



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
ФГБОУ ВО «ИГУ»  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля) Б1.В.ОД. 9.1 Дифференциальные уравнения и ряды  
Направление подготовки 05.03.06 Экология и природопользование  
Тип образовательной программы академический бакалавриат  
Направленность (профиль) Природопользование

Квалификация выпускника – БАКАЛАВР

Форма обучения очная, заочная

Согласовано с УМК географического  
факультета  
Протокол № 3  
От «17» апреля 2019 г.  
Председатель Вологжина С.Ж.

**Рекомендовано кафедрой:**

Протокол № 10  
от «08» апреля 2019 г.  
Зав. Кафедрой Фалалеев М.В.

**Иркутск 2019 г.**

## Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля)	3
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)	3
4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы	3-4
5. Содержание дисциплины (модуля)	4-5
5.1 Содержание разделов и тем дисциплины (модуля)	
5.2 Разделы дисциплины (модуля) и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами (модулями)	
5.3 Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий	
6. Перечень семинарских, практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов	6-7
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)	8
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):	8
а) основная литература;	
б) дополнительная литература;	
в) программное обеспечение;	
г) базы данных, поисково-справочные и информационные системы	
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	8
10. Образовательные технологии	9
11. Оценочные средства (ОС)	9-11

### 1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Цель преподавания дисциплины «Дифференциальные уравнения и ряды» состоит в формировании у будущих бакалавров базовых знаний в области дополнительных разделов математического анализа (дифференциальных уравнений, функций нескольких переменными, рядов), навыков работы с математическими объектами и методами, применяемыми в экологии и природопользовании. Основными задачами дисциплины являются: развить логическое и алгоритмическое мышление; повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных проблем.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина входит в вариативную часть цикла общепрофессиональных дисциплин, объединенных в модуль Б1.В.ОД.9 Специальные главы высшей математики в задачах охраны окружающей среды. Для ее изучения и освоения требуются знания школьного курса математики, Б1.Б.13.1 Высшая алгебра и аналитическая геометрия и Б1.Б.13.2 Математический анализ. Данная дисциплина является предшествующей для Б1.В.ОД.9.2 Специальные главы математической статистики, Б1.В.ОД.21.1 Кинематика жидкости и газа, Б1.В.ОД.21.2 Динамика жидкости и газа, Б1.В.ОД.18 Геофизическая гидродинамика, Б1.В.ОД.16 Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды.

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций: ПК-18 (владение знаниями в области теоретических основ геохимии и геофизики окружающей среды, основ природопользования, экономики природопользования, устойчивого развития).

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений, функций нескольких переменных, теории рядов и их содержательный смысл.

**Уметь:** формулировать основные результаты изучаемых разделов математики.

**Владеть:** логикой и методами решения задач различного типа, в том числе с прикладным содержанием.

### 4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов очная/заочная	Курс(семестр) очная/заочная			
		1	2(3)/2(6)	3	4
<b>Аудиторная работа (всего)</b>	57/14		57/14		
В том числе:					
Лекции	28/6		28/6		
Практические занятия (ПЗ)	28/6		28/6		
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	1/2		1/2		
<b>Контроль (всего)</b>	0/4		0/4		
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	15/54		15/54		
В том числе:					

Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат (при наличии)					
Домашние задания	15/54		15/54		
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)</b>	Зачет с оценкой		ЗаО/ЗаО		
<b>Контактная работа (всего)</b>	57/18		57/18		
Общая трудоемкость	часы	72/72	72/72		
	зачетные единицы	2/2	2/2		

## 5. Содержание дисциплины (модуля)

### 5.1. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля). Все разделы и темы нумеруются

Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Тема 1.1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Основные определения.

Тема 1.2. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.

Тема 1.3. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Тема 1.4. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) высших порядков с постоянными коэффициентами. Однородные ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами.

Тема 1.5. Неоднородные ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов. Явление резонанса.

Раздел 2. Функции нескольких переменных

Тема 2.1. Понятие функции нескольких переменных, как функции точки (векторного аргумента). Функции двух и трех переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных в точке.

Тема 2.2. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке. Полный дифференциал первого порядка. Понятие частной производной. Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных в точке.

Тема 2.3. Производная по направлению. Градиент функции нескольких переменных, его механический и геометрический смысл. Понятие скалярного поля.

Тема 2.4. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о независимости смешанной производной порядка дифференцирования. Полный дифференциал второго порядка функции нескольких переменных. Матрица Гессе.

