



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

14 апреля 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.06 Математическая логика и теория алгоритмов**

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 6 от «28» марта 2024 г.

Председатель \_\_\_\_\_ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 7 от «21» марта 2024 г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ О.С. Будникова

Иркутск 2024 г.

## **ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Цель дисциплины:** развитие математической, логической и алгоритмической культуры студентов в контексте формирования и развития общекультурных, профессиональных и специальных предметных компетенций.

### **Задачи дисциплины:**

- ввести в проблематику математической логики и теории алгоритмов;
- сформировать базовый понятийный аппарат, необходимый для восприятия и осмысления последующих курсов в блоке математических, информационных и методических дисциплин;
- заложить базовые знания, необходимые для осмысления математических, информационных и методических дисциплин;
- ввести в новый метаязык математики, позволяющий включать в рассмотрение новые максимально-обобщенные математические объекты и фиксировать результаты исследований;
- сформировать навыки математического моделирования мыслительного процесса в различных предметных областях;
- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- сформировать навыки применения аппарата математической логики к решению содержательных логических задач;
- дать представление о применении математической логики в создании вычислительной техники и языков программирования;
- дать представление о роли математической логики в решении проблем обоснования математики;
- дать представление о современном состоянии научных исследований в области математической логики, теории алгоритмов и сопряженных с ней областях знаний;
- дать представление о роли формализации понятия алгоритма в решении проблем обоснования математики, создании вычислительной техники и языков программирования.

## **II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Математический анализ, Алгебра, Геометрия, Дискретная математика и теория чисел.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Математические модели в естественнонаучном и гуманитарном исследовании, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании, Решение профессиональных задач (практикум), Формирование результатов освоения образовательной программы, Современные направления развития науки.

### III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<p><b>ПК-2</b> способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>ИДК-пк2.1:</b> определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b> определения основных понятий базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; формулировки основных утверждений и правил базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; структуру основных видов определений, утверждений и правил базовых разделов математической логики и теории алгоритмов.</p> <p><b>Уметь:</b> определять структуру основных видов определений, утверждений и правил базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; определять принадлежность заданного объекта к множеству объектов определенного типа основываясь на структуре определений, утверждений и правил.</p> <p><b>Владеть:</b> умениями определять структуру родовидовых определений; определять принадлежность заданного объекта к множеству объектов определенного типа основываясь на структуре его родовидового определения; определять структуру утверждений, имеющих форму импликации или эквиваленции и использовать ее при их применении и доказательстве.</p>

