



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.В.07 Случайные процессы

| | |
|-------------------------------------|----------------------------------------------|
| Направление подготовки | 01.03.02 Прикладная математика и информатика |
| Направленность (профиль) подготовки | Математическое моделирование |
| Квалификация выпускника | бакалавр |
| Форма обучения | очная |

Иркутск 2024 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели: Познакомить студентов с различными классами случайных процессов, находящими применение в физике, биологии, теории страхования, теории массового обслуживания и т.д. Научить их исследовать эти процессы.

- Задачи:**
1. Освоение студентами основных понятий и методов теории случайных функций.
 2. Приобретение ими навыков решения как теоретических, так и некоторых прикладных задач с использованием как традиционного математического аппарата, так и специфических методов, учитывающих стохастическую природу исследуемых объектов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.В.07 Случайные процессы относится к части Блока 1 образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Комплексный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Основы управленческой деятельности», «Синтез и сложность систем», «Системы компьютерного проектирования», подготовка ВКР.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

ПК-3 Способен проводить научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по автоматизированным системам управления; решать задачи аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач; применять методы системно.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать: основные понятия и методы исследования, применяемые в теории случайных функций;

уметь: решать как теоретические, так и прикладные задачи;

владеть: методами исследования случайных процессов, возникающих в физике, биологии, теории массового обслуживания.

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 4 зачетных ед., 144 час.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

| Раздел дисциплины / тема | Сем. | Виды учебной работы | | | | Самост. работа | Формы текущего контроля; Формы промежут. аттестации |
|--------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------|--------------|----------------|----|----------------|-----------------------------------------------------|
| | | Контактная работа преподавателя с обучающимися | | | | | |
| | | Лекции | Лаб. занятия | Практ. занятия | | | |
| Тема 1. Основные понятия | 6 | 4 | | 4 | 3 | ДЗ | |
| Тема 2. Процессы с независимыми приращениями | 6 | 4 | | 2 | 2 | ДЗ | |
| Тема 3. Линейные преобразования случайных процессов | 6 | 4 | | 4 | 3 | ДЗ, СР | |
| Тема 4. Задачи о выбросах | 6 | 2 | | 2 | 2 | ДЗ | |
| Тема 5. Канонические разложения случайных процессов | 6 | 2 | | 2 | | СР | |
| Тема 6. Спектральные разложения стационарных процессов | 6 | 4 | | 4 | 4 | ДЗ, СР | |
| Тема 7. Марковские процессы | 6 | 6 | | 6 | 6 | ДЗ, КР | |
| Тема 8. Некоторые задачи теории массового обслуживания | 6 | 8 | | 10 | 6 | ДЗ, СР | |
| Тема 9. Ветвящиеся процессы | 6 | 2 | | 2 | 1 | | |
| Итого (6 семестр): | | 36 | | 36 | 27 | экз. | |

ДЗ – домашнее задание,
СР – самостоятельная работа,
КР – контрольная работа

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

| Раздел дисциплины / тема | Самостоятельная работа обучающихся | | | Оценочное средство | Учебно-методическое обеспечение самост. работы |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------|-------------------------|------------------------------------------------|
| | Вид самост. работы | Сроки выполнения | Затраты времени | | |
| Тема 1. Основные понятия | Проработка теоретического материала. Решение задач | 1-2 недели | 3 | Опрос Проверка ДЗ | Осн. лит.[1], [2], [3], [5] Доп. лит. [2] |
| Тема 2 Процессы с независимыми приращениями | Проработка теоретического материала. Решение задач | 3-4 недели | 2 | Опрос Проверка ДЗ | Осн. лит.[1], [2] |
| Тема 3. Линейные преобразования случайных процессов | Проработка теоретического материала. Решение задач Подготовка к СР | 5-6 недели | 3 | Проверка ДЗ. СР | Осн. лит.[1], [2], [3], [5] |

| | | | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----|-----------------------|----------------------------------------|
| Тема 4 Задачи о выбросах | Проработка теоретического материала Решение задач | 7 неделя | 2 | Проверка ДЗ. | Осн. лит.[1], [3], [5] |
| Тема 6 Спектральные разложения стационарных процессов | Проработка теоретического материала Решение задач. Подготовка к СР | 8-10 недели | 4 | Проверка ДЗ. СР | Осн. лит.[1], [2], [3]. [5] |
| Тема 7. Марковские процессы | Проработка теоретического материала Решение задач. Подготовка к КР | 11-13 недели | 6 | Проверка ДЗ. КР | Осн. лит.[1], [3] Доп. лит.[5], [2] |
| Тема 8. Некоторые задачи теории массового обслуживания | Проработка теоретического материала Решение задач. Подготовка к СР | 14-17 недели | 6 | Проверка ДЗ. СР | Осн. лит.[4], [3] Доп. лит.[3],[1] |
| Тема 9. Ветвящиеся процессы | Проработка теоретического материала | 18 неделя | 1 | | Доп. лит [4]. |
| Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.) | | | 27 | | |
| Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.) | | | | | |

