



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
ФГБОУ ВО «ИГУ»

**Кафедра прикладной информатики и документоведения**

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета бизнес-коммуникаций и информатики  
В.К. Карнаухова

«19» мая 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.28 Прикладная математика**  
(индекс дисциплины по учебному плану, наименование дисциплины (модуля)).

Направление подготовки: **09.03.03 Прикладная информатика**  
(код, наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) подготовки: **Прикладная информатика в управлении**

Квалификация выпускника – **бакалавр**

Форма обучения: **очно-заочная** (с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий)  
(очная, заочная (с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий)\*, очно-заочная (с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий)\*)

Согласовано с УМК факультета  
бизнес-коммуникаций и информатики

Протокол № 8 от «17» мая 2021 г.

Председатель  В.К. Карнаухова

Рекомендовано кафедрой прикладной  
информатики и документоведения

Протокол № 10 от «12» мая 2021 г.

и.о.зав. кафедрой  А.В. Рохин

## СОДЕРЖАНИЕ

	<i>стр.</i>
I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) .....	3
II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО .....	3
III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	3
IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
4.1 Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов .....	4
4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	5
4.3 Содержание учебного материала .....	6
4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ ....	7
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение самостоятельной работы студентов .....	8
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов	8
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) .....	12
V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) .....	12
а) основная литература .....	12
б) дополнительная литература .....	13
в) периодическая литература .....	13
г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы.....	13
VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	14
6.1. Учебно-лабораторное оборудование: .....	14
6.2. Программное обеспечение: .....	15
6.3. Технические и электронные средства: .....	15
VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ .....	15
VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ .....	16
8.1. Оценочные средства текущего контроля.....	16
8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации .....	32

## **I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Цели:**

сформировать у студентов компетентностный подход по фундаментальным разделам математики и создать целостную, логически замкнутую систему знаний, идей и методов математики и областей ее применения.

### **Задачи:**

- формирование представлений о связях и взаимодействии отдельных частей математики, традиционно относящихся к этой дисциплине;
- развитие логического мышления, научного кругозора;
- выработка навыков решения математических и профессиональных задач;
- ознакомление с математическими методами изучения закономерностей однородных случайных массовых явлений, с общими идеями создания математических моделей, выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности.
- получение базовых навыков использования средств современной компьютерной техники для решения прикладных задач.

## **II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

2.1. Учебная дисциплина относится к обязательной части программы направления 09.03.03 «Прикладная информатика».

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: Математика.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: Теория систем и системный анализ, Анализ данных, Прикладной системный анализ.

## **III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование компетенций (элементов следующих компетенций) в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по данному направлению подготовки:

### **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций**

<b>Компетенция</b>	<b>Индикаторы компетенций</b>	<b>Результаты обучения</b>
ПК-1 Способность выполнять работы по созданию (модификации) и сопровождению ИС, автоматизирующих задачи организационного управления и бизнес-процессы	ПК-1.1	Знать выполнение работ по созданию (модификации) и сопровождению ИС, автоматизирующих задачи организационного управления и бизнес-процессы
	ПК-1.2	Уметь выполнять работы по созданию (модификации) и сопровождению ИС, автоматизирующих задачи организационного управления и бизнес-процессы
	ПК-1.3	Владеть навыками проведения работ по созданию (модификации) и сопровождению ИС, автоматизирующих задачи организационного управления и бизнес-процессы

#### IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов,    часов на экзамен.

Форма промежуточной аттестации: Зач/ЗаО

##### 4.1 Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоятельная работа	
					Лекции	Семинарские (практические занятия)	Консультации, контроль		
1	Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения, основные понятия и определения.	3				2		4	УО, ПЗ
2	Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка и основные методы их решения.	3				12		4	УО, ПЗ
3	Тема 3. Дифференциальные уравнения порядка выше первого.	3				8		4	УО, ПЗ
4	Тема 4. Системы однородных линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.	3				6		8	УО, ПЗ
5	Тема 5. Разностные уравнения	3				4		4	УО, ПЗ
6	Тема 6. Применение дифференциальных и разностных уравнений к экономике, физике, менеджменту и др.	3				4		4	УО, ПЗ
	Промежуточная аттестация	3					8		Зачет
7	Тема 7. Линейное программирование.	4				12		10	УО, ПЗ
8	Тема 8. Численные методы оптимизации.	4				12		10	УО, ПЗ
9	Тема 9. Нелинейные методы оптимизации.	4				10		10	УО, ПЗ
	Промежуточная аттестация	4					8		Зачет с оценкой
<b>Итого часов</b>			<b>144</b>			<b>70</b>	<b>16</b>	<b>58</b>	

#### 4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Затраты времени (час.)		
3	Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения, основные понятия и определения.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	1-ая нед	4	УО	1
3	Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка и основные методы их решения.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	2-9 нед	4	Тест №1	1
3	Тема 3. Дифференциальные уравнения порядка выше первого.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	10-13 нед	4	Тест №2	1
3	Тема 4. Системы линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	14-16 нед	8	Тест №2	1
3	Тема 5. Разностные уравнения	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	17-ая нед	4	Тест №2	1
3	Тема 6. Применение дифференциальных и разностных уравнений к экономике, физике, менеджменту и др.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	18-ая нед	4	УО	1
4	Тема 7. Линейное программирование.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	1-6 нед	10	ПТ	5
4	Тема 8. Численные методы оптимизации.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	7-12 нед	10	ПТ	5
4	Тема 9. Нелинейные методы оптимизации.	Изучение материала учебника, решение упражнений после соответствующей главы	13-17 нед	10	ПТ	5
Общая трудоемкость самостоятельной работы по дисциплине (час)				<b>70</b>		
<b>Бюджет времени самостоятельной работы, предусмотренный учебным планом для данной дисциплины (час)</b>				<b>70</b>		

### 4.3 Содержание учебного материала

Трудоемкость дисциплины (з.е.)	4
Наименование основных разделов (модулей)	<p><b>Раздел 1. Дифференциальные и разностные уравнения.</b></p> <p><b>Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия и определения.</b>  Примеры математических моделей экономических задач, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. Порядок обыкновенного дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Общие понятия для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка: общее и частное решение уравнения, интегральная кривая, постановка и решение задачи Коши.</p> <p><b>Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка и основные методы их решения.</b>  Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнение Бернулли. Линейные уравнения первого порядка.</p> <p><b>Тема 3. Дифференциальные уравнения порядка выше первого.</b>  Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений методом подбора частного решения. Решение неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.</p> <p><b>Тема 4. Системы линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.</b>  Понятие системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальная система дифференциальных уравнений. Линейная система дифференциальных уравнений и основные понятия, связанные с ней. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами и их решение. Траектории линейных систем на плоскости. Фазовые кривые и точки равновесия.</p> <p><b>Тема 5 Разностные уравнения.</b>  Понятие о разностных уравнениях. Примеры экономико-математических моделей, описываемых разностными уравнениями. Разностные уравнения как один из численных методов решения дифференциальных уравнений. Аппроксимация производных и конечные разности. Линейные разностные уравнения первого порядка и их решение. Паутинообразная модель рынка. Линейные разностные уравнения n-го порядка. Метод вариации постоянных. Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.</p> <p><b>Тема 6. Применение дифференциальных и разностных уравнений к экономике, физике, менеджменту и др.</b>  Модель рынка с постоянными ценами (модель естественного роста). Простейшая модель равновесия. Математическая модель рекламы. Модель рынка с прогнозируемыми ценами. Примеры основных экономических задач, решаемых с помощью систем дифференциальных уравнений: модель динамики долга; двухсекторная модель экономики; модель «выпуск-затраты»; модель «инфляция-безработица».</p> <p><b>Раздел 2. Методы оптимизация.</b></p> <p><b>Тема 7. Линейное программирование.</b>  Линейное моделирование. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплекс-метод. Теория двойственности. Пост-оптимальный анализ решения. Использование пакета SOLVER MS Excel. Задачи целочисленного программирования. Транспортная задача. Задача коммивояжера. Задача о назначениях.</p> <p><b>Тема 8. Численные методы оптимизации.</b>  Методы одномерного поиска: метод деления отрезка пополам, метод касательных, метод ломаных. Методы поиска экстремума функций многих переменных. Градиентный спуск. Вычисление градиента. Использование градиента. Выбор оптимального размера шага. Градиентный подъем. Метод условного градиента.</p>

	<b>Тема 9. Нелинейные методы оптимизации.</b> Понятие выпуклого множества, выпуклой функции, локального и глобального экстремума функции. Задачи на безусловную оптимизацию. Задачи условной оптимизации.
Формы текущего контроля	тесты, контрольные работы, практические занятия
Форма промежуточной аттестации	Зач/ЗаО