<p><b>ПК-3</b> – способен анализировать логическую структуру математических рассуждений и использовать ее для развития логической культуры обучающихся в рамках реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>ИДК-пк3.1:</b> определяет логическую структуру, истинностные значения математических суждений, правильность математических умозаключений, основываясь на определениях основных логических операций и отношений, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b> определения основных логических операций и отношений; правила определения истинностных значений математических суждений, правильность математических умозаключений.</p> <p><b>Уметь:</b> определять логическую структуру, истинностные значения математических суждений, правильность математических умозаключений; использовать язык алгебры высказываний и алгебры предикатов для формализации суждений и умозаключений из различных предметных областей (особое внимание обратить на школьную математику); классифицировать и преобразовывать суждения и умозаключения, используя их модели, построенные средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; определять тип формул (алгебры высказываний и алгебры предикатов), используя различные методы; проверять правильность рассуждений; строить следствия из данных утверждений и посылки для заданного утверждения; доказывать полноту и неполноту различных систем логических связей (операций); применять алгебру высказываний к реализации булевых функций и упрощению релейно-контактных схем.</p> <p><b>Владеть:</b> способами применения специальных математических, обще-логических, формально-логических и других способов познавательной деятельности к объектам математической логики (приемами анализа формулировок задач, теорем, преобразования выражений);</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p><b>ИДК-пк3.2:</b> строит интерпретации математических выражений, с учетом их логической структуры, в различных предметных областях и практике, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b> определения основных логических операций и отношений; правила определения истинностных значений математических суждений, правильность математических умозаключений; правила интерпретации логических операций и отношений в суждениях из различных предметных областей.</p> <p><b>Уметь:</b> строить интерпретации математических выражений, с учетом их логической структуры, в различных предметных областях и практике; разъяснять процесс интерпретации математических выражений, с учетом их логической структуры, в различных предметных областях и практике.</p> <p><b>Владеть:</b> основными способами построения интерпретаций математических выражений, с учетом их логической структуры, в различных предметных областях и практике</p>
	<p><b>ИДК-пк3.3:</b> решает учебные и содержательные логические задачи с применением методов математической логики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b> описание применения основных методов математической логики к решению содержательных логических задач.</p> <p><b>Уметь:</b> решать содержательные и логические задачи с применением основных методов математической логики; обосновывать и комментировать для обучающихся применения основных методов математической логики к решению содержательных логических задач.</p> <p><b>Владеть:</b> способами применения основных методов математической логики к решению содержательных логических задач.</p>
<p><b>ПК-4</b> способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных</p>	<p><b>ИДК-пк4.1</b> преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных</p>	<p><b>Знать:</b> основные виды математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; основные правила преобразования математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; основные виды и этапы построения алгоритмов для решения математических задач.</p> <p><b>Уметь:</b> преобразовывает математические модели, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов для решения теоретических и практических задач;</p>

<p>программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>применять правила преобразования математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; описывать процесс преобразования математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; описывать алгоритм действий при построении и преобразовании математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов для решения теоретических и практических задач. <b>Владеть:</b> основными приемами построения и преобразования математических моделей, с применением средств алгебры высказываний и алгебры предикатов.</p>
	<p><b>ИДК-пк4.2</b> интерпретирует основные виды математических моделей и методов в заданном контексте в соответствии с определенными целями при решении теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b> основные виды математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; основные правила интерпретации компонент математических моделей и методов, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов. <b>Уметь:</b> определять условия применения основных видов математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера; преобразовывать математические модели, построенные средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; применять основные математические методы алгебры высказываний и алгебры предикатов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера; комментировать для обучающихся процесс построения и преобразования основных видов математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера. <b>Владеть:</b> способами применения аппарата математической логики в процессе изучения различных предметных областей (выделять предметы, связи и отношения между ними, строить символичные модели суждений и умозаключений, анализировать и преобразовывать их и интерпретировать в исходной предметной области).</p>

	<p><b>ИДК-пк4.3</b> строит математические модели и методы для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b> основные виды математических моделей, построенных средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; основные правила построения математических моделей средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; основные виды и этапы построения алгоритмов для решения математических задач.</p> <p><b>Уметь:</b> строить математические модели средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов для решения теоретических и практических задач; применять правила построения математических моделей средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; описывать процесс построения математических моделей средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов; описывать алгоритм действий при построении и преобразовании математических моделей средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов для решения теоретических и практических задач.</p> <p><b>Владеть:</b> основными приемами построения и преобразования математических моделей, с применением средств алгебры высказываний и алгебры предикатов.</p>
<p><b>ПК-5</b> способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>ИДК-пк5.2</b> иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>Знать:</b> определение характерных черт математики, присущих различным элементам содержания базовых разделов математической логики и теории алгоритмов.</p> <p><b>Уметь:</b> обосновывать владение различными элементами содержания базовых разделов математической логики и теории алгоритмов теми или иными характерными чертами математики.</p> <p><b>Владеть:</b> обосновывать общекультурное значение и место в системе наук базовых разделов математической логики и теории алгоритмов, с использованием свойства их универсальной применимости.</p>

## IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестр (-ы)			
		6	7		
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	96	64	32		
В том числе:	-				-
Лекции (Лек)/(Электр)	48	32	16		
Практические занятия (Пр)/(Электр)	48	32	16		
Лабораторные работы (Лаб)					
<b>Консультации (Конс)</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>		
<b>Самостоятельная работа (СР)</b>	<b>9</b>	<b>6</b>	<b>3</b>		
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), (Контроль) часы	52	26	26		
Контроль (КО)	20	10	10		
<b>Контактная работа, всего (Конт.раб)*</b>	119	76	43		
Общая трудоемкость: зачетные единицы	5	3	2		
часы	180	108	72		

### 4.2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### Раздел 1. Алгебра высказываний

**1.1. Формулы алгебры высказываний.** Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Типы формул алгебра высказываний. Типы множеств формул. Эквивалентность формул алгебра высказываний. Основные эквивалентности. Способы проверки эквивалентности формул. Упрощение систем высказываний.

**1.2. Нормальные формы формул алгебры высказываний.** Полные и неполные системы связок. Нормальные и совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний.

Критерии тождественной истинности и тождественной ложности формул алгебра высказываний. Булевы функции и их реализация формулами алгебра высказываний.

**1.3. Применение алгебры высказываний к решению технических и логических задач.** Применение алгебры высказываний к упрощению релейно-контактных схем. Отношение логического следования на множестве формул алгебры высказываний: определение, свойства, критерии правильности, применение для проверки правильности рассуждений, построения следствий из совокупности суждений и посылок для суждения.

## **Раздел 2. Алгебра предикатов**

**2.1. Формулы алгебры предикатов.** Интуитивно философское и формальное математическое определение предиката, области определения и области истинности предиката. Типы предикатов. Операции над предикатами. Функции (операции) на множествах. Связь операций и предикатов. Функциональные, предикатные символы, их интерпретация в разных множествах. Язык первого порядка. Алфавит языка первого порядка. Сигнатура. Формулы алгебры предикатов. Свободные и связанные переменные формул алгебры предикатов.

Алгебра предикатов заданной сигнатуры. Терм, формула. Интерпретация свободных и связанных переменных. Алгебраическая система данной сигнатуры. Интерпретация формул заданной сигнатуры в алгебраических системах. Типы формул алгебры предикатов: выполнимая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная в алгебраической системе формула; выполнимая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная формула. Построение формальных моделей суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов.

**2.2. Эквивалентность формул алгебры предикатов.** Определение эквивалентности формул в алгебраической системе, в классе алгебраических систем, логическая эквивалентность (независимо от интерпретаций), свойства эквивалентности. Основные эквивалентности алгебры предикатов, способы доказательства эквивалентности и неэквивалентности формул, применение эквивалентных преобразований к преобразованию суждений.

## **Раздел 3. Аксиоматические теории**

**3.1. Аксиоматические теории и их свойства.** Содержательные и формальные аксиоматические теории: способы построения, примеры. Интерпретации и модели аксиоматических теорий. Свойства аксиоматических теорий: непротиворечивость, полнота, независимость, разрешимость, категоричность.

**3.2. Аксиоматическая теория исчисления высказываний в секвенциальной форме.** Описание процесса построения исчисления высказываний, определения компонент - формул, секвенций, аксиом, правил вывода, выводов (доказательств), теорем. Допустимые правила вывода. Квазивывод. Эквивалентность вывода и квазивывода. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления высказываний. Истинность и тождественная истинность формул и секвенций. Характеризация доказуемых формул и секвенций. Полнота исчисления высказываний (теорема Геделя). Непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний. Независимость исчисления высказываний.

**3.3. Аксиоматическая теория исчисления предикатов заданной сигнатуры в секвенциальной форме:** описание процесса построения; определения компонент - формул, секвенций, аксиом, правил вывода, выводов (доказательств), теорем. Истинность и тождественная истинность формул и секвенций. Характеризация доказуемых формул и секвенций. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления предикатов. Доказательство основных эквивалентностей. Аксиоматические теории первого порядка: определение, способы построения, примеры теорий первого порядка из различных разделов математики с различными

свойствами. Теория доказательств в секвенциальном исчислении первого порядка: аксиомы, правила вывода, доказательство (линейное и в виде дерева).

