



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий
Кафедра информационных технологий

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор ИМИТ ИГУ
М. В. Фалалеев
«25» мая 2022 г.



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.В.ДВ.01.01 Квантовые вычисления

Направление подготовки 02.03.02 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем

Направленность (профиль) подготовки Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем

Квалификация выпускника бакалавр

Форма обучения очная

Иркутск 2022 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины – введение в перспективный и бурно развивающийся раздел теории алгоритмов.

Задачи дисциплины – познакомить студентов с обратимыми вычислениями, идеями и возможностями квантовых вычислений.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.В.ДВ.01.01 «Квантовые вычисления» относится к части Блока 1 образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: «Линейная алгебра», «Дискретная математика», «Математическая логика», «Теория вероятностей».

Учебная дисциплина «Квантовые вычисления» является заключительной дисциплиной в своем направлении, знания, умения и навыки потребуются при выполнении Выпускной квалификационной работы.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем:

ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий;

ПК-6 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен
знать: основные понятия и термины из области обратимых вычислений и квантовых алгоритмов, основные квантовые преобразования и алгоритмы;
уметь: строить квантовые модели вычислений на языке линейных пространств;
владеть: навыками работы с обратимыми вычислениями и квантовыми алгоритмами.

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных ед., 108 час.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Формы текущего контроля; Формы промежут. аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самост. работа	
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия		
Тема 1. Классические алгоритмы	5		4	4	4	презентация
Тема 2. Математическая модель квантовых вычислений	5		14	10	10	контрольная работа, презентация
Тема 3. Квантовые алгоритмы	5		10	14	10	контрольная работа, презентация
Тема 4. Квантовые схемы	5		8	6	8	контрольная работа, презентация
Итого (5 семестр):			34	34	32	зач.

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Тема 1. Классические алгоритмы	Программа МТ	1-2 нед.	4	проверка работы МТ	Вычислительная среда в ИОС DOMIC
Тема 2. Математическая модель квантовых вычислений	Презентация	3-7 нед.	10	отчет в группе	Литература: осн. 1, доп 2
Тема 3. Квантовые алгоритмы	Презентация	8-14 нед.	10	отчет в группе	Литература: осн. 1-3, доп 1
Тема 4. Квантовые схемы	Презентация	15-17 нед.	8	отчет в группе	Литература: осн. 1-3, доп 2
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			32		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)			12		

4.3. Содержание учебного материала

Тема 1. Классические алгоритмы. Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Сложность вычислений. Классы P и NP. Примеры NP-полных задач. Пределы классических вычислителей.

Тема 2. Кубит и система кубитов. Пространство состояний. Кронекерово произведение. Квантовые вероятности. Измерение состояния. Квантовый канал связи. Элементарные преобразования. Унитарные преобразования. Преобразования Паули. Преобразование Уолша-Адамара. Инверсия и диффузия. Запрет квантового клонирования. Квантовая телепортация. Сверхплотное кодирование. Обратимые вычисления.

Тема 3. Алгоритм Дойча-Йожи. Задача о нахождении периода функции. Алгоритм Саймона. Дискретное преобразование Фурье. Факторизация. Алгоритм Шора. Поисковый алгоритм Гровера.

Тема 4. Обратимые схемы. Квантовые схемы. Базисы для квантовых схем. Базис Тоффоли.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Тема 1. Классические алгоритмы	8	устный опрос, презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
1.1. Машины Тьюринга.	2	проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
1.2. Вычислимые функции.	2	проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
1.3. Классы P и NP. Примеры NP-полных задач.	2	проверка лабораторной работы	ПК-1
1.4. Пределы классических вычислителей.	2	устный опрос, презентация	ПК-1
Тема 2. Математическая модель квантовых вычислений	24	контрольная работа, презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
2.1. Фотон, поляризация. Кодирование $\{0, 1\}$ поляризацией фотона. Кубит. Система кубитов.	2	проверка лабораторной работы	ПК-1
2.2. Пространство состояний. Операторы. Кронекерово произведение.	2	проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
2.3. Квантовые вероятности. Измерение состояния. Элементарные преобразования. Унитарные преобразования. Преобразования Паули. Преобразование Уолша-Адамара.	6	проверка лабораторной работы	ПК-1
2.4. Отражение относительно среднего. Операторы инверсии и диффузии.	2	проверка лабораторной работы	ПК-1
2.5. Квантовый канал связи.	2	проверка лабораторной работы	ПК-1
2.6. Клонирование. Телепортация. Сверхплотное кодирование.	6	проверка лабораторной работы	ПК-1
2.7. Обратимые вычисления.	4	контрольная работа,	ПК-1, ПК-6
Тема 3. Квантовые алгоритмы	24	контрольная работа, презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
3.1. Алгоритм Дойча-Йожи.	4	презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6

3.2. Задача о нахождении периода функции. Алгоритм Саймона.	4	контрольная работа, презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
3.3. Преобразование Фурье.	2	презентация	ПК-1, ПК-6
3.4. Квантовое преобразование Фурье.	4	презентация	ПК-1, ПК-6
3.5. Факторизация. Алгоритм Шора.	6	презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
3.6. Алгоритм Гровера.	4	контрольная работа, презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
Тема 4. Квантовые схемы	14	контрольная работа, презентация	ПК-1, ПК-6
4.1. Обратимые функции. Обратимые представления булевых функций.	4	контрольная работа, презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
4.2. Обратимые схемы.	4	проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
4.3. Базисы для обратимых схем. Базис Тоффоли.	2	презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6
4.4. Квантовые схемы.	4	презентация, проверка лабораторной работы	ПК-1, ПК-6

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Не предусмотрено.