#### 4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)		Оценочные средства	Формируемые компетенции
			Всего часов	Из них практическая подготовка		
1.	Раздел 1. Тема 1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения, основные понятия и определения.	6		УО	ПК-1
2.	Раздел 1. Тема 2.	Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним	2		Тест 1.	ПК-1
3.	Раздел 1. Тема 2.	Однородные уравнения и сводящиеся к ним	2		Тест 1.	ПК-1
4.	Раздел 1. Тема 2.	Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли	2		Тест 1.	ПК-1
5.	Раздел 1. Тема 3.	Уравнения второго и высших порядков, допускающие понижения порядка	3		Тест 2.	ПК-1
6.	Раздел 1. Тема 3.	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	3		Тест 2.	ПК-1
7.	Раздел 1. Тема 4.	Решение систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка	6		Тест 2.	ПК-1
8.	Раздел 1. Тема 5.	Решение разностных уравнений	6		Тест 2, КР-1	ПК-1
9.	Раздел 1. Тема 6.	Тема 6. Применение дифференциальных и разностных уравнений к экономике, физике, менеджменту и др.	6		УО	ПК-1
10.	Раздел 2. Тема 9.	Множества и функции в n-мерном евклидовом пространстве, классификация задач на экстремум	4		УО	ПК-1
11.	Раздел 2. Тема 7.	Задачи линейного программирования	12		РГР-1	ПК-1
12.	Раздел 2. Тема 8.	Численные методы оптимизации	12		Тест 3.	ПК-1
13.	Раздел 2. Тема 9.	Задачи на безусловную оптимизацию	4		КР-2	ПК-1
14.	Раздел 2. Тема 9.	Задачи условной оптимизации	4		КР-2	ПК-1

#### 4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение самостоятельной работы студентов

№ п/п	Тема	Задание	Формируемая компетенция	ИДК
1	Раздел 1 Тема 6.	Найти примеры применения дифференциальных и разностных уравнений к робототехнике, экономике, физике, менеджменту и др.	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3
2	Раздел 2	Найти или составить практические задачи оптимизации в робототехнике, экономике, физике, менеджменту и др.	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего профессионального образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

**Подготовка к практическому занятию.** Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной



деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к семинарскому занятию.** Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к коллоквиуму.** Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к контрольной работе.** Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

**Подготовка к зачету** (в том числе к дифференцированному при отсутствии экзамена по дисциплине). Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям

в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

### **Формы внеаудиторной самостоятельной работы**

**Составление глоссария** Цель самостоятельной работы: повысить уровень информационный культуры; приобрести новые знания; отработать необходимые навыки в предметной области учебного курса. Глоссарий — словарь специализированных терминов и их определений. Статья глоссария — определение термина. Содержание задания: сбор и систематизация понятий или терминов, объединенных общей специфической тематикой, по одному либо нескольким источникам. Выполнение задания: 1) внимательно прочесть работу; 2) определить наиболее часто встречающиеся термины; 3) составить список терминов, объединенных общей тематикой; 4) расположить термины в алфавитном порядке; 5) составить статьи глоссария: — дать точную формулировку термина в именительном падеже; — объемно раскрыть смысл данного термина. Планируемые результаты самостоятельной работы: способность студентов решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

**Составление тематического портфолио работ** Цель самостоятельной работы: развитие способности к систематизации и анализу информации по выбранной теме, работе с эмпирическими данными, со способами и технологиями решения проблем. Тематическое портфолио работ — материалы, отражающие цели, процесс и результат решения какой-либо конкретной проблемы в рамках той или иной темы курса (модуля). Портфолио работ состоит из нескольких разделов (согласуются с преподавателем). Структура тематического портфолио работ: — сопроводительный текст автора портфолио с описанием цели, предназначения и краткого описания документа; — содержание или оглавление; органайзер (схемы, рисунки, таблицы, графики, диаграммы, гистограммы); лист наблюдений за процессами, которые произошли за время работы; письменные работы; видеофрагменты, компьютерные программы; рефлексивный журнал (личные соображения и вопросы студента, которые позволяют обнаружить связь между полученными и получаемыми знаниями). Выполнение задания: 1) обосновать выбор темы портфолио и дать название своей работе; 2) выбрать рубрики и дать им названия; 3) найти соответствующий материал и систематизировать его, представив в виде конспекта, схемы, кластера, интеллект-карты, таблицы; 4) составить словарь терминов и понятий на основе справочной литературы; 5) подобрать необходимые источники информации (в том числе интернет-ресурсы) по теме и написать тезисы; 6) подобрать статистический материал, представив его в графическом виде; сделать выводы; 7) подобрать иллюстративный материал (рисунки, фото, видео); 8) составить план исследования; 9) провести исследование, обработать результаты; 10) проверить наличие ссылок на источники информации. Планируемые результаты самостоятельной работы: — готовность студентов использовать индивидуальные креативные способности для оригинального решения исследовательских задач; — повышение информационной культуры студентов и обеспечение их готовности к интеграции в современное информационное пространство; — способность использовать современные способы и технологии решения проблем.

**Информационный поиск** Цель самостоятельной работы: развитие способности к проектированию и преобразованию учебных действий на основе различных видов информационного поиска. Информационный поиск — поиск неструктурированной документальной информации. Список современных задач информационного поиска: решение вопросов моделирования; классификация документов; фильтрация, классификация документов; проектирование архитектур поисковых систем и пользовательских интерфейсов; извлечение информации (аннотирование и

реферирование документов); выбор информационно-поискового языка запроса в поисковых системах. Содержание задания по видам поиска: поиск библиографический — поиск необходимых сведений об источнике и установление его наличия в системе других источников. Ведется путем разыскания библиографической информации и библиографических пособий (информационных изданий); поиск самих информационных источников (документов и изданий), в которых есть или может содержаться нужная информация; — поиск фактических сведений, содержащихся в литературе, книге (например, об исторических фактах и событиях, о биографических данных из жизни и деятельности писателя, ученого и т. п.). Выполнение задания: 1) определение области знаний; 2) выбор типа и источников данных; 3) сбор материалов, необходимых для наполнения информационной модели; 4) отбор наиболее полезной информации; 5) выбор метода обработки информации (классификация, кластеризация, регрессионный анализ и т.д.); 6) выбор алгоритма поиска закономерностей; 7) поиск закономерностей, формальных правил и структурных связей в собранной информации; 8) творческая интерпретация полученных результатов. Планируемые результаты самостоятельной работы: — способность студентов решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности; готовность использовать знание современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач.

**Использование инфографики** Цель самостоятельной работы: усвоение отношений между понятиями или отдельными разделами темы с помощью инфографики. Инфографика — «область коммуникативного дизайна, в основе которой лежит графическое представление информации, связей, числовых данных и знаний» (В. В. Лаптев). Вариант задания: представить информацию по заданной теме с помощью зрительных форм — знаков, графического дизайна, рисунков, иллюстраций. Выполнение задания: 1) выбор темы; 2) сбор информации (документальной и визуальной); 3) систематизация собранной информации; 4) создание плана презентации: — классификация информации по типу; — выбор тематики действия (инструктивная, исследовательская, имитационная); — выбор коммуникативной тактики (дискуссии и дебаты для точной передачи идеи); — выбор творческой тактики (создание новых форм и подходов к изучению и представлению информации); — систематизация информации по какому-либо принципу (по алфавиту, по времени, по категориям, по иерархии); 5) создание эскиза (для печатной инфографики) и раскадровка (для интернет-инфографики); 6) планирование и работа над графикой (создание основного и второстепенных объектов). Планируемые результаты самостоятельной работы: — готовность студентов использовать индивидуальные креативные способности для оригинального решения исследовательских задач; — усвоение отношений между понятиями или отдельными разделами темы.

**Разработка мультимедийной презентации** Цели самостоятельной работы (варианты): — освоение (закрепление, обобщение, систематизация) учебного материала; — обеспечение контроля качества знаний; — формирование специальных компетенций, обеспечивающих возможность работы с информационными технологиями; — становление общекультурных компетенций. Мультимедийная презентация — представление содержания учебного материала, учебной задачи с использованием мультимедийных технологий. Выполнение задания: 1. Этап проектирования: — определение целей использования презентации; — сбор необходимого материала (тексты, рисунки, схемы и др.); — формирование структуры и логики подачи материала; — создание папки, в которую помещен собранный материал. 2. Этап конструирования: — выбор программы MS PowerPoint в меню компьютера; — определение дизайна слайдов; — наполнение слайдов собранной текстовой и наглядной информацией; — включение эффектов анимации и музыкального сопровождения (при необходимости); — установка режима показа слайдов (титольный слайд, включающий наименование кафедры, где

выполнена работа, название презентации, город и год; содержательный — список слайдов презентации, сгруппированных по темам сообщения; заключительный слайд содержит выводы, пожелания, список литературы и пр.). 3. Этап моделирования — проверка и коррекция подготовленного материала, определение продолжительности его демонстрации. Планируемые результаты самостоятельной работы: — повышение информационной культуры студентов и обеспечение их готовности к интеграции в современное информационное пространство; — способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности; — способность к критическому восприятию, обобщению, анализу профессиональной информации, постановке цели и выбору путей ее достижения; — способность применять современные методики и технологии организации и реализации образовательного процесса на различных образовательных ступенях в различных образовательных учреждениях; — готовность использовать индивидуальные креативные способности для оригинального решения исследовательских задач.

**Построение сводной (обобщающей) таблицы** Цель самостоятельной работы: усвоение отношений между понятиями или отдельными разделами темы с помощью построения таблицы. Сводная (обобщающая) таблица — концентрированное представление отношений между изучаемыми феноменами, выраженными в форме переменных. Варианты задания: — представить функциональные отношения между элементами какой-либо системы, выраженными в тексте в форме понятий или категорий; — представить междисциплинарные связи изучаемой темы (дисциплины). Правила составления таблицы: 1) таблица должна быть выразительной и компактной, лучше делать несколько небольших по объему, но наглядных таблиц, отвечающих задаче исследования; 2) название таблицы, заглавия граф и строк следует формулировать точно и лаконично; 3) в таблице обязательно должны быть указаны изучаемый объект и единицы измерения; 4) при отсутствии каких-либо данных в таблице ставят многоточие либо пишут «Нет сведений», если какое-либо явление не имело места, то ставят тире; 5) значения одних и тех же показателей приводятся в таблице с одинаковой степенью точности; 6) таблица должна иметь итоги по группам, подгруппам и в целом; 7) если суммирование данных невозможно, то в этой графе ставят знак умножения; 8) в больших таблицах после каждых пяти строк делается промежуток для удобства чтения и анализа. Планируемые результаты самостоятельной работы: — готовность студентов использовать индивидуальные креативные способности для оригинального решения исследовательских задач; — усвоение отношений между понятиями или отдельными разделами темы.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

#### **4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

По данной дисциплине выполнение курсовых проектов (работ) не предусматривается.