Тема 2.5. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

Тема 2.6. Понятие векторного поля. Векторные линии. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Эквипотенциальные поверхности.

Раздел 3. Ряды

Тема 3.1. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов с неотрицательными

членами. Эталонные сходящиеся и расходящиеся ряды.

Тема 3.2. Знакопеременные числовые ряды. Абсолютная и условная сходимости.

Тема 3.3. Функциональные ряды. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

Тема 3.4. Ряды Маклорена и Тейлора. Аппроксимация аналитической функции алгебраическими многочленами.

Тема 3.5. Тригонометрический ряд Фурье. Аппроксимация функции с интегрируемым квадратом тригонометрическими многочленами.

### 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)
1.	Б1.В.ОД.9.2 Специальные главы математической статистики	Разделы 1-3
2.	Б1.В.ОД.21.1 Кинематика жидкости и газа	Разделы 1 – 3
3.	Б1.В.ОД.21.2 Динамика жидкости и газа	Разделы 1 – 3
4.	Б1.В.ОД.18 Геофизическая гидродинамика	Разделы 1 – 3
5.	Б1.В.ОД.16 Математическое моделирование в задачах окружающей среды	Разделы 1 – 3

### 5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					Всего
			Лекц.	Практ. зан.	Се-мин	Лаб. зан.	СРС	
1.	Раздел 1. Дифференциальные уравнения	Тема 1.1 – 1.5	10/2	10/2			5/18	25/22
2.	Раздел 2. Функции нескольких переменных	Тема 2.1 – 2.6	10/2	10/2			5/18	25/22
3.	Раздел 3. Ряды	Тема 3.1 – 3.5	8/2	8/2			5/18	21/22
	КСР							1/2
	Контроль	ЗаО/ЗаО						0/4
	ВСЕГО (часы)		28/6	28/6			15/54	72/72

## 6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.) о/з	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Раздел 1, Тема 1.2-1.5	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными</p> <p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Однородное уравнение.</p> <p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Линейное уравнение и уравнение Бернулли</p> <p>Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка</p> <p>Однородные ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами. Задача Коши</p> <p>Неоднородные ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами. Методы Лагранжа вариации произвольных постоянных и неопределенных коэффициентов</p>	10/2	<p>Домашняя работа № 1</p> <p>Самостоятельная работа №1</p>	ПК-18
2.	Раздел 2, Тема 2.1-2.6	<p>Область определения функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Явная и неявная функция</p> <p>Частные производные и полный дифференциал первого порядка. Правило дифференцирования сложной функции</p> <p>Производная по направлению и градиент. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке</p> <p>Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Матрица Гессе</p> <p>Безусловный экстремум функций нескольких переменных</p>	10/2	<p>Домашняя работа № 2</p> <p>Самостоятельная работа №2</p>	ПК-18

3.	Раздел 3, Тема 3.1-3.5	Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (сравнения в формах неравенств и предельной, Даламбера, Коши) Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Абсолютная и условная сходимости Степенные ряды. Радиус и область сходимости степенного ряда Ряды Маклорена и Тейлора. Приближение функции алгебраическими многочленами Ряд Фурье. Равенство Парсеваля. Минимизирующее свойство коэффициентов Фурье	8/2	Домашняя работа № 3  Самостоятельная работа №3	ПК-18
----	---------------------------	--	-----	--	-------

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов очная/заочная
1.	Раздел 1, Тема 1.1-1.5	Домашнее задание № 1 Самостоятельная работа №1	Проработать лекционный материал, решить задачи	[1 – 12]	5/18
2.	Раздел 2, Тема 2.1-2.6	Домашнее задание № 2 Самостоятельная работа №2	Проработать лекционный материал, решить задачи	[1 – 12]	5/18
3.	Раздел 3, Тема 3.1-3.5	Домашнее задание № 3 Самостоятельная работа №3	Проработать лекционный материал, решить задачи	[1 –12]	5/18

### 6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Студенты выполняют домашние задания по каждой изученной теме дисциплины, которые включают в себя, во-первых, работу с учебной литературой (учебниками, учебными пособиями), во-вторых, решение задач, составленных преподавателем или заимствованных из классических задачников. Первая часть направлена на закрепление и проработку теоретического материала (иногда на самостоятельное изучение материала с составлением конспектов), вторая предполагает применение теоретических знаний к решению задач, носящих как учебный, так и содержательный характер. Преследуется цель – формирование компетенции ПК-18 – овладение знаниями в области теоретических основ, в том числе математики. Осуществляется контроль выполнения письменной части домашних заданий и самостоятельных работ, выставляется оценка. В случае неудовлетворительной оценки работа возвращается студенту на доработку с подробным указанием недостатков. При необходимости во внеучебное время проводятся индивидуальные и групповые консультации. По окончании семестра осуществляется ликвидация задолженностей (в случае наличия) по домашним заданиям и самостоятельным работам. Затем происходит подготовка к зачету, которая включает проработку теоретического материала, изученного за семестр, и закрепление методов решения основных типовых задач.