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они

заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуются делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Кайе, Ф. Введение в квантовые вычисления [Электронный ресурс] : [учебник] / Ф. Кайе, Р. Лафлам, М. Моска = An Introduction to Quantum Computing. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Институт компьютерных исследований ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2009. - 360 с. ; нет. - Режим доступа: <http://rucont.ru/efd/301502?urlId=mU2YI3RUg0bWISOUllcNfXwq7y3OJI7kd+NogbZlsc4PKRTLby67BkAX5D+CxtTyAl8qLNBR/w2WNlOGkSq3JQ==>. - ЭБС "Рукопонт". - неогранич. доступ.

2. Прилипко, В. К. Физические основы квантовых вычислений. Динамика кубита [Электронный ресурс] : монография / В. К. Прилипко, И. И. Коваленко. - 1-е изд. - Электрон. текстовые дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 216 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/111888>. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ.

3. Ильичев, И. В. Элементарные основы квантовых вычислений. Упражнения и задачи : учебное пособие / И. В. Ильичев. — Новосибирск : НГТУ, 2014. — 28 с. — ISBN 978-5-7782-2414-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. —

URL: <https://e.lanbook.com/book/118442> (дата обращения: 29.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Хидари, Дж. Д. Квантовые вычисления: прикладной подход [Электронный ресурс] / Дж. Д. Хидари. - Электрон. текстовые дан. - Москва : ДМК Пресс, 2021. - 370 с. : ил. - Режим доступа: <https://ibooks.ru/reading.php?short=1&productid=378215>, <https://ibooks.ru/resize/w188/images/T/978-5-97060-890-6.jpg>. - ЭБС "Айбукс". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-97060-890-6

б) дополнительная литература:

1. Риффель Э., Полак В. Основы квантовых вычислений // Квантовый компьютер и квантовые вычисления. 2000. Т. 1. № 1. С. 4-57.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. <http://xxx.lanl.gov> – архив статей в электронном виде, раздел квантовая физика.
2. <http://www.intuit.ru/studies/courses/1057/136/info> – Классические и квантовые вычисления. НОУ «Интуит».
3. <http://www.qubit.org> – Центр по квантовым вычислениям университета Оксфорда с популярными и научными статьями по квантовым вычислениям

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

6.2. Программное обеспечение

Windows 7 - 10; браузер Google Chrome; Office 365

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые компетенции
Контрольная работа	Темы 2, 3, 4	ПК-1, ПК-6
Лабораторная работа	Темы 1, 2, 3, 4	ПК-1, ПК-6
Презентация	Темы 1, 2, 3, 4	ПК-1, ПК-6

Примеры оценочных средств текущего контроля

1. Демонстрационный вариант контрольной работы

№1

1. Получить обратимую функцию из функции $f = (0111\ 1110)$

2. Представить обратимую функцию в матричном виде

t	x	y	z	f	x	y	z
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1	1	1

3. Представить перестановочную матрицу M в виде вектора

0000 0000 1000 0000
 0000 0000 0000 0001
 0010 0000 0000 0000
 0000 0001 0000 0000

 0001 0000 0000 0000
 0000 0000 0001 0000
 0100 0000 0000 0000
 1000 0000 0000 0000
 $M =$
 0000 0000 0000 0010
 0000 0000 0000 0100
 0000 0000 0010 0000
 0000 0000 0000 1000

 0000 0100 0000 0000
 0000 1000 0000 0000
 0000 0000 0100 0000
 0000 0010 0000 0000

4. Выполнить преобразование $M(\varphi)$
 вектора $\varphi = (0000\ 0000\ 1111\ 1111)$

2. Примерные темы презентаций:

1. Классические вычислительные устройства.
2. Проблема: $P = NP$?
3. Квантовый канал связи.
4. Телепортация состояния кубита.
5. Работа алгоритма Дойча-Йожи для любых функций.
6. Дискретное преобразование Фурье.

3. Примеры лабораторных работ:

Лабораторная работа № 1.