4.3. Содержание учебного материала

Тема1. Основные понятия

Понятие случайного процесса. Конечномерные распределения. Функциональные характеристики. Комплексные случайные величины и процессы. Стационарные процессы

Тема2. Процессы с независимыми приращениями

Независимые и некоррелированные приращения. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Процесс Коши. Последовательности с независимыми приращениями

Тема3. Линейные преобразования случайных процессов

Оператор динамической системы. Производная случайного процесса. Интегрирование случайного процесса. Характеристики случайных процессов, полученных линейными однородными преобразованиями. Взаимные корреляционные функции. Линейные преобразования стационарных процессов. Суммирование случайных процессов

Тема 4. Задачи о выбросах

Вероятность выброса. Среднее время пребывания процесса выше заданного уровня. Среднее число выбросов. Задачи о выбросах для стационарных процессов. Задачи о выбросах для нормальных стационарных процессов.

Тема 5. Канонические разложения случайных процессов

Идея метода канонических разложений. Каноническое разложение действительного случайного процесса. Каноническое разложение комплексного случайного процесса. Линейные преобразования процессов, заданных каноническими разложениями

Тема 6. Спектральные разложения стационарных процессов

Спектральное разложение стационарного процесса на конечном отрезке. Спектральное разложение стационарного процесса в бесконечном интервале. Спектральная плотность. Спектральное разложение случайного процесса в комплексной форме. Преобразование стационарного случайного процесса линейной стационарной системой

Тема 7. Марковские процессы

Основные понятия. Цепи Маркова с конечным числом состояний. Матрицы вероятностей перехода. Классификация состояний цепи Маркова. Теорема о предельных вероятностях. Марковский процесс с непрерывно меняющимися параметрами. Уравнение Колмогорова-Чепмена. Диффузионные процессы. Уравнения Колмогорова.

Тема 8. Некоторые задачи теории массового обслуживания

Понятие системы массового обслуживания (СМО). Виды СМО и их основные характеристики. Процессы рождения и гибели. Одноканальные СМО с отказами. Многоканальные СМО с отказами. Одноканальные СМО с очередями. Многоканальные СМО с очередями. Средняя длина очереди. Среднее время ожидания обслуживания

Тема 9. Ветвящиеся процессы

Условие ветвления. Производящие функции. Уравнения для производящих функций. Моменты. Докритические, критические и надкритические процессы

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

| Тема занятия | Всего часов | Оценочные средства | Формируемые компетенции |
|--------------------------------------------------------|-------------|--------------------|-------------------------|
| Тема 1 Основные понятия. Корреляционная теория | 4 | ДЗ | ПК-3 |
| Тема 2. Процессы с независимыми приращениями | 2 | ДЗ | ПК-3 |
| Тема 3. Линейные преобразования случайных процессов | 4 | ДЗ, СР | ПК-3 |
| Тема 4 Задачи о выбросах | 2 | ДЗ | ПК-3 |
| Тема 5. Канонические разложения случайных процессов | 2 | ДЗ | ПК-3 |
| Тема 6. Спектральные разложения стационарных процессов | 4 | ДЗ, СР | ПК-3 |
| Тема 7. Марковские процессы | 6 | ДЗ, КР | ПК-3 |
| Тема 8. Некоторые задачи теории массового обслуживания | 10 | ДЗ, СР | ПК-3 |
| Тема 9. Ветвящиеся процессы | 2 | | ПК-3 |

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

| Тема | Задание | Формируемые компетенции |
|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Тема 1 Стохастически эквивалентные процессы | Разобрать понятие. Привести примеры стохастически эквивалентных процессов. | ПК-3 |

| | | |
|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------|
| Тема 2 Конечномерные распределения процесса Коши | Найти конечномерные распределения процесса Коши. | ПК-3 |
| Тема 7. Диффузионные процессы | Разобрать доказательство теорем о диффузионных процессах | ПК-3 |

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты

сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами.

Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуются делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к

экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Колокольникова Н.А. Случайные процессы: учеб. пособие / Н.А. Колокольникова, Р.Р. Гильманшин. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. – 101 с.
2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов / А.Д. Вентцель. – М: Наука, 1975. – 320 с
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций: учеб. пособие / А.А. Свешников. – СПб [и др.]: Лань, 2011. – 463 с.
4. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1987. – 336 с.
5. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: учеб. пособие / Под общей ред. А.А. Свешникова. – СПб.: Лань, 2008. – 448 с.