## 7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)

Выполнение курсовых работ (проектов) по дисциплине не предусматривается.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Шипачев В. С. Начала высшей математики [Электронный ресурс] / В. С. Шипачев. – Москва: Лань, 2013. – Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". – Неогранич. доступ. – ISBN 978-5-8114-1476-5.

2. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – Москва: Лань, 2010. – 736 с. – Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". – Неогранич. доступ. – ISBN 978-5-8114-0499-5.

3. Мышкис А. Д. Лекции по высшей математике [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. Д. Мышкис. – Москва: Лань, 2009. – 688 с. – Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". – Неогранич. доступ. – ISBN 978-5-8114-0572-5.

4. Владимирский Б. М. Математика. Общий курс [Электронный ресурс]: учеб. / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский. – Москва: Лань, 2008. – 960 с. – Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". – Неогранич. доступ. – ISBN 978-5-8114-0445-2.

5. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике [Текст] / В. П. Минорский. – 15-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 336 с. – ISBN 5-94052-105-3 (39 экз.).

б) дополнительная литература

6. Зельдович Я. Б. Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике / Я. Б. Зельдович. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 519 с. – ISBN 978-5-9221-0840-9 (1 экз.).

7. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов [Текст]: учеб. пособие для студ. втузов / Г. С. Бараненков [и др.]; Ред. Б. П. Демидович. – М.: Астрель: АСТ, 2006. – 496 с. – ISBN 5-17-002965-9; ISBN 5-271-01118-6; ISBN 985-13-6182-8 (3 экз.).

8. Шипачев В. С. Высшая математика [Текст]: учеб. для студ. вузов / В. С. Шипачев. – 7-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2005. – 480 с. – ISBN 5-06-003959-5 (48 экз.).

9. Гюнтер Н.М. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Н. М. Гюнтер, Р. О. Кузьмин. – Москва: Лань, 2003. – 816 с. – Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". – Неогранич. доступ. – ISBN 5-8114-0490-5.

10. Будак Б. М. Курс высшей математики и математической физики. Кратные интегралы и ряды / Б. М. Будак, С. В. Фомин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 512 с. – ISBN 5-9221-0300-8 (31 экз.).

11. Виноградов И. М. Элементы высшей математики [Текст]: учеб. для студ. вузов / И. М. Виноградов. – М.: Высшая школа, 1999. – 511 с. – ISBN 5-06-0036111 (1 экз.).

12. Самнер Г. Математика для географов [Текст] / Г. Самнер; пер. с англ. И. М. Зейдиса. – М.: Прогресс, 1981. – 296 с. (2 экз.).

в) программное обеспечение – нет

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<https://isu.bibliotech.ru/>

<http://e.lanbook.com>

<http://rucont.ru/>

<http://ibooks.ru/>

<http://e-library.ru/>

<http://educa.isu.ru/>

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):

Доска, мел.



#### 10. Образовательные технологии:

При проведении лекционных и практических занятий используются классические образовательные технологии: чтение лекций, решение задач у доски студентами, самостоятельное решение задач, контрольные работы.

#### 11. Оценочные средства (ОС):

##### 11.1. Оценочные средства для входного контроля.

Входной контроль при изучении данной дисциплины не предусматривается.

##### 11.2. Оценочные средства текущего контроля

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Рецензирование домашней работы № 1-3	Разделы 1-3	ПК-18
2.	Рецензирование самостоятельной работы № 1-3	Разделы 1-3	ПК-18

##### 11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Зачет с оценкой	Раздел 1 – Раздел 3	ПК-18

Применяется балльно-рейтинговая система:

№ п/п	Вид учебной деятельности	Баллы	Максимум за семестр
1	Написание домашней работы (Раздел 1 – Раздел 3)	0-10 (за каждую работу)	30
2	Написание самостоятельных работ (Раздел 1 – Раздел 3)	0-10 (за каждую работу)	30
3	Ответы на контрольные вопросы на лекциях	0-10	10
4	Поощрительные баллы за активную работу в семестре	0-10	10
5	Ответы на контрольные вопросы на зачете	0-20	20
	Всего за текущую успеваемость		100

Общая оценка по предмету выставляется по суммарному количеству набранных баллов.