### **V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

#### **а) основная литература**

1. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Бибииков. - Москва : Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Предм. указ. : с. 299-301. - ISBN 978-5-8114-1176-4 : Б. ц.

2. Разностные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. К. Романко. - 3-е изд. (эл.). - Москва : Лаборатория знаний, 2015. - 115 с. ; нет. - Режим доступа: ЭБС "РУКОНТ". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-9963-2661-7 : Б. ц

3. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Текст] : учеб. пособие / А. Ф. Филиппов. - 5-е изд. - М. : Либроком, 2013. - 237 с. ; 21 см. - (Классический учебник МГУ). - ISBN 978-5-397-03637-5 : . - 40 экз. Экз-ры: физмат 33082(40 экз.)

4. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Текст] : методические указания / А.Ф. Филиппов. - М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2004. - 175 с. : граф., табл. ; 20 см. - ISBN 5-93972-008-0 . - 62 экз. Экз-ры: нф А580465; физмат 19056(62 экз.)

5. Васильев О.В., Аргучинцев А.В. Методы оптимизации в задачах и упражнениях[Электронный ресурс] : учеб. пособие / О.В. Васильев, А.В. Аргучинцев.–М.: ФИЗМАТЛИТ, 1999. - 208 с. ). - Точка доступа: <http://bookre.org/reader?file=481892>

#### **б) дополнительная литература**

1. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) [Электронный ресурс] / В. А. Болотюк. - Москва : Лань", 2014. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1650-9 : Б. ц.

2. Математика [Текст] : : учебное пособие (гриф Пр. / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. - Москва : Лань, 2010. - 160 с. : ил. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1080-4 : Б. ц.

3. *Беников А.И. Линейное программирование* / А.И. Беников. – Иркутск: Иркут. гос. ун-т, 2005. – 148 с. – 82 экз. [\(pdf-файл\)](#). –Точка доступа <http://math.isu.ru/ru/chairs/mo/seminars.html>

4. Аргучинцев А.В. Линейное программирование: практикум / А.В.Аргучинцев, А.И.Беников. – Иркутск: Иркут. ун-т, 2011.– 74 с. [\(pdf-файл\)](#) . – Точка доступа <http://math.isu.ru/ru/chairs/mo/seminars.html>

5. Калинин. Обыкновенные дифференциальные уравнения: [Электронный ресурс] // Точка доступа: [http://www.ph4s.ru/book\\_mat\\_difur.html/](http://www.ph4s.ru/book_mat_difur.html/). (Дата обращения: 1.07.2015)

#### **в) периодическая литература**

##### **г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. Открытая электронная база ресурсов и исследований «Университетская информационная система РОССИЯ» [Электронный ресурс] : сайт. – Режим доступа: <http://uisrussia.msu.ru> бессрочный

2. Государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» [Электронный ресурс] : сайт. – Режим доступа: <http://нэб.рф>. бессрочный

3. Научная электронная библиотека «[ELIBRARY.RU](http://elibrary.ru)» [Электронный ресурс] : сайт. – Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>. - Контракт № 148 от 23.12.2020 г. Акт от 24.12.2020 г. срок действия по 31.12. 2021 г. доступ: <http://elibrary.ru/>

4. ЭБС «Издательство Лань». Контракт № 100 от 13.11.2020 г. Акт № 671 от 14.11.2020 г.; Срок действия по 13.11.2021 г. доступ: [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com), Контракт № 100 от 13.11.2020 г. Акт № Э 656 от 14.11.2020 г. ; Срок действия по 13.11.2021 г. доступ: [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com)

5. ЭБС ЭЧЗ «Библиотех». Государственный контракт № 019 от 22.02.2011 г. ООО «Библиотех». Лицензионное соглашение к Государственному контракту № 019 от 22.02.2011. Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/> Срок действия: бессрочный.

6. ЭБС «Рукопт» Контракт № 98 от 13.11.2020 г.; Акт № БК-5415 от 14.11.20 г. Срок действия по 13.11.2021г. доступ: <http://rucont.ru/>

7. ЭБС «Айбукс.ру/ibooks.ru» Контракт № 99 от 13.11.2020г.; Акт № 99А от 13.11.2020 г. Срок действия по 13.11.2021 г. доступа: <http://ibooks.ru>

8. ООО «Электронное издательство Юрайт». Контракт № 60 от 23.09.2020г. Акт приема-передачи № 3263 от 18.10.2020; Срок действия по 17.10. 2021 г. доступ: <https://urait.ru/>

9. Лицензионный контракт № 04-Е-0258 от 20.09.2021г. Акт приема-передачи № 5684 от 18.10.2021; Срок действия по 17.10. 2022 г. доступ: <https://urait.ru/>

10. ООО «ИВИС», контракт № 157 от 25. 12.2020 г.; Акт от 25.12.2020 г. Срок действия с 01.01.2021 по 31.12.2021 г. доступ: <http://dlib.eastview.com>

11. ООО «ИД «Гребенников», контракт № 147 от 23. 11.2020 г.; Акт от 25.12.2020 г. Срок действия с 01.01.2021 по 31.12.2021 г. доступ: <http://grebennikon.ru>

## VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Учебно-лабораторное оборудование:

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>Специальные помещения: Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации.</p>	<p>Аудитория оборудована специализированной учебной мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории: Ноутбук (AserAspirev3-5516 (AMDA10-4600M 2300 МГц)) (1 штука) с неограниченным доступом к сети Интернет, с неограниченным доступом к сети Интернет; Проектор Vivitek, экран ScreenVtdiaEcot- 3200*200MW 1:1, колонки, наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины.</p> <p>Учебная лаборатория: компьютеры для проведения практических работ (Системный блок AMDAthlon-64 X3 445 3100 МГц), Монитор LG F1742S (2 штуки), Монитор ViewSonic VA703b(24 штуки) с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации; проектор Sony XGA VPLSX535, экран ScreenVtdiaEcot- 3200*200MW 1:1</p>	<p>ОС Windows: DreamSpark Premium, Договор № 03-016-14 от 30.10.2014</p> <p>Microsoft Office: 0365ProPiusOpenStudents ShrdSvr ALNG subs VL NL I MthAcadmsStdnt w/Faculty (15000 лицензий)</p> <p>Kaspersky Endpoint Security для бизнеса- стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational License № 1B08-170221054045730177</p>
<p>Специальные помещения: компьютерный класс (учебная аудитория) для групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), организации самостоятельной работы, в том числе, научно-</p>	<p>Аудитория оборудована специализированной учебной мебелью, техническими средствами обучения: компьютеры (системный блок AMD Athlon 64 X2 DualCore 3600+ 1900 МГц (15 штук), Монитор LGFlatron L1742SE (14 штук), Монитор ViewSonic VG720) с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.</p>	<p>ОС Windows: DreamSpark Premium, Договор № 03-016-14 от 30.10.2014</p> <p>Microsoft Office: 0365ProPiusOpenStudents ShrdSvr ALNG subs VL NL I MthAcadmsStdnt w/Faculty (15000 лицензий)</p> <p>Kaspersky Endpoint Security для</p>

исследовательской	бизнеса- стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational License № 1B08-170221054045730177
-------------------	---

## 6.2. Программное обеспечение:

№	Наименование Программного продукта	Кол-во	Обоснование для пользования ПО	Дата выдачи лицензии	Срок действия права пользования
1.	Microsoft Office Professional Plus 2007 Russian Academic OPEN No Level	25	Номер Лицензии Microsoft 46211164 Гос.контракт № 03-162-09 от 01.12.2009	01.12.2009	бессрочно
2.	Microsoft Office Professional Plus 2007 Russian Academic OPEN No Level	10	Номер Лицензии Microsoft 42095516	27.04.2007	бессрочно
3.	Microsoft SQL Server 2012	1	Номер Лицензии Microsoft 65343111		бессрочно
4.	Microsoft Windows Server 2008 r2 Enterprise	1	Номер Лицензии Microsoft 49413875		бессрочно
5.	Microsoft® Windows® Professional 7 Russian Upgrade Academic OPEN No Level Promo	12	Номер Лицензии Microsoft 46211164 Гос.контракт № 03-162-09 от 01.12.2009	01.12.2009	бессрочно
6.	Microsoft® WinSL 8.1 Russian Academic OLP 1License NoLevel Legalization GetGenuine	130	Microsoft Invoice Number: 9564547610 ООО 'ИЦ 'Сиброн'	22.12.2014	бессрочно
7.	OpenOffice 4.1.3	Условия правообладателя	Условия использования по ссылке: <a href="https://www.openoffice.org/licenses/PDL.html">https://www.openoffice.org/licenses/PDL.html</a>	Условия правообладателя	бессрочно

## 6.3. Технические и электронные средства:

Методической концепцией преподавания предусмотрено использование технических и электронных средств обучения и контроля знаний студентов: мультимедийные презентации, фрагменты фильмов.

## VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы данной дисциплины используются различные образовательные технологии.

Проблемное обучение	Создание в учебной деятельности проблемных ситуаций и организация активной самостоятельной деятельности учащихся по их разрешению, в результате чего происходит творческое овладение знаниями, умениями, навыками, развиваются мыслительные способности
Разноуровневое обучение	У преподавателя появляется возможность помогать слабому, уделять внимание сильному, реализуется желание сильных учащихся быстрее и глубже продвигаться в образовании.

	Сильные учащиеся утверждают в своих способностях, слабые получают возможность испытывать учебный успех, повышается уровень мотивации ученья.
Проектные методы обучения	Работа по данной методике дает возможность развивать индивидуальные творческие способности учащихся, более осознанно подходить к профессиональному и социальному самоопределению
Исследовательские методы в обучении	Дает возможность учащимся самостоятельно пополнять свои знания, глубоко вникать в изучаемую проблему и предполагать пути ее решения, что важно при формировании мировоззрения. Это важно для определения индивидуальной траектории развития каждого обучающегося
Лекционно-семинарскозачетная система	Данная система дает возможность сконцентрировать материал в блоки и преподносить его как единое целое, а контроль проводить по предварительной подготовке обучающихся
Информационно-коммуникационные технологии	Изменение и неограниченное обогащение содержания образования, использование интегрированных курсов, доступ в ИНТЕРНЕТ.

#### Наименование тем занятий с использованием активных форм обучения:

№	Тема занятия	Вид занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	Кол-во часов
1	Обсуждение найденных или составленных практических задач на применение дифференциальных в робототехнике, экономике, физике, менеджменту и др.	Практика	Дискуссия	2
2	Обсуждение найденных или составленных практических задач оптимизации в робототехнике, экономике, физике, менеджменту и др.	Практика	Дискуссия	2
Итого часов				4

### VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

#### 8.1. Оценочные средства текущего контроля

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	УО, ПЗ, КР, тестирование	Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения, основные понятия и определения.	ПК-1
2.		Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка и основные методы их решения.	
3.		Тема 3. Дифференциальные уравнения порядка выше первого.	



4.	Тема 4. Системы однородных линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.
5.	Тема 5. Разностные уравнения
6.	Тема 6. Применение дифференциальных и разностных уравнений к экономике, физике, менеджменту и др.
7.	Тема 7. Линейное программирование.
8.	Тема 8. Численные методы оптимизации.
9.	Тема 9. Нелинейные методы оптимизации.

**8.1.1. Оценочные средства для входного контроля** (могут быть в виде тестов с закрытыми или открытыми вопросами).

**Входной тест по дифференциальным уравнениям. Вариант 2**

Найти производные:

1.  $(5x^3 - 6x + 7 - 3/x + 2\sqrt{x})'$

2.  $(\sqrt{y^3})'$

3.  $(t \cdot x(t))'$

4.  $(\cos^2 3x)'$

5.  $\left( \frac{1}{\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}} \right)'$

6.  $(x \cdot \ln x)'$

7.  $\left( \frac{x^2}{2^x} \right)'$

Найти дифференциалы функций:

8.  $y = 3 + 1/x^2 + \sin x + \ln x$

9.  $x = \operatorname{ctg} t$

Найти интегралы:

10.  $\int (5x^3 - 6x + 7 - \frac{3}{x} + 2\sqrt{x}) dx$

11.  $\int \frac{4z - 1}{2z^2 - z + 7} dz$

12.  $\int \frac{x}{x+1} dx$

13.  $\int \frac{dy}{\sqrt[3]{y^2}}$

14.  $\int \frac{dz}{\sqrt{4 - z^2}}$

15.  $\int \cos^2 x dx$

16.  $\int \frac{dy}{y^2 + 2y}$

17.  $\int_0^2 e^{-2t} dt$

18.  $\int x \sin x dx$

$$19. \int x^2 \sin x dx$$

$$20. \int \cos x e^{-x} dx$$

Определить, какие уравнения являются дифференциальными

a)  $x\sqrt{y'} = y^3(x+y)$

b)  $(x^2 + e^x)y' = xy + y^2 \cos x$

c)  $xy^2 = 2xy + 3$

d)  $(x^2 + xy + 5y^2)dy + (3xy + y^2)dx = 0$

e)  $\frac{d(e^{-x})}{dx} + y + 2x = 0$

### Входной тест по методам оптимизации. Вариант 1.

1. Решить систему уравнений тремя способами (матричным, Крамера, Гаусса)

$$x - y + 2z = 1$$

$$x - 2y - z = 2$$

$$3x - y + 5z = 3$$

2. Решить систему уравнений графически и аналитически:

$$3x - 4y - 29 = 0$$

$$2x + 5y + 19 = 0$$

3. Найти минимумы или максимумы функций

$$f = x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 6z$$

$$f = x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 6z$$

$$f = \sin(x)$$

### 8.1.2. Оценочные средства текущего контроля

#### 11.2.1. Таблица видов контроля

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
2.	Тест 1	Раздел 1. Темы 1,2	ПК-1
3.	Тест 2	Раздел 1. Темы 3,4	ПК-1
4	Контрольная 1	Раздел 1. Тема 5	ПК-1
5	Расчетно-графическая работа 1	Раздел 7	ПК-1
6	Тест-3	Раздел 7	ПК-1
6	Контрольная 2	Раздел 8	ПК-1

11.2.2 Примерное содержание теста №2 для текущего контроля по 1 и 2 темам курса, который позволяет выявить сформированность части компетенций: ОПК-2, ОПК-3.

### Тест 1. Вариант 1.

<p><b>Задание 1.</b> Определите тип каждого из данных уравнений:</p> <p>1) <math>y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}</math>;</p> <p>2) <math>y' + y - xy^2 = 0</math>;</p> <p>3) <math>x(y^2 - 4)dx + y dy = 0</math>;</p> <p>4) <math>y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x</math>.</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p>уравнение с разделяющимися переменными;</p> <p>однородное уравнение первого порядка;</p> <p>линейное уравнение первого порядка;</p> <p>уравнение Бернулли.</p>
--	---

<p><b>Задание 2.</b> Сопоставьте уравнения второго порядка и способы их решения.</p> <p>1) <math>2x^2y'' - (y')^2 = 0</math>;</p> <p>2) <math>y'' = 2\sin x \cos^2 x - \sin^3 x</math>;</p> <p>3) <math>3yy' - 7y'' = 0</math>.</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p>последовательное интегрирование обеих частей уравнения;</p> <p>подстановка <math>y' = z(x)</math>, <math>y'' = z'(x)</math>;</p> <p>подстановка <math>y' = p(y)</math>, <math>y'' = p \frac{dp}{dy}</math>.</p>
<p><b>Задание 3.</b> Укажите функцию, являющуюся решением уравнения</p> $y \, dy = \frac{dx}{2(x+1)}.$	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p><input type="radio"/> <math>y = e^x</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = 2</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = \frac{1}{x+1}</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = \sqrt{\ln(x+1)}</math>.</p>
<p><b>Задание 4.</b> Решениями уравнения <math>y'' = 2(x+1) + e^x</math> являются функции ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b> (укажите два ответа)</p> <p><input type="radio"/> <math>y = \frac{(x+1)^3}{3} + e^x + C_1x + C_2</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = (x+1)^3 + e^x + C_1x + C_2</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = x^3 + x^2 + e^x + C_1x + C_2</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = \frac{x^3}{3} + x^2 + e^x + C_1x + C_2</math>.</p>
<p><b>Задание 5.</b> Среди перечисленных задач «задачей Коши» является ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p><input type="radio"/> <math>xyy' = 1 - x^2</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y \, dx + \operatorname{ctg} x \, dy = 0</math>, <math>y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>y' = 3y - 1</math>;</p> <p><input type="radio"/> <math>(y'')^2 + (y')^2 = 1</math>, <math>y(0) = 1</math>, <math>y(1) = 2</math>.</p>
<p><b>Задание 6.</b> Функция <math>y = C(x+1)</math> является решением уравнения <math>y' + 2 = 0</math>, если <math>C</math> принимает значение ...</p>	<p>Укажите ответ</p>
<p><b>Задание 7.</b> Решите задачу Коши</p> $\begin{cases} xy' - 6y = x, \\ y(1) = \frac{1}{6}, \end{cases}$ <p>и в ответе укажите значение <math>y(0)</math>.</p>	<p>Укажите ответ</p>
<p><b>Задание 8.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}</math>.</p>	<p>Запишите полное решение</p>
<p><b>Задание 9.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y' + \frac{y}{x} = x^2y^4</math>.</p>	<p>Запишите полное решение</p>
<p><b>Задание 10.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y' + 2xy' = 1 + y^2</math>.</p>	<p>Запишите полное решение</p>

11.2.2 Примерное содержание теста №2 для текущего контроля по 3 и 4 темам курса, который позволяет выявить сформированность части компетенций: ОПК-2, ОПК-3.