Представление булевых функций операторами в $C^{2^{\otimes n}}$

Для представления булевых функций в виде операторов пространства $C^{2^{\otimes n}}$ прежде всего необходимо множество наборов $\{0,1\}^n$ представить векторами $C^{2^{\otimes n}}$. Соответствующее отображение φ определяется индуктивно:

$$\varphi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \varphi(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\varphi(\tau_1 \tau_2 \dots \tau_{n-1} \tau_n) = \varphi(\tau_1 \tau_2 \dots \tau_{n-1}) \otimes \varphi(\tau_n)$$

Для примера рассмотрим набор $\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n = 010$.

$$\varphi(010) = \varphi(01) \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Легко заметить, что если набор $\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n$ интерпретируется как бинарная запись числа, то φ отображает этот набор в вектор длины 2^n с единицей на месте $\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n$ и нулями на остальных местах; нумерация начинается с 0.

Классическое определение n -местной булевой функции f^n — это отображение $f^n : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$. Однако булеву функцию f^n также можно представить перестановкой p^{n+1} на множестве наборов $\{0,1\}^{n+1}$:

$$p^{n+1}(\tau_1, \dots, \tau_n, \tau_{n+1}) = (\tau_1, \dots, \tau_n, \tau_{n+1} \oplus f^n(\tau_1 \dots \tau_n)).$$

Из так заданного представления следует, что $f^n(\tau_1 \dots \tau_n) = \alpha_{\tau_1 \dots \tau_n}$ тогда и только тогда, когда $p^{n+1}(\tau_1, \dots, \tau_n, 0) = (\tau_1, \dots, \tau_n, \alpha_{\tau_1 \dots \tau_n})$.

Такие перестановки в свою очередь можно представить операторами в пространстве $C^{2^{\otimes(n+1)}}$. Соответствующие операторы в свою очередь представляются невырожденными $2^{n+1} \times 2^{n+1}$ -матрицами, имеющими в каждой строке и каждом столбце ровно по одной единице. Пусть функция f^n задана вектором $f^n(x_1 \dots x_n) = (\alpha_{0 \dots 0}, \alpha_{0 \dots 01}, \dots, \alpha_{\tau_1 \dots \tau_n}, \dots, \alpha_{1 \dots 1})$. Тогда элементы соответствующей матрицы $M_f = (a_{\tau\sigma})$, где $\tau = \tau_0 \tau_1 \dots \tau_n$; $\sigma = \sigma_0 \sigma_1 \dots \sigma_n$ определяются следующим образом:

$$a_{\tau\sigma} = \begin{cases} 0, \tau_1 \dots \tau_n \neq \sigma_1 \dots \sigma_n; \\ 1, \tau_1 \dots \tau_n = \sigma_1 \dots \sigma_n, \tau_0 = \sigma_0, \alpha_{\tau_1 \dots \tau_n} = 0; \\ 1, \tau_1 \dots \tau_n = \sigma_1 \dots \sigma_n, \tau_0 \neq \sigma_0, \alpha_{\tau_1 \dots \tau_n} = 1; \\ 0, \text{ во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

Пример. Функция $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 = (0,0,0,1)$. Можно условно разделить матрицу M_f на 4 подматрицы размерами 4×4 . Тогда обе подматрицы, стоящие на главной диагонали, имеют вид $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, на побочной — $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Матрица M_f составляется из указанных

подматриц $M_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Вычисление $f(0,1) = 0 \cdot 1 = 0$, что соответствует перестановке $p(0,1,0) = (0,1,0)$:

$$M_f \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = M_f \cdot (01000000)^t = (01000000)^t = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

вычисление $f(1,1) = 1 \cdot 1 = 1$ (соответствующая перестановка $p(1,1,0) = (1,1,1)$):

$$M_f \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = M_f \cdot (00010000)^t = (00000001)^t = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 1. Представить функцию $f=(10010110)$ в виде перестановочной матрицы M_f

Задание 2. Найти результат действия M_f на вектор $(-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 0 0 0 0)$.

Задание 3. Представить функцию $f=(10010110)$ обратимой функцией в виде подстановки.

Задание 4. Найти результат действия функции $f=(1001)$ на вектор $(-1-1-1-1 0000)$.

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Классические вычисления. Машина Тьюринга. Вычислимые функции.
2. Пределы классических вычислителей.
3. Понятие кубита (квантового бита).
4. Квантовые системы. Состояние квантовой системы.
5. Квантовые вероятности.
6. Измерение состояния.
7. Пространство состояний. Базисы. Кронекерово произведение.
8. Элементарные преобразования. Унитарные преобразования.
9. Однокубитовые и двухкубитовые преобразования.

10. Преобразование Уолша-Адамара.
11. Инверсия и диффузия.
12. Принцип квантовой связи.
13. Запрет квантового клонирования.
14. Квантовая телепортация.
15. Алгоритм Дойча-Йожи.
16. Задача о нахождении периода функции. Алгоритм Саймона.
17. Квантовое преобразование Фурье.
18. Факторизация. Алгоритм Шора.
19. Поисковый алгоритм Гровера.
20. Квантовые схемы.
21. Базисы для квантовых схем. Сложность схем.

Разработчик: Винокуров Сергей Федорович, д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры алгебраических и информационных систем