



## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Иркутский государственный университет»

ФГБОУ ВО «ИГУ»

Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета

/Н.М. Буднев

«20» апреля 2024 г.



### Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.В.16 Топология

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Фундаментальная физика

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета

Протокол №42 от «15» апреля 2024 г.

Председатель

  
Н.М. Буднев

Рекомендовано кафедрой:

Протокол №7

От «15» марта 2024 г.

И.о. зав. кафедрой

  
С.В. Ловцов

Иркутск 2024 г.

## Содержание

1. Цели и задачи дисциплины.....	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП.....	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины.....	3
4. Содержание и структура дисциплины.....	4
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов.....	4
4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	5
4.3. Содержание учебного материала.....	5
4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....	6
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС).....	6
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....	7
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....	7
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	7
6. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	8
7. Образовательные технологии.....	8
8. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации.....	8
Приложение: фонд оценочных средств	

## 1. Цели и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является знакомство с основными понятиями, положениями и методами комбинаторной (алгебраической) топологии, получение некоторых навыков построения математических доказательств путем логически непротиворечивых рассуждений, с широким использованием идеи непрерывности, уже введенной в рамках курса математического анализа, навыков решения прикладных задач. Воспитание математической культуры у обучающихся;

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке физика, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Задачами курса являются:

- Знакомство с новой для физики, но уже нашедшей в ней применения областью математики, топологией.
- Изучение основ математики для разработки количественных методов исследования окружающего мира и его преобразования с целью улучшения условий существования человека.
- Овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов.
- Изучение основных математических методов применительно к решению научных задач.
- Развитие логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания.
- Изучение развития математики в связи с научно-техническим прогрессом.
- Изучение современных математических методов исследования, основанных на массовом применении компьютерной техники.
- Формирование основ научного мышления на примерах творческого пути наиболее выдающихся ученых - математиков, на раскрытие логики и закономерностей того или иного открытия, на анализе возникавших проблем и способов их преодоления и т.п.

Учебная программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как множества функций, алгебраические структуры и их свойства, на приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Топология» входит в часть, формируемую участниками образовательного процесса. «Топология» предполагает знание основ всех разделов высшей математики. Таким образом, для освоения данной дисциплины студент должен обладать знаниями по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия», «Линейная алгебра».

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций**

Компетенция	ПК-1: Способен использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин
Индикаторы компетенции	ИДК <sub>ПК 1.1</sub> Применяет физико-математический аппарат в сфере своей профессиональной деятельности
Результаты обучения	<p><b>Знать:</b> основные понятия, принципы и факты топологии малоразмерных (одно – двух) многообразий. Топологические инварианты и их роль в физике. Принципы классификации многообразий. Применение понятий топологии в физике.</p> <p><b>Уметь:</b> решать простейшие задачи, формулировать и доказывать простейшие теоремы</p> <p><b>Владеть:</b> навыками использования математического аппарата для решения физических задач.</p>

#### 4. Содержание и структура дисциплины

Объем дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа, в том числе 44 часа контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 16 часов.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

##### 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися				
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
1	1-9	7	72	16	16	16	-	28	Практическое задание; вопросы и задачи к зачету
Итого:			72	16	16	16		28	

#### 4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
7	Тема 1-9	Задание в виде задачи	После пройденных тем	28	Демонстрация готовых решений	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ.

#### 4.3. Содержание учебного материала

Раздел 1. Элементы теории множества

Раздел 2. Векторные пространства. Тензоры.

Раздел 3. Метрические пространства.

Раздел 4. Топологические пространства.

Раздел 5. Многообразия. Гомеоморфизм, диффеоморфизм. Размерность, гладкие многообразия, классификация.

Раздел 6. Гомотопии. Гомотопические группы.

Раздел 7. Расслоенные пространства.

Раздел 8. Пространства Римана и Римана – Картана.

Раздел 9. Элементы теории графов.

##### 4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Элементы теории множества	Теория множеств, отношения, факторизация	2	Задание на семинаре	ПК-1

2.	Векторные пространства. Тензоры	Векторные пространства, тензоры	1	Задание на семинаре	ПК-1
3.	Метрические пространства.	Метрическое пространство	1	Задание на семинаре	ПК-1
4.	Топологические пространства.	Топологическое пространство и его геометрия	1	Задание на семинаре	ПК-1
		Непрерывные отображения	1	Задание на семинаре	
5.	Многообразия	Многообразия	1	Задание на семинаре	ПК-1
		Классификация 2 мерных и 3 мерных многообразий (Перельман)	1	Задание на семинаре	
6.	Гомотопии. Гомотопические группы.	Гомотопии. Гомотопические группы.	2	Задание на семинаре	ПК-1
7.	Расслоенные пространства.	Расслоенные пространства	2	Задание на семинаре	ПК-1
8.	Пространства Римана и Римана – Картана.	Пространства Римана и Римана – Картана	2	Задание на семинаре	ПК-1
9.	Элементы теории графов.	Элементы теории графов, (топологические инварианты)	2	Задание на семинаре	ПК-1

#### 4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2	1	Изучение лит-ры	1,2 (д)	2
3-4	2	Изучение лит-ры	1,2 (д)	2
5-6	3-4	Изучение лит-ры	1,2 (д)	4
7-8	4-5	Изучение лит-ры	1,2 (д)	10
9-10	6	Изучение лит-ры	1,2 (д)	2
11-12	7	Изучение лит-ры	1,2 (д)	4
13-14	8	Изучение лит-ры	1,2 (д)	2
15-16	9	Изучение лит-ры	1,2 (д)	2

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

В разделе 4.3.2 студентам для самостоятельного углубленного изучения дисциплины (параллельно с лекциями) предлагаются литература по изучаемым разделам. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, представленные в литературе из п. 5. Оценка самостоятельной работы студентов проводится на практических занятиях.