### Тест 2. Вариант 1.

<p><b>Задание 1.</b> Укажите уравнения, решения которых можно найти с помощью метода вариации произвольных постоянных.</p>	<p><b>Варианты ответов:</b> (укажите не менее двух ответов)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <math>y'' - 4y' + 3y = e^{5x}</math>;</li> <li>○ <math>y'' - 9y' + 20y = x^2 \cos x</math>;</li> <li>○ <math>2y'' - y + 1 = 0</math>;</li> <li>○ <math>y'' + y = 0</math>.</li> </ul>
<p><b>Задание 2.</b> Фундаментальная система решений уравнения <math>y'' + 4y' + 20y = 0</math> имеет вид ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <math>y_1 = \cos 4x, y_2 = \sin 4x</math>;</li> <li>○ <math>y_1 = e^{-2x}, y_2 = e^{2x}</math>;</li> <li>○ <math>y_1 = e^{-2x} \cos 4x, y_2 = e^{-2x} \sin 4x</math>;</li> <li>○ <math>y_1 = e^{-2x}, y_2 = 1</math>.</li> </ul>
<p><b>Задание 3.</b> Дано дифференциальное уравнение третьего порядка <math>y''' + y'' - 2y' = 0</math>. Корнями его характеристического уравнения являются ...</p>	<p><b>Укажите ответы:</b></p> <p><math>\lambda_1 =</math> ;  <math>\lambda_2 =</math> ;  <math>\lambda_3 =</math> .</p>
<p><b>Задание 4.</b> Укажите вид частного решения неоднородного дифференциального уравнения <math>y'' + 6y' = 5x</math>.</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <math>y = (Ax + B)x</math>;</li> <li>○ <math>y = (Ax + B)e^{\frac{2}{3}x}</math>;</li> <li>○ <math>y = Ax + B</math>;</li> <li>○ <math>y = Ax</math>.</li> </ul>
<p><b>Задание 5.</b> Сопоставьте типы уравнений и их возможные решения:  1) линейное уравнение первого порядка;  2) линейное однородное уравнение второго порядка;  3) линейное неоднородное уравнение второго порядка;  4) линейное неоднородное уравнение третьего порядка.</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p><math>y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x} + 2e^{3x}</math>;</p> <p><math>y = (C_1 + C_2 x)e^x</math>;</p> <p><math>y = x + C_1 e^{-x}</math>;</p> <p><math>y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{-x} + x^2</math>.</p>
<p><b>Задание 6.</b> Функция <math>y = e^{2x}</math> является решением дифференциального уравнения <math>y'' - Cy' + 2y = 0</math>, если <math>C</math> принимает значение ...</p>	<p>Укажите ответ</p>
<p><b>Задание 7.</b> По методу вариации произвольных постоянных частное решение неоднородного уравнения <math>y'' - y' - 6y = xe^x</math> следует искать в виде ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <math>y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-3x}</math>;</li> <li>○ <math>y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-2x}</math>;</li> <li>○ <math>y = e^{-2x}[C_1(x) + xC_2(x)]</math>;</li> <li>○ <math>y = e^{3x}[C_1(x)\cos x + C_2(x)\sin x]</math>.</li> </ul>
<p><b>Задание 8.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y'' + 4y' + 20y = 0</math>, <math>y(0) = 1, y'(0) = 2</math>.</p>	<p>Запишите полное решение</p>
<p><b>Задание 9.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y'' - y = e^{2x}</math>.</p>	<p>Запишите полное решение</p>
<p><b>Задание 10.</b> Решите систему дифференциальных уравнений</p> $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 5x + 6y. \end{cases}$	<p>Запишите полное решение</p>

11.2.3. Примерное содержание варианта контрольной работы для текущего контроля по теме 5 курса, которая позволяет выявить сформированность компетенций: ОПК-2, ОПК-3.

### Контрольная работа 1. Вариант 1

Решить уравнение

$$x_{k+2} = 2x_{k+1} - 2x_k \text{ при } x_1 = 2, x_2 = 2.$$

Для последовательности  $\{y_k\}$ , удовлетворяющей рекуррентному уравнению  $y_{k+1} = 4y_k - 9k^2 + 5$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$  и условию  $y_0 = 0$ , вычислите величину  $y_{16}/y_{10}$ .

Укажите все возможные значения дроби  $y_6/y_9$  для всех решений рекуррентного уравнения  $y_{k+2} + 3y_{k+1} + 9y_k = 0$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$ , для которых она определена.

Решите уравнение  $y_{k+3} - 2y_{k+1} - 4y_k = 5 \cdot 3^k + 2^{k+1}(20k + 14)$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$

11.2.4 Примерное содержание лабораторной работы-1 для текущего контроля по 7 теме курса, которая позволяет выявить сформированность части компетенций: ОПК-2, ОПК-3.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ-1 ПО ЛИНЕЙНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ

1. Построить математическую модель задачи.
2. Решить ее с помощью пакета Solver Ms Excel
3. По отчету по устойчивости провести пост-оптимальный анализ задачи и ответить на вопросы, если есть.

В больницу требуются сиделки. Минимальное количество сиделок, необходимых в каждый временной период, указано в таблице:

Период	Время дежурства	Мин. кол-во сиделок
1	6:00-10:00	60
2	10:00-14:00	70
3	14:00-18:00	60
4	18:00-22:00	50
5	22:00-2:00	20
6	2:00-6:00	30

Сиделки приходят в больничные палаты в начале каждого периода и работают 8 часов подряд.

А В больнице хотят определить минимальное количество сиделок, которых нужно нанять, чтобы в каждый временной период было достаточно сиделок, готовых работать. Есть ли в задаче альтернативные решения?

В. Найдите оптимальное решение, при котором в ночную смену (с 2ч) выходит минимальное (максимальное) количество сиделок.

С. Можно ли указать оптимальное решение, при котором в 2 часа выйдет на

работу 31 сиделка?

D. На сколько больше сиделок нам понадобится нанять, по сравнению с решением п. А, если в четвертый период нам понадобятся не 50, а 60 сиделок? 65 сиделок?

Грузовая компания готова потратить 400 000\$ на покупку грузовиков трех типов. Грузовик типа А имеет полезную площадь на 10 т, и его средняя скорость равна 35 милям в час. Один грузовик типа А стоит 8 000\$. Грузовик типа В имеет полезную площадь на 20 т, его средняя скорость равна 30 м/ч, и стоит он 13 000\$. Грузовик типа С является модификацией типа В: в нем выделено спящее место, где один из водителей может спать, что сократило полезную мощность до 18 т и подняло цену до 15 000\$.

Для управления грузовиком типа А нужен один водитель, и если работать в 3 смены, грузовик в среднем может находиться в пути 18 ч в день. Для грузовиков типов В и С требуется по два водителя одновременно, но, в то время как В может находиться в пути 18 ч в день в 3 смены, С может находиться в пути 21 ч в день также в 3 смены. Один водитель может работать не более одной смены в день. Компания располагает 150 водителями в день, и не может себе позволить нанять больше. Парк компании не может вместить более 30 новых грузовиков.

A. Определить, сколько грузовиков каждого типа нужно купить, чтобы максимизировать свою мощность в тоннах-милях в день.

B. Для того, чтобы максимизировать свою мощность в тоннах-милях в день, что лучше сделать компании: нанять нового водителя или увеличить парк компании?

C. Сколько компания может потратить на постройку дополнительного паркинга, если она решит приобрести еще 20 грузовиков? 30 грузовиков?

Компания ABC продает и покупает зерно за наличные. Она владеет складом, вмещающим 5 000 бушелей. На 1 января компания имела начальный запас в 1000 бушелей зерна, и 20 000\$ наличными. Предполагаемая цена зерна на следующий квартал указана в таблице:

	Закупочная цена	Отпускная цена
Январь	2,85	3,10
Февраль	3,05	3,25
Март	2,90	2,95

Зерно доставляется в том же месяце, в каком оно было куплено, и не продается до следующего месяца. И покупка, и продажа осуществляется по принципу: “наличные при доставке”. Компания хотела бы иметь на складе 2000 бушелей зерна к концу квартала.

A. Какая политика покупки и продажи принесет максимальный доход в следующие 3 месяца? Получит ли компания при этом прибыль? Почему?

B. Что изменится, если закупочная цена января станет 3\$/бушель?

C. В каком месяце компании будет наиболее выгоден рост отпускных цен зерна и на сколько?

D. На сколько возрастет максимальный доход, если к концу планируемого периода будет необходимо иметь на складе лишь 1000 бушелей зерна?

Очистительный завод располагает 4 типами сырья, которое нужно подвергнуть обработке, чтобы получить 4 продукта: бензин, отопительное масло, самолетное топливо и машинное масло. Существуют ограничения на потребности в продукции (сколько можно продать) и на наличие сырья. Первые три вида топлива расходуются в топливном цехе, а четвертый вид – в топливном цехе и в цехе производства

машинного масла. Доходы, расходы, выход продукции, количество сырья и максимальная потребность в продукции на рынке отражены в таблице:

		Сырье 1	Сырье 2	Сырье 3	Сырье 4 топл. цех	Сырье 4 маш. масло	Цена прод.	Макс. погр.
Выход продукции (млрд. т продукции на млрд. т сырья)	Бензин	0,6	0,5	0,3	0,4	0,4	45\$/млрд. т	170000
	Отопит. масло	0,2	0,2	0,3	0,3	0,1	30\$/млрд. т	85000
	Самолет. топливо	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	15\$/млрд. т	85000
	Машин. масло	0	0	0	0	0,2	60\$/млрд. т	20000
	Другое*	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1		
Цена сырья (\$/млрд.т)		15	15	15	25	25		
Ст-ть пр-ва (\$/млрд.т)		5	8,5	7,5	3	2,5		
Сырья в наличии (бочек в неделю)		100 тыс.	100 тыс.	100 тыс.	200 тыс.			

Постройте адекватную математическую модель и решите задачу с целью максимизации прибыли.

Если потребности населения в бензине возрастут на 5000 млрд. тонн, на сколько изменится прибыль?

Если потребности населения в отопительном масле возрастут на 5000 млрд. тонн, на сколько изменится прибыль?