б) дополнительная литература:

1. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения: в 2 т. Пер. с англ. / В. Феллер. – Мир, 1984. – Т.1. – 528 с.; Т.2. – 752 с.
3. Ивченко Г.И. Теория массового обслуживания: учеб пособие для вузов / Г.И. Ивченко, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко. – М.: Высшая школа, 1982. – 256 с.
4. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы / Б.А. Севастьянов. – М.: Наука, 1971. – 436 с.
5. Зубков А.Н. Сборник задач по теории вероятностей / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – М.: Наука, 1989. – 320 с.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

6.2. Программное обеспечение

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

| Вид контроля | Контролируемые темы | Контролируемые компетенции |
|--------------------------------------|---------------------|----------------------------|
| Проверка выполнения домашних заданий | 1-9 | УК-1, ОПК-1, ОПК-2 |
| Самостоятельные работы | 3; 5-6; 8 | ОПК-1 |
| Контрольная работа | 7 | ОПК-1 |

Примеры оценочных средств текущего контроля

1. Демонстрационный вариант самостоятельной работы №1

1. Случайный процесс имеет вид $\xi(t) = Vt^2$, где $t \in [1, 3]$, V – случайная величина, заданная рядом распределения

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| V | -2 | 2 | 3 |
| P | 0,4 | 0,2 | 0,4 |

- Найти: 1) все реализации процесса $\xi(t)$;
 2) функцию распределения $F_{\xi(t)}(x)$;
 3) $m_{\xi(t)}$, $K_{\xi\xi}(t, s)$, $D_{\xi(t)}$.

2. Пусть $\eta(t) = \frac{d}{dt} \xi(t)$, где $\xi(t)$ – процесс, заданный в предыдущем пункте.
 Найти $m_{\eta(t)}$, $K_{\eta\eta}(t, s)$, $D_{\eta(t)}$.

3. Пусть $\zeta(t) = \xi(t) + \eta(t)$, где $\xi(t)$ и $\eta(t)$ – процессы, рассмотренные выше.
 Найти $m_{\zeta(t)}$, $K_{\zeta\zeta}(t, s)$, $D_{\zeta(t)}$.

2. Демонстрационный вариант самостоятельной работы №2

1. На вход динамической системы поступает случайный процесс, заданный каноническим разложением

$$\xi(t) = 4 + \xi_1 \cdot t + \xi_2 \cdot t^2 + \xi_3 \cdot t^3,$$

Причем $D_1 = 1, D_2 = D_3 = 2$. Работа системы описывается оператором вида

$$\eta(t) = 2t \cdot \frac{d}{dt} \xi(t) + 3t^2.$$

Найти каноническое разложение и характеристики процесса $\eta(t)$ на выходе системы

2. Работа динамической системы описывается дифференциальным уравнением

$$3 \cdot \frac{d}{dt} \eta(t) + 2 \cdot \eta(t) = 2 \cdot \frac{d}{dt} \xi(t) + 3 \cdot \xi(t)$$

Известно, что $\xi(t)$ – стационарный процесс, $m_{\xi} = 1,5$, $K_{\xi}(\tau) = 2e^{-\frac{|\tau|}{3}}$.
 Найти m_{η} и D_{η} .

3. Демонстрационный вариант контрольной работы

1. Цепь Маркова $\xi(t)$ имеет множество состояний $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Вероятности перехода $p_{ij} = P\{\xi(t+1) = j | \xi(t) = i\}$ при $i \neq 0$ определяются соотношениями
- $$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j = i + 1 \leq 0 \text{ или } j = i - 1 \geq 0 \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Провести классификацию состояний цепи Маркова, если

$$p_{03} = 1, p_{0i} = 0 \quad (i \neq 3).$$

- а)
 б) $p_{03} = p_{0,-3} = 0,5 \quad (i \neq 3),$
 в) $p_{03} = p_{0,-2} = 0,5 \quad (i \neq -2, i \neq 3).$

2. Матрица вероятностей перехода цепи Маркова имеет вид

$$\pi = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 & 0,4 \\ 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,3 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix}.$$

Распределение по состояниям в момент времени $t=0$ определяется вектором $(0,7; 0,2; 0,1)$.

Найти:

- 1) распределение по состояниям в момент $t=2$;
- 2) стационарное распределение.

3. Вероятности перехода однородной цепи Маркова задаются матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применима ли теорема о предельных вероятностях? Если да, то найти вектор $P^{(\infty)}$.