Баллы, полученные обучающимися по дисциплине в течение семестра	Академическая оценка за зачет с оценкой
60-70 баллов	удовлетворительно
71-85 баллов	хорошо
86-100 баллов	отлично

### Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов:

Демонстрационный вариант самостоятельной работы № 2 «Экстремум функций нескольких переменных»

#### Вариант 1

1. Найти дифференциал первого порядка функции  $z = \cos xy + x^2 y^3$
2. Найти частные производные 1-го и 2-го порядков функции  $z = \frac{x-2y}{y^2}$
3. Найти частную производную  $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$  функции  $z = \sin(e^{2y} - 2x)$
4. Найти  $d^2 f$ , если  $f = z \arccos(xy)$
5. Исследовать функцию на экстремум  $u = x^3 + y^3 + 3xy$

#### Вариант 2

1. Найти дифференциал первого порядка функции  $z = \ln\left(1 - \frac{y}{x}\right)$
2. Найти частные производные 1-го и 2-го порядков функции  $z = \cos \frac{4x}{y}$ .
3. Найти частную производную  $\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y}$  функции  $z = \frac{x^4 + 8xy^3}{x + 2y}$
4. Найти  $d^2 f$ , если  $f = (x^2 + y^2 + z^2)^3$
5. Исследовать функцию на экстремум  $u = x^2 + y^2 + z^2 + 12xy + 2z$

Примерный перечень вопросов к зачету:

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Порядок ОДУ. Общее решение и общий интеграл ОДУ. Задача Коши. Примеры использования ОДУ в естественных науках.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися коэффициентами и методы их решения.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка. Однородные ОДУ первого порядка и метод их решения.
4. Дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные ОДУ первого порядка и метод их решения.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли и его линеаризация.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Методы их решения.
7. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) высших порядков с постоянными коэффициентами.
8. ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами: основные определения. Связь

решения однородного ЛОДУ с корнями характеристического уравнения.

9. ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами: основные определения. Теорема о структуре решения неоднородного ЛОДУ. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для решения неоднородных ЛОДУ.

10. ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами: основные определения. Теорема о структуре решения неоднородного ЛОДУ. Метод неопределенных коэффициентов.

11. Понятие функции нескольких переменных, как функции точки (векторного аргумента). Функции двух и трех переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных в точке.

12. Понятие частной производной функции нескольких переменных в точке. Дифференцируемость функций нескольких переменных и ее связь с частными производными. Полный дифференциал.

13. Производная по направлению. Градиент функции нескольких переменных, его механический и геометрический смысл. Понятие скалярного поля.

14. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о независимости смешанной производной порядка дифференцирования. Полный дифференциал второго порядка функции нескольких переменных. Матрица Гессе.

15. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Феномен минимакса.

16. Понятие векторного поля. Векторные линии. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Эквипотенциальные поверхности.

17. Числовые ряды. Понятие сходимости. Необходимое условие сходимости числового ряда.

18. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.

19. Знакопеременные числовые ряды: абсолютная и условная сходимости знакопеременного числового ряда. Признак Лейбница.

20. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенных рядов.

21. Аппроксимация аналитической функции многочленами. Ряд Маклорена и Тейлора.

22. Тригонометрический ряд Фурье.

**Разработчик:**



\_\_\_\_\_  
(подпись)

доцент каф. математического анализа

и дифференциальных уравнений

(занимаемая должность)

Аргучинцева М.А

(инициалы, фамилия)

Программа рассмотрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИМЭИ ИГУ:

«08» апреля 2019 г.

Протокол № 10

Зав. кафедрой математического анализа  
и дифференциальных уравнений



/ М.В. Фалалеев /

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

**Лист согласования, дополнений и изменений  
на 2020/2021 учебный год**

В связи с изменениями в учебном плане на 2020-2021 учебный год по программе бакалавриата направления 05.03.06 «Экология и природопользование» (профиль «Природопользование»), в рабочую программу дисциплины «Дифференциальные уравнения и ряды» внесены следующие изменения:

- код дисциплины изменен на Б1.В.09.01.

Исходя из этого, по тексту рабочей программы читать код и наименование дисциплины в следующей редакции: Б1.В.09.01 «Дифференциальные уравнения и ряды».

Изменения одобрены на заседании УМК географического факультета  
Протокол № 10 от 15 мая 2020 г.

Председатель



С.Ж. Воложина