**Что изменится, если стоимость обработки сырья 1 возрастет на 5 \$/млрд.т?**

Компания продает два продукта, которые она либо покупает у другой компании, либо производит на собственном заводе, либо комбинирует тот и другой вариант. Стоимость покупки и производства для компании и темпы производства указаны в таблице:

	Продукт А	Продукт В
Производство	\$ 1,00/шт.	\$ 1,70/шт.
Покупка	\$ 1,20/шт.	\$ 1,50/шт.
Темп производства	3 шт./ч	5 шт./ч

Компания должна иметь по крайней мере 100 шт. А и 200 шт. В каждую неделю. Производственное время равно 40 ч в неделю, и простой обходится компании в 2,50 \$ в час. Каждую неделю может быть произведено не более 60 шт. А и не более 120 шт. В. Кроме того, каждую неделю может быть куплено не более 130 шт. В.

А. Определите, как действовать компании, чтобы минимизировать недельные суммарные расходы. Определите время простоя для оптимального плана работы.

В. Что изменится, если компания увеличит производственное время на 2 часа?

С. На сколько увеличатся расходы, если стоимость производства единицы продукта А возрастет на 0,5\$?

Д. На сколько должна уменьшиться закупочная цена продукта В, чтобы

этого продукта стало выгоднее покупать больше, чем производить?

Компания хочет вложить в ценные бумаги миллион долларов. Финансовый отдел представил следующие данные относительно доходности и фактора риска ( $\beta$  – фактора) для следующих ценных бумаг:

Категория вклада	Предполагаемый годовой доход	Фактор риска ( $\beta$ – фактор)
Акции типа А	5	1
Акции типа В	8	1,6
Корпоративные облигации	10	0,5
Правительственные облигации	8	0
Сертификаты сберегательного банка	6	0

Предполагается, что доходность и фактор риска не изменятся в планируемые сроки вкладов. Существуют следующие ограничения:

Вклады в правительственные облигации и сертификаты сбербанка не должны превышать 50% от общей суммы.

Вклады в акции не должны превышать 40% от общей суммы.

$\beta$  – фактор портфеля инвестиций должен быть меньше или равен 1 (риск, помноженный на сумму вклада в каждую категорию инвестиций, деленный на общую сумму инвестиций, не должен превышать 1).

A. Сформулируйте задачу как задачу линейного программирования и решите ее в пакете Excel. Каким будет фактор риска для оптимального портфеля инвестиций?

B. Какие ценные бумаги в данной задаче не рентабельны и почему? На сколько должна увеличиться их доходность, чтобы стало выгодно вкладывать средства в эти ценные бумаги?

C. Что изменится, если будет снято условие вкладывать в правительственные облигации и сертификаты сбербанка не более 50% от общей суммы?

D. На сколько увеличится доход, если увеличить сумму вклада на 5000000?

E. Увеличится ли доходность, если максимальный фактор риска портфеля инвестиций увеличить?

Очистительный завод располагает 4 типами сырья, которое нужно подвергнуть обработке, чтобы получить 4 продукта: бензин, отопительное масло, самолетное топливо и машинное масло. Существуют ограничения на потребности в продукции (сколько необходимо выбросить на рынок) и на наличие сырья. Первые три вида топлива расходуются в топливном цехе, а четвертый вид – в топливном цехе и в цехе производства машинного масла. Доходы, расходы, выход продукции, количество сырья и минимальная потребность в продукции на рынке отражены в таблице:

		Сырье 1	Сырье 2	Сырье 3	Сырье 4 топл. цех	Сырье 4 маш. масло	Цена прод.	Мин. потр.
Выход продукции (млрд. т продукции на млрд. т сырья)	Бензин	0,6	0,5	0,3	0,4	0,4	45\$/ млрд. т	170000
	Отопит. масло	0,2	0,2	0,3	0,3	0,1	30\$/ млрд. т	85000
	Самолет. топливо	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	15\$/ млрд. т	85000
	Машин.	0	0	0	0	0,2	60\$/	20000



	масло						млрд. т
	Другое*	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	
Цена сырья	(\$/млрд.т)	15	15	15	25	25	
Ст-ть пр-ва	(\$/млрд.т)	5	8,5	7,5	3	2,5	
Сырья в наличии (бочек в неделю)		100 тыс.	100 тыс.	100 тыс.	200 тыс.		

А. Постройте адекватную математическую модель и решите задачу с целью минимизировать расходы производства.

В. Если потребности населения в бензине возрастут на 5000 млрд. тонн, на сколько изменится прибыль?

С. Если потребности населения в отопительном масле возрастут на 5000 млрд. тонн, на сколько изменится прибыль?

Д. Что изменится, если стоимость обработки (стоимость производства) сырья 1 возрастет на 5 \$/млрд.т?

Два продукта, А и В, производятся посредством двух химических операций. Каждый килограмм продукта А требует 2 ч обработки посредством химической операции 1, и 3 ч – посредством химической операции 2. Каждый килограмм продукта В требует 3 ч обработки посредством химической операции 1, и 4 ч – посредством химической операции 2. Обработка операцией 1 может проводиться 16 ч в сутки, операцией 2 – 24 ч в сутки. Производство продукта В также ведет к получению побочного продукта С без дополнительных денежных затрат. Хотя до 5 кг побочного продукта может быть продано, и принести доход, количество сверх этого должно быть уничтожено. Продукт А продается по 4 \$/кг, продукт В – по 10 \$/кг. Продукт С может быть продан по 3 \$/кг, но если он не может быть продан, его уничтожение обходится в 2 \$/кг. В процессе производства получается 2 кг С на каждый кг В.

А. Определить, сколько продукции А и В надо производить, чтобы получить максимальный доход. Придется ли при этом уничтожать продукцию С?

В. Если станет возможным продавать на килограмм больше побочной продукции С, на сколько это увеличит доход?

С. Как повлияет на доход увеличение времени работы цеха по обработке продуктов А и В посредством химической операции 1 на полчаса? На час?

Д. Что изменится, если продавать продукт А по 3,9 \$/кг?

Компания хочет вложить в ценные бумаги миллион долларов. Финансовый отдел представил следующие данные относительно доходности и фактора риска ( $\beta$  – фактора) для следующих ценных бумаг:

Категория вклада	Предполагаемый годичный доход	Фактор риска ( $\beta$ – фактор)
Акции типа А	5	1
Акции типа В	8	1,6
Корпоративные облигации	10	0,5
Правительственные облигации	8	0
Сертификаты сберегательного банка	6	0

Предполагается, что доходность и фактор риска не изменятся в планируемые

сроки вкладов. Существуют следующие ограничения:

Вклады в облигации не должны превышать 50% от общей суммы.

Вклады в акции не должны превышать 40% от общей суммы.

$\beta$  – фактор портфеля инвестиций должен быть меньше или равен 1 (риск, помноженный на сумму вклада в каждую категорию инвестиций, деленный на общую сумму инвестиций, не должен превышать 1).

А. Сформулируйте задачу как задачу линейного программирования и решите ее в пакете Excel. Каким будет фактор риска для оптимального портфеля инвестиций?

В. Какие ценные бумаги в данной задаче не рентабельны и почему? На сколько должна увеличиться их доходность, чтобы стало выгодно вкладывать средства в эти ценные бумаги?

С. Увеличится ли доходность, если максимальный фактор риска портфеля инвестиций увеличить?

Д. Что лучше: увеличить процент вложений в акции или в облигации?

Е. На сколько увеличится доход, если увеличить сумму вклада на 5000000?

Нужно разработать план производства определенного товара на следующие 4 недели. Стоимость производства единицы продукции равна 10 \$ в первые две недели и 15 \$ в последующие две недели. Потребность в продукции по неделям распределяется так: 300 ед. – в первую неделю, 700 – во вторую неделю, 900 и 800 – в третью и четвертую недели соответственно, и эту потребность необходимо удовлетворить. Максимально завод может произвести 700 ед. продукции в неделю. Однако, завод сможет работать дополнительное время в течение третьей и четвертой недели. Это повысит недельную производительность на 200 ед., но стоимость производства возрастет на 5 \$ за единицу продукции. Избыток продукции может храниться за 3 \$ в неделю за единицу продукции.

А. Как следует спланировать производство, чтобы минимизировать суммарные расходы?

В. Что изменится, если потребности в продукции на четвертой неделе возрастут до 900 ед?

С. На сколько компания может себе позволить снизить расценки за доп. время работы, не уменьшая свой доход?

Мастерская производит стандартные детали для продажи местному автомобильному заводу. Так как потребность в этой продукции велика, все собранные детали могут быть проданы за 188 \$/шт. Три основных компонента: С1, С2 и С3, которые требуются для сборки каждой детали, мастерская либо покупает, либо производит у себя. При производстве компонентов и сборке деталей, существуют следующие требования на использование рабочей силы и машинного времени:

	Рабочая сила (чел-час/шт)	Машинное время (мин/шт)	
		М1	М2
Сборка деталей	7	35	25
Производство С1	0,3	10	8
Производство С2	0,5	15	20
Производство С3	1	13	12

Мастерская располагает 1000 человеко-часов по 4 \$/ч, а также 80 часами машинного времени для машины M1 и 100 часами – для машины M2. Цены компонентов за штуку при покупке и при производстве (не учитывая расходы на раб. силу) даны в таблице:

	C1	C2	C3
Покупка	37 \$	53 \$	45 \$
Производство	29\$	40 \$	30 \$

A. Определите план работы мастерской, максимизирующий суммарную прибыль.

B. Какой ресурс является дефицитным?

C. На сколько можно уменьшить ресурс человеко-часов и часов машинного времени для производства машины M1, чтобы сохранить план производства (ассортимент)?