4. В урне 5 шаров, белые и чёрные. Испытание состоит в том, что каждый раз из неё случайным образом вынимают один шар и взамен в урну возвращают шар, но другого цвета (вместо белого – чёрный и наоборот). Найти матрицу π вероятностей перехода для цепи Маркова, состояния которой – количество белых шаров в урне. Найти вероятности перехода за два шага.

4 Демонстрационный вариант самостоятельной работы № 3

1. В ремонтную мастерскую, имеющую трёх рабочих, поступает простейший поток заказов: в среднем 4 заказа в час. Среднее время выполнения заказа 0,5 часа. Время обслуживания заказа – случайная величина, распределенная по показательному закону. Определить: а) среднее число заказов, ожидающих обслуживания; б) среднее время ожидания заказом обслуживания.
2. Для разгрузки судов оборудованы 5 причалов, на каждом из которых может в любой момент времени разгружаться лишь один транспорт. В среднем разгрузка транспорта занимает одни сутки, а прибывают в среднем за сутки 5 транспортов. Предполагая поток прибывающих транспортов простейшим, найти:
 - а) вероятность отказа прибывшему транспорту в немедленном начале разгрузки;
 - б) как изменится эта вероятность, если разгрузку ускорить в 2,5 раза.

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Понятие случайного процесса. Примеры
2. Конечномерные распределения
3. Классификация случайных процессов
4. Математическое ожидание действительного случайного процесса
5. Корреляционная функция действительного процесса и её свойства
6. Взаимная корреляционная функция
7. Дисперсия действительного случайного процесса. Среднее квадратическое отклонение
8. Процессы с независимыми приращениями
9. Пуассоновский процесс. Теорема о траекториях пуассоновского процесса
10. Винеровский процесс. Конечномерные распределения винеровского процесса
11. Процесс Коши
12. Последовательности с независимыми приращениями
13. Корреляционная функция как скалярное произведение
14. Комплексный случайный процесс. Корреляционная функция комплексного процесса
15. Линейные и нелинейные операторы, действующие на случайный процесс
16. Непрерывность случайного процесса.
17. Дифференцирование случайных процессов
18. Интегрирование случайных процессов
19. Суммирование случайных процессов
20. Процессы, стационарные в узком и широком смысле
21. Функциональные характеристики стационарных процессов
22. Линейные преобразования стационарных процессов
23. Задачи о выбросах
24. Задачи о выбросах для стационарных процессов
25. Задачи о выбросах для нормальных стационарных процессов
26. Спектральное разложение стационарного процесса на конечном отрезке
27. Спектральное разложение стационарного процесса в бесконечном интервале. Спектральная плотность
28. Спектральное разложение комплексного стационарного процесса
29. Преобразование стационарного процесса линейной стационарной системой
30. Цепи Маркова с конечным числом состояний
31. Однородные цепи Маркова. Матрица вероятностей перехода
32. Классификация состояний цепи Маркова
33. Теорема о предельных вероятностях. Стационарное распределение
34. Марковские процессы с непрерывным временем. Уравнение Колмогорова-Чепмена
35. Диффузионные процессы
36. Уравнения Колмогорова
37. Понятие системы массового обслуживания (СМО)
38. Виды СМО и их основные характеристики
39. Одноканальные СМО с отказами
40. Процессы рождения и гибели
41. Многоканальные СМО с отказами
42. Одноканальные СМО с очередями
43. Многоканальные СМО с очередями
44. Средняя длина очереди
45. Среднее время ожидания обслуживания

46. Понятие ветвящегося процесса
47. Производящие функции
48. Уравнения для производящих функций
49. Моменты
50. Докритические, критические и надкритические процессы

Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:

Экзаменационный билет
(демонстрационный вариант)

1. Винеровский процесс и его свойства
2. Работа динамической системы описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d}{dt}\eta(t) + 2 \cdot \eta(t) = 3 \cdot \xi(t)$$

На вход системы поступает стационарный случайный процесс $\xi(t)$ с

характеристиками: $m_\xi = 4$, $K_\xi(\tau) = e^{-\frac{|\tau|}{2}}$. Найдите m_η и D_η .

3. Имеется цепь Маркова с состояниями $\{1, 2, 3\}$, матрицей вероятностей перехода

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}$$

и стационарным распределением $P = (p_1, p_2, p_3)$. Показать, что если

$p_{11} = p_{22} = p_{33} = 0$ и $p_1 = p_2 = p_3 = \frac{1}{3}$, то $p_{12} = p_{23} = p_{31}$
и $p_{13} = p_{21} = p_{32}$.

Разработчик: Колокольникова Н.А. к.ф.-м.н., доцент, доцент
ФИО ученая степень ученое звание должность