходимый для приобретения квалификации бакалавр педагогического образования по направлению математика. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для подготовки студентов к изучению последующих математических и специальных дисциплин.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами:

Б1.В.01 Математический анализ

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Б1.О.25 Современные направления развития науки

III. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
ПК-1 Способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-пк1.1 преобразовывает стандартные математические выражения по основным правилам в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; Уметь: применять полученные теоретические знания при решении типовых учебных задач; Владеть основными методами решения задач функционального анализа.
	ИДК-пк1.2: строит, используя аналогию, интерпретации математических выра-	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; Уметь: применять полученные теор-

	жений в различных предметных областях и практике в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ретические знания при решении типовых учебных задач; Владеть основными методами решения задач функционального анализа.
	ИДК-пк1.3: строит, используя аналогию, математические модели для конкретизированных объектов других предметных областей и практики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; методы решения задач функционального анализа; Уметь: формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов функционального анализа; Владеть основными методами решения задач функционального анализа.
	ИДК-пк1.4 обосновывает преобразования и применения определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; методы решения задач функционального анализа; Уметь: применять полученные теоретические знания при решении типовых учебных задач; формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов функционального анализа Владеть основными методами решения задач функционального анализа.
ПК-2 Способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-пк2.1: определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; Уметь: формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов функционального анализа; Владеть основными методами решения задач функционального анализа.
ПК-4 Способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту	ИДК-пк4.1 преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; Уметь: формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов функционального анализа; Владеть основными методами решения задач функционального анализа.

способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	
ПК-5 Способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	ИДК-пк5.2 иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа; Уметь: формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов функционального анализа; Владеть основными методами решения задач функционального анализа.

IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц Очное	Се- ме- стр ы
		А
Аудиторные занятия (всего)	30	30
В том числе:		
Лекции	10	10
Практические занятия (ПЗ)	20	20
Лабораторные работы (ЛР)		
Самостоятельная работа (всего)*	42	42
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	экзамен	экза- за- мен
Контактная работа (всего)**	30	30
Общая трудоемкость	часы	72
	зачетные единицы	2

4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

Раздел 1. Метрика и метрические пространства

1.1 Понятия метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств.

1.2 Множества в метрических пространствах

1.3 Сходящиеся и фундаментальные последовательности.

1.4 Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.

1.5 Пополнение метрических пространств. Сепарабельные пространства.

1.6 Компактные множества отображения метрических пространств.

1.7 Непрерывные отображения метрических пространств.

4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семина	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	Метрика и метрические пространства	Понятия метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств.	2	4				6
		Множества в метрических пространствах	2	4			2	8
		Сходящиеся и фундаментальные последовательности.	2	4			10	16
		Полные метрические пространства. Свойства полных метрических пространств.	2	4			10	16
		Пополнение метрических пространств. Сепарабельные пространства.	2	2			10	14
		Компактные множества отображения метрических пространств.		2			10	12
		Непрерывные отображения метрических пространств.	2	4				6

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) (при наличии) отсутствуют

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная

Основная

1. Дерр, Василий Яковлевич. Функциональный анализ [Текст] : лекции и упражнения : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. ВПО "Математика" и напр. подгот. ВПО "Математика", "Математика. Прикладная математика" / В. Я. Дерр. - М. : КноРус, 2013. - 461 с. ; 21 см. - (Бакалавриат). - Библиогр.: с. 457-458. - ISBN 978-5-406-02728-8 (76 экз)
2. Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. - 4-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2007. - 488 с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 482-483. - Предм. указ.: с. 484-488. - ISBN 978-5-9221-0804-1(36 экз)

Дополнительная

1. Босс В. Лекции по математике / В. Босс. - 2-е изд., испр. - М. : Либроком. - 21 см. Т.5 : Функциональный анализ. - 2009. - 214 с. - ISBN 978-5-397-00122-9 (1 экз)
2. Рудин, Уолтер. Функциональный анализ [Текст] / У. Рудин ; Пер. с англ. В. Я. Лина, ред. Е. А. Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. : Лань, 2005. - 443 с. ; 22 см. - Библиогр.: с. 430-431. - Имен. указ.: с. 535-436. - Указ. терм.: с. 437-440. - Пер. изд. : Functional analysis / Rudin Walter. - New York, 1973. - ISBN 5-8114-0611-8

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. ЭБС «Библиотех» (электронные версии книг, учебной и учебно-методической литературы по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://isu.bibliotech.ru/>;
2. ЭБС «Издательство «Лань» (электронные версии книг и периодических изданий по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>;
3. Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ» (межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://rucont.ru>
4. ЭБС «Айбукс» (учебники и учебные пособия для высшего образования) – Режим доступа: <http://ibooks.ru>.

5. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
6. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
7. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
8. <http://www.edu.ru/abitur/act.82/index.php#>; [Электронный ресурс]. – URL
9. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Помещения и оборудование

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля: Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории: Колонки активные MicroLab ЗКЦ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400*700*800) ольха, проектор XGA BenQ PB

Помещение для самостоятельной работы:

Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации: Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Comrex DSG1008 E-net Switch;

Коммутатор DES-1226G 24*10XMb портов2*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

6.2. Лицензионное и программное обеспечение

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт №04-114-16 от 14 ноября 2016 г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от 23 ноября 2016 г Лиц. №1В08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (GNU LGPL)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя)

Условия использования по ссылке: http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий, развивающие у обучающихся навыки командной работы,

межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

эвристическая беседа	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
метод коллективного анализа ситуации	<p>Эта форма выражается в обсуждении следствий из доказанных теорем и их взаимосвязей с полученными ранее результатами в рамках этой или других теорий; в анализе возможностей применения доказанных утверждений в решении задач; в обсуждении проблематики рассматриваемой темы, целей и задач введения новых понятий.</p> <p>Особую важность в таком обсуждении имеет максимально возможное включение в него аудитории посредством постоянного обращения к их личностному математическому опыту, приобретенному при учебе как в вузе, так и в школе.</p>
дискуссия	Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.
проблемный подход	<p>Применяется на различных этапах лекционных и практических занятий.</p> <p>На лекциях: при мотивации изучения новой темы ставится проблема теоретического или практического плана, для решения которой у студентов недостаточно знаний и умений; самостоятельная формулировка теоретических положений для новых классов объектов по аналогии с данными; самостоятельное доказательство теорем или их фрагментов и т.д.</p> <p>На практических занятиях ставится проблема применения теоретических положений для решения конкретных задач, проблема обобщения метода на класс задач, проблема переноса метода на новый класс задач и т.д.</p>
творческие задания	<p>Сформулировать теоретические положения для новых классов объектов по аналогии с данными.</p> <p>Обобщить метод решения частной задачи на класс задач.</p> <p>Преобразовать известный метод так, чтобы он мог быть применен к решению нового класса задач.</p> <p>Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме.</p> <p>Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.</p>

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

ПРИМЕРНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа №1

1. Выясните, какая функция на множестве действительных чисел является метрикой
а) $\rho(x, y) = |y - x|$; б) $\rho(x) = |x|$; в) $\rho(x, y) = y - x$; г) $\rho(x, y) = -|y - x|$.
2. В множестве $X = \{a, b, c, d\}$
 - 1) выясните является ли топологией множество $\{X, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$;
 - 2) опишите замкнутые и открытые множества в X ;
 - 3) найдите замыкание, внутренность и границу множества $A = \{a, c, d\}$;
 - 4) выясните, является ли пространство X компактным.
3. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая с метрикой $\rho(x, y) = |\arctg(x) - \arctg(y)|$?
4. Сходится ли в $C[0, 1]$ последовательность $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$?

Вопросы к зачету

1. Понятия метрики и метрического пространства.
2. Расстояние между множествами. Понятие эквивалентных метрик. Топологически эквивалентные метрики.
3. Понятия открытого и замкнутого шара. Окрестность точки. Ограниченное множество. Открытые и замкнутые множества и их свойства.
4. Предельные и изолированные точки множеств. Замыкание множества. Теорема о замкнутости замыкания. Критерий замкнутости.
5. Внутренние и граничные точки множеств. Примеры метрических пространств.
6. Последовательность и предел последовательности в метрическом пространстве. Теорема о подпоследовательности.
7. Теоремы о единственности предела и об ограниченности сходящейся последовательности.
8. Критерий предельной точки.
9. Фундаментальные последовательности. Полные метрические пространства. Теорема о полноте подпространства.
10. Теорема о вложенных шарах.
11. Диаметр множества. Теорема о вложенных множествах. Достаточное условие полноты.
12. Счётные множества. Всюду плотные и нигде не плотные множества. Теорема Бэра.
13. Множества первой и второй категории. Понятие всюду плотного множества в терминах ε -окрестностей и замыканий.
14. Изометричные пространства. Пополнение метрического пространства. Теорема о пополнении (принцип доказательства).
15. Сепарабельные пространства. Примеры сепарабельных и несепарабельных пространств.
16. Компактные множества и их свойства. Критерий компактности в \mathbb{R}^n .
17. Понятие вполне ограниченного множества. Критерий Хаусдорфа.
18. Достаточное условие компактности.
19. Теорема о сепарабельности компакта.
20. Непрерывные отображения метрических пространств. Гомеоморфизм. Теорема об образе компакта.
21. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.

22. Понятия сжимающего отображения и неподвижной точки.
23. Принцип сжимающих отображений.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.