D. На сколько увеличится доход, если цена на собранные детали станет 190\$, 195\$?

Господин Б. желает вложить 60000 в депозитные сертификаты, в государственную инвестиционную компанию и в нефтедобывающую компанию. При этом депозитные сертификаты приносят 6% годовых, инвестиционная компания гарантирует 3% годовых, но при благоприятном стечении обстоятельств может выплатить вкладчикам и 10%. Вложения в нефтедобывающую промышленность могут принести 100% годовых, но могут и кануть в Лету (это означает не нулевой доход, а потерю всех инвестиций, т.е. доходность равна минус 100%).

A. Как ему лучше распределить свой капитал между тремя компаниями, если 1) господин Б. намерен вложить все 60000; 2) он желает получить в конце года не менее 40000; 3) в депозитные сертификаты он хочет вложить не менее 20000, в нефтедобывающую компанию – не более 30000? Предположите, что наиболее благоприятный и наименее благоприятный исходы равновероятны как для инвестиционной компании, так и для нефтедобывающей промышленности.

B. Вычислите, какой максимальный доход господин Б. может получить при самом благоприятном стечении обстоятельств. При самом неблагоприятном?

C. Может ли г-н Б. получить больший доход, если снимет требование вкладывать в депозитные сертификаты не менее 20000?

D. На сколько увеличится его доход, если всего инвестировать в ценные бумаги 70000 вместо 60000?

Компании необходимо доставить в Нью-Йорк контейнеры двух типов – одни площадью в 8 кв. футов (2 фута на 4 фута), другие -- площадью 4 кв. фута (2 фута на 2 фута), одинаковой высоты в 30 дюймов. Через двое суток туда отходит пароход Queen Mary, грузовой отсек которого имеет свободную грузовую площадь 1200 кв. футов при высоте в 30 дюймов.

Аренда 1 кв. фута грузового отсека парохода обходится в 10\$. Так как доход компании от продажи содержимого одного 8-футового контейнера в Нью-Йорке составит 160\$, а одного 4-х футового контейнера – 100\$, то чистая прибыль при перевозке 1 контейнера каждого типа составит соответственно 80 и 60 долларов.

На погрузку одного 8-футового контейнера уходит 12 мин или 0,2 часа, на

погрузку одного 4-футового контейнера уходит 24 мин или 0,4 часа. Предположим, что всего на погрузку осталось 48 часов.

На складе компании в гавани порта уже имеются соответственно 140 и 100 контейнеров каждого типа, и при необходимости можно подвезти еще.

А. Каков оптимальный план погрузки при имеющихся данных? Стоит ли подвезти еще контейнеры для погрузки и в каких количествах?

В. Укажите теневою цену для ограничения на площадь загрузки и условия сохранения оптимального плана  $x^*$  при изменении ограничения на этот ресурс. Объясните, почему теневою цену в данном случае не удастся разумно интерпретировать (посмотрите, например, что произойдет с оптимальным планом, если увеличить этот ресурс на 1 ед.).

С. Пусть цена за аренду 1 кв. фута грузовой площади поднялась на 2\$ и составила 12\$. Покажите, что при этом решение не изменится. Как при этом изменится целевая функция? Теневые цены для ограничения на площадь погрузки?

Д. Допустим еще одна компания заинтересована в срочной доставке в Нью-Йорк своего груза. Поэтому, она хочет купить у нашей компании право на использование половины свободной грузовой площади Queen Mary. За какую цену компании выгодно согласиться «продать» им эту грузовую площадь.

Небольшое предприятие по производству безалкогольных напитков производит два типа коктейлей: малиновый и вишневый. Они продаются в бочонках емкостью 1 кварта (0,946 л) каждый. Для производства 1 кварты малинового коктейля используется 0,2 кварты малинового концентрата; 0,15 кварты вишневого концентрата и 0,65 кварты воды. Для производства 1 кварты вишневого коктейля используется 0,25 кварты вишневого концентрата и 0,75 кварты воды. На настоящий момент предприятие располагает возможностью приобрести не более 1000 галлонов (1 галлон = 4 квартам) малинового концентрата по цене 0,5\$ за кварту и 4000 галлонов вишневого концентрата по цене 0,3\$ за кварту. Воду можно приобрести в неограниченном количестве по цене 0,02\$ за кварту. Предприятие уже имеет контракты на покупку у него 10000 кварт вишневого и 8000 малинового коктейлей и при желании сможет продать и больше, однако, производственные мощности предприятия ограничены, и оно не может производить более чем 50000 кварт в сумме. Одна кварта вишневого коктейля стоит 55 центов, малинового – 72 цента.

А. Найдите оптимальный план производства коктейлей, максимизирующий чистый доход.

В. Сколько предприятие согласно платить за дополнительную кварту малинового концентрата? Вишневого концентрата?

Американская нефтеперерабатывающая компания (АНПК) покупает нефть у трех нефтедобывающих концернов, монополизировавших добычу нефти соответственно на Тихоокеанских платформах, в Мексиканском заливе и на Среднем Востоке. Доступное количество нефти от каждого добытчика, октановое число каждого типа сырья и их покупная цена за баррель приведены в таблице

	Октановое число	Цена за баррель	Доступный запас нефти
Тихий океан	85	14,28\$	3000 барреля
Мексиканский залив	87	15,12\$	2000 барреля
Средний Восток	95	19,74\$	8000 баррелей

Компания производит из этого сырья 2 типа бензина: обычный и высшего качества. Для обычного бензина октановое число должно быть не менее 87, а чтобы

бензин был признан бензином высшего качества, его октановое число должно быть не менее 91.

Компания уже имеет заказы на поставку 200000 галлонов (1 баррель = 42 галлонам) обычного бензина и 100000 галлонов бензина высшего качества, в то время как производственные мощности компании не позволяют произвести более 400000 галлонов бензина в сумме. Обычный бензин продается по цене 0,52\$ галлон, бензин высшего качества – по цене 0,6\$ галлон.

А. Найти оптимальный план производства бензина. Укажите, какое при этом получается содержание октана в бензине обычного и высшего качества.

В. Пусть компания может нарастить свои производственные мощности еще на 50000 галлонов, что обойдется ей в 5000, стоит ли ей это делать?

С. Допустим также, что концерн, распоряжающийся нефтедобычей на Среднем Востоке, находится в кризисе и ему срочно нужны деньги. Он предлагает АНПК продать все имеющиеся в наличие запасы в 8000 баррелей нефти по цене 16,8 за баррель. Подсчитайте, сколько Средне-Восточный нефтяной концерн получает от АНПК наличных при текущем уровне закупок на оптимальном плане, и сколько бы он имел, если бы ему удалось продать АНПК все свои запасы, как он предлагает. Выгодно ли АНПК такое предложение?

Компания Golden Electronics производит несколько продуктов, включая 45-дюймовые GE45 и 60-дюймовые GE60 телевизоры. Прибыль от продажи каждого телевизора GE45 составляет 50 \$, GE60- 75\$. Каждую рабочую смену Golden располагает 300 чел-час в производственном цехе и 240 чел-час в сборочном цехе для производства телевизоров. На каждый телевизор марки GE45 требуется 2 чел-часа в производственном цехе и 1 чел-час в сборочном цехе. В то время как на каждый телевизор марки GE60 требуется 2 чел-часа в производственном цехе и 3 чел-часа в сборочном цехе.

А. Какой уровень производства GE45 и GE60 телевизоров принесет оптимальную прибыль за смену?

В. Каковы теневые цены для дополнительных сборочных часов? Объясните.

С. Изменилось бы оптимальное решение, если единица прибыли GE60 телевизоров возросла бы до а)135\$ б).300\$?

Д. Предположим, что компания Golden Electronics решила проводить еще и тестирование своих телевизоров. На обследование 1 телевизора модели GE45 уходит 30 минут, на 1 телевизор модели GE60 уходит 45 минут. Переформулируйте задачу и решите ее при условии, что на тестирование компания может выделить только 80 часов в смену.

Е. Найдите оптимальное решение п. Д, на котором производится а)максимальное количество телевизоров GE45; б) максимальное количество телевизоров GE60.

Ф. Найдите оптимальное решение п. Д, на котором производится а) ровно в три раза больше телевизоров GE45, чем телевизоров GE60; б) ровно в три раза больше телевизоров GE60, чем телевизоров GE45.

(рекомендуется решить графически)

Пенсионер К. ест на завтрак хлопья с молоком. Он любит смешивать несколько видов хлопьев, чтобы улучшить вкус блюда. В таблице приведено количество витаминов А,В6,С, D и железа в процентах от рекомендованной дневной нормы (РДН) в одной унции хлопьев с пол стаканом молока, а также содержание сахара в граммах в каждом виде хлопьев.

	MC	GN	P19	FB	
A		30	30	20	20

C	25	2	100	25
D	25	25	25	25
B6	25	25	100	25
Железо	45	45	100	25
Сахар (г)	12	9	9	15

Диетолог рекомендует, чтобы с завтраком пенсионер получал не менее 50% от РДН всех витаминов и железа. Сам пенсионер хочет, чтобы каждого вида хлопьев в завтраке было не менее 10% от смеси. Кроме того, пенсионер страдает диабетом, поэтому содержание сахара в смеси должно быть минимальным.