#### 4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовых работ учебным планом не предусмотрено.

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература

1. Федорчук, Виталий Витальевич. Общая топология. Основные конструкции [Текст] : учеб. пособие для студ. и аспирантов вузов / В. В. Федорчук, В. В. Филиппов ; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Физматлит, 2006. - 332 с. (3)

2. Александров, Павел Сергеевич. Введение в теорию множеств и общую топологию [Электронный ресурс] / П. С. Александров. - Москва : Лань, 2010. - 367 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=530](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=530). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Предм. указ.: с. 364-367. - Библиогр.: с. 362-363. - ISBN 978-5-8114-0981-5 : Б. ц.

### дополнительная литература

1. Келли, Джон Л.. Общая топология [Текст] : научное издание / Дж. Л. Келли ; пер. с англ. А. В. Архангельский. - 2-е изд. - М. : Наука, 1981. - 431 с. (2)

2. Прасолов, Виктор Васильевич. Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии [Текст] : научное издание / В.В. Прасолов. - М. : Изд-во МЦНМО, 2004. - 352 с. (3)

### б) периодические издания

- нет

### в) список авторских методических разработок

- нет

### г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://library.isu.ru/> - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ:

- <https://isu.bibliotech.ru/> - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- <http://e.lanbook.com> - ЭБС «Издательство «Лань»;
- <http://rucont.ru> - ЭБС «Рукопт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- <http://ibooks.ru/> - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе

## 6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения занятий. Для проведения занятий в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук.

Материалы: научные статьи и монографии из рецензируемых журналов, рассматривающие современные подходы и исследования в физике плазмы.

## 7. Образовательные технологии

Реализуются следующие формы учебной деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;

- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации – еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется в основном на практических занятиях при дискуссии о результатах выполненных практических работ.

## **8. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации**

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

8.1. Оценочные средства для входного контроля: не требуются.

8.2. Оценочные средства текущего контроля

### **Демонстрационный вариант контрольной работы №1**

1. Привести пример топологий, таких, что одна и та же функция в одной топологии непрерывна, а в другой нет
2. Сформулировать теорему Брауэра о неподвижной точке при отображении шара в себя.
3. Доказать, что два непересекающихся компактных подмножества хаусдорфова пространства имеют непересекающиеся открытые окрестности.
4. Привести пример связного, но не линейно связного двумерного пространства.

### **Демонстрационный вариант контрольной работы №2**

1. Вклеить лист мебиуса в тор, что получится?
2. Является ли бутылка Клейна двумя склеенными листьями мебиуса?
3. В правильном шестиугольнике противоположные стороны склеили в соответствии со стрелками, обходящими по часовой стрелке весь шестиугольник. Что за поверхность получилась?
4. Построить лист мебиуса на книжке с тремя страницами.

8.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации — зачет.

### **Вопросы и задания к зачету**

1. Метрическое пространство
2. Эквивалентные метрики
3. Подмножества Евклидова  $n$ - мерного пространства
4. Открытые множества, их свойства
5. Замкнутые множества, их свойства
6. Компактные множества
7. Определение топологии, примеры
8. Дискретная и анти дискретная топология
9. Аксиомы отделимости
10. Непрерывность отображения
11. Доказать, что композиция непрерывных отображений непрерывна
12. Доказать, что непрерывный образ связного множества связан.
13. Пусть функция отображает плоскость на ось так, что для любого  $x$  отображение непрерывно по  $y$ , и для любого  $y$  отображение непрерывно по  $x$ . Будет ли отображение непрерывно?
14. Свойства расстояния от точки до множества.
15. Пусть функция  $f(x)$  равна расстоянию от точки до некоторого множества. Доказать, что она непрерывна.



16. Пусть множество замкнуто, доказать что функция из предыдущей задачи строго положительна для всех  $x$  не принадлежащих множеству.
17. Найти множества точек плоскости, удаленных на расстояния 1; 2; 3, от
  - а) окружности радиуса 1, 2,
  - б) кривой  $x^2+2y^2 = 2$
  - в) квадрата площадью 2
18. Доказать, что разные диагонали любого четырехугольника обязательно пересекаются.
19. Доказать, что замкнутое подмножество компакта есть компакт.
20.  $GL(n)$ - группа невырожденных матриц. Связно ли это множество в топологии  $\mathbb{R}n^2$
21. Доказать, что метрическое пространство хаусдорфово.
22. Классификационная теорема двумерных многообразий.
23. Пример неориентируемого трехмерного многообразия.
24. Разрезание и склеивание.
25. Определение гомотопии.

**Разработчики:**

Ильин

доцент кафедры теоретической физики

Н.В. Ильин

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики

«15» марта 2024 г. Протокол №7 И.о. зав. кафедрой

Ловцов

С.В. Ловцов

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**