А. Найдите оптимальную смесь хлопьев, которая обеспечивала бы минимальное содержание сахара. Сколько тогда унций хлопьев пенсионер будет съедать на завтрак? Сколько при этом ему потребуется молока?

В. Убедитесь, что если пенсионер снимет требование, что все хлопья должны содержаться в смеси на уровне не менее 10%, хлопья FВ не войдут в смесь. Почему это произойдет?

С. Какие витамины и микроэлементы являются дефицитными в смеси, а каких – в избытке? Что из них в наибольшем дефиците?

Д. Оказалось, что сахара в МС не 12, а 13 г. Будет ли по-прежнему найденное содержание этих хлопьев в смеси оптимальным?

Моторная компания Шермана производит две модели грузовиков на одном предприятии. Производство разбито на 4 цеха: металлозаготовка, сборка двигателя, сборка модели 101 и сборка модели 102. Месячная мощность производства в каждом цеху ограничена следующим количеством, если считать, что каждый цех все свое время посвящает выпуску одной модели:

Цех	Месячная мощность		производства
	Модель 101	Модель 102	
Металлозаготовка	2 500	3 500	
Сборка двигателя	3 333	1 667	
Сборка модели	2 250	--	
101			
Сборка модели	--	1 500	
102			

Цеха могут производить заготовки и для обеих моделей. (Если считать работу цеха за единицу, то доля мощности цеха, требуемая на производство одного грузовика модели 101, помноженная на их количество, плюс доля мощности цеха, требуемая на производство одного грузовика модели 102, помноженная на их количество, не должна превышать 1.) Стоимость производства каждой модели дана в таблице:

Расходы	Модель 101	Модель 102
Материалы	1 200	1 000
Рабочая сила	200	225
Дополнительно	400	425
Рыночная цена	2 100	2 000

модели

Определить, какой план производства будет наиболее выгодным. Какую максимальную цену Шерман может себе позволить заплатить на накладные расходы и расходы на рабочую силу другой компании за покупку дополнительного двигателя, если решит их покупать?

11.2.2 Примерное содержание теста №3 для текущего контроля по теме 7 курса, который позволяет выявить сформированность части компетенций: ОПК-2, ОПК-3.

### ТЕСТ-3 Линейное программирование

#### Вариант 1.

Верны ли следующие утверждения (да / нет) ?

В случае несогласия с каким-либо утверждением дайте его правильную формулировку

1. Задача  $\langle c, x \rangle \rightarrow \min, Ax = b, x \geq 0$  называется канонической задачей ЛП.
2. В стандартной задаче ЛП дефицитному ресурсу соответствует активное ограничение.
3. В паре двойственных задач ЛП  
 $\langle b, y \rangle \rightarrow \min, A^T y \geq c, y \geq 0,$   
 $\langle c, x \rangle \rightarrow \max, Ax \leq b, x \geq 0$   
для любых допустимых планов справедливо равенство  $\langle c, x \rangle = \langle b, y \rangle$ .
4. Если целевая функция прямой задачи ЛП не ограничена сверху на допустимом множестве, то целевая функция двойственной задачи не ограничена снизу.
5. Если в задаче ЛП ресурс имеет положительную двойственную оценку, то он является дефицитным.
6. Ограничения вида  $Ax \geq b$  задачи ЛП сводятся к ограничениям в форме равенств добавлением в левые части отрицательных переменных.

#### Вариант 2.

Верны ли следующие утверждения (да / нет) ?

В случае несогласия с каким-либо утверждением дайте его правильную формулировку

1. Задача  $\langle c, x \rangle \rightarrow \max, Ax \geq b, x \geq 0$  называется стандартной задачей ЛП
2. Если  $i$ -е ограничение прямой задачи ЛП выполняется как строгое неравенство, то  $i$ -я переменная оптимального плана двойственной задачи положительна.
3. В паре двойственных задач ЛП  
 $\langle b, y \rangle \rightarrow \min, A^T y \geq c, y \geq 0,$   
 $\langle c, x \rangle \rightarrow \max, Ax \leq b, x \geq 0$   
для любых допустимых планов справедливо равенство  $\langle c, x \rangle \leq \langle b, y \rangle$ .
4. Целевой вектор задачи ЛП указывает направление убывания целевой функции.
5. Задача  $\langle b, y \rangle \rightarrow \min, A^T y = c$  является двойственной к задаче  $\langle c, x \rangle \rightarrow \max, Ax = b, x \geq 0$ .
6. В стандартной задаче ЛП дефицитному ресурсу соответствует активное ограничение.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 2 по численным методам оптимизации

1. Провести 2 итерации метода скорейшего спуска. Указать, насколько близко найденное приближение к аналитическому решению.

$$f(x) = (x_1 - 2)^2 + 2(x_2 - 1)^2 \rightarrow \min, x^0 = (0,0)$$

1. Провести 2 итерации метода скорейшего спуска. Указать, насколько близко

найденное приближение к аналитическому решению

$$f(x) = x_1^2 - x_1 * x_2 + \frac{3}{2} x_2^2 - x_1 \rightarrow \min, \quad x^0 = (1,1)$$

2. Решить задачу методом условного градиента

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \min,$$

$$X = \{x_1 + 2x_2 \leq 8, 2x_1 - x_2 \leq 12, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 - x_2 \geq 1\}, \quad x^0 = (6,0)$$

## 8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

### Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену (зачету)

Вопросы для подготовки к экзамену:

#### Раздел 1:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения (определение, порядок уравнения, общее и частное решения (интегралы), интегральная кривая). Примеры.
2. Общие понятия для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (общее и частное решения уравнения, интегральная кривая). Примеры.
3. Задача Коши для уравнения первого порядка в нормальной форме. Теорема существования и единственности решения. Примеры несуществования единственного решения.
4. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Задача о построении математической модели демографического процесса.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными (определение, метод решения). Примеры.
6. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка (определение, методы решения). Примеры.
7. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах (определение, метод решения). Примеры.
8. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка (определение, решение в виде произведения двух функций). Примеры.
9. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка (определение, решение методом вариации произвольной постоянной). Примеры.
10. Уравнения Бернулли (определение, сведение к линейному уравнению с помощью замены переменной). Примеры.
11. Уравнения Бернулли (определение, решение методом вариации постоянной). Примеры.
12. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго и высших порядков (определение, решение методом понижения порядка, примеры). Нормальная форма начальных условий.
13. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Алгоритм построения общего решения при отсутствии кратных корней характеристического уравнения. Примеры.



14. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Алгоритм построения общего решения при наличии кратных корней характеристического уравнения. Примеры.

15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Подбор частного решения, когда правая часть уравнения – квазимногочлен.

Примеры.

16. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Подбор частного решения, когда правая часть уравнения – линейная комбинация тригонометрических функций. Примеры.

17. Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Методы решения систем. Примеры.

18. Качественный анализ систем автономных дифференциальных уравнений первого порядка. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, устойчивые и неустойчивые положения равновесия, циклы).

19. Разностные (рекуррентные) уравнения первого порядка. Нормальная форма разностного уравнения, общие понятия (общее и частное решения, начальные условия, задача Коши). Примеры.

20. Решение разностных уравнений первого порядка методом подстановки. Примеры.

21. Решение разностных уравнений первого порядка методом вариации постоянной. Примеры.

22. Примеры математических моделей в экономике, описываемых разностными уравнениями. Паутинообразная модель рынка.

23. Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Алгоритм построения общего решения. Примеры.

24. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Подбор частного решения, когда правая часть уравнения – квазимногочлен. Примеры.

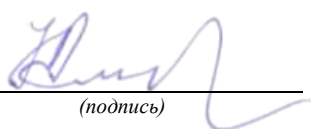
25. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Подбор частного решения, когда правая часть уравнения – линейная комбинация тригонометрических функций. Примеры.

### **Разделы 2-3:**

1. Постановка задачи линейного программирования (ЛП).
2. Сведение различных форм записей друг к другу Геометрическая интерпретация задачи ЛП.
3. Множество уровня задачи ЛП. Критерий угловой точки. Следствие (число базисных планов).
4. Критерий оптимальности угловой точки в канонической задаче ЛП
5. Теорема о расположении оптимальных планов в канонической задаче ЛП.
6. Итерация простого симплекс-метода.
7. Симплексные таблицы. Итерация симплекс-метода в табличной форме.
8. Алгебраическое и геометрическое построение угловой точки.
9. Метод искусственного базиса.
10. Первая теорема двойственности.
11. Вторая теорема двойственности.
12. Экономическая интерпретация двойственных переменных.
13. Диапазоны устойчивости для изменения коэффициентов целевой функции.
14. Диапазоны устойчивости для изменения запасов ресурсов.
15. Анализ устойчивости к изменениям коэффициентов матрицы условий. Ввод новой переменной.

16. Итерация метода деления отрезка пополам для нахождения экстремума функции.
17. Итерация метода касательных.
18. Итерация метода ломаных
19. Понятие градиента. Нахождение градиента.
20. Итерация метода скорейшего спуска.
21. Итерация метода условного градиента.

**Разработчики:**

  
(подпись)

профессор  
(занимаемая должность)

Амбросов Н.В.  
(инициалы, фамилия)

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19 сентября 2017 г. № 922, с учетом требований профессиональных стандартов 06.013 «Специалист по информационным ресурсам», 06.015 «Специалист по информационным системам» и 06.024 «Специалист по технической поддержке информационно-коммуникационных систем»

Программа рассмотрена на заседании кафедры прикладной информатики и документоведения «12» мая 2021 г.

Протокол № 10. Зав. кафедрой



А.В. Рохин

*Настоящая программа, не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.*