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен.

## 7 семестр

### Раздел 4. Различные модели вычислимости

Интуитивное понятие алгоритма. Примеры алгоритмов. Вычислимые функции. МНР-вычислимые функции. Разрешимые предикаты и проблемы. Основные вычислимые функции. Соединение программ. Операторы подстановки, рекурсии и минимизации. Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча. Алгоритмы в школьном курсе математики.

### Раздел 5. Алгоритмические проблемы в логике и математике

Нумерация программ. Нумерация вычислимых функций. Универсальная вычислимая функция. Невозможность вычислимой функции, универсальной для класса всех тотальных вычислимых функций. Главная универсальная вычислимая функция. Теорема о трансляторе (s-m-n-теорема). Неразрешимые проблемы в теории вычислимости, алгебре, теории чисел.

**Форма промежуточной аттестации:** зачет

### 4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС			
1.1	Формулы алгебры высказываний	2	2		1	Контрольная работа, собеседование	ПК-2 ПК-3 ПК-4 ПК-5	5
1.2	Нормальные формы формул алгебры высказываний	4	4		1			9
1.3	Применение алгебры высказываний к решению технических и логических задач	4	4		1			9
2.1	Формулы алгебры предикатов	4	4		1			9

2.2	Эквивалентность формул алгебры предикатов	4	4		1			9
3.1	Аксиоматические теории и их свойства	2	2		1	Контрольная работа, собеседование	ПК-2 ПК-3 ПК-4 ПК-5	5
3.2	Аксиоматическая теория исчисления высказываний в секвенциальной форме	8	8					16
3.3	Аксиоматическая теория исчисления предикатов заданной сигнатуры в секвенциальной форме	4	4					8
4.1	Интуитивное понятие алгоритма. Примеры алгоритмов. Вычислимые функции.	2	2		1			5
4.2	МНР-вычислимые функции. Разрешимые предикаты и проблемы.	2	2		1	Контрольная работа, собеседование	ПК-2 ПК-3 ПК-4 ПК-5	5
4.3	Основные вычислимые функции. Соединение программ. Операторы подстановки, рекурсии и минимизации.	2	2		1			5

4.4	Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча.	6	6				12
5.1	Алгоритмы в школьном курсе математики	2	2				4
5.2	Неразрешимые проблемы в теории вычислимости, алгебре, теории чисел	2	2				4
	<b>ИТОГО (в часах)</b>	48	48	0	9		105

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов;
- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (при наличии) отсутствуют

## V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### а) Основная литература

1. Ершов Ю. Л. Математическая логика [Текст] : учеб. пособие / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2005. - 336 с. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Предм. указ.: с. 335-336. - ISBN 5-8114-0533-2
2. Игошин, Владимир Иванович. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов [Текст] : учебное пособие / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2007. - 304 с. - ISBN 5-7695-3728-0

3. Глухов, М. М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов [Текст] / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, А. Б. Шишков, В. А. Шапошников. - Москва : Лань, 2008. - 112 с. : ил. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0853-5

#### **б) Дополнительная литература**

1. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Текст] / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - Москва : Лань, 2010. - 368 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1068-2
2. Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике [Текст] : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0477-2
3. Лихтарников, Л. М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения [Электронный ресурс] / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. - 4-е изд., стер. - Электрон. текстовые дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 288 с. - ЭБС "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0082-9
4. Мальцев И.А. Дискретная математика [Текст] / И. А. Мальцев. - Москва : Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1010-1
5. Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие / С. В. Яблонский. - Изд. 5-е, стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 384 с. - ISBN 978-5-06-005943-4

#### **г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО«Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

## **VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Помещения и оборудование**

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

#### **Оборудование**

Колонки активные MicroLab ЗКЩ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400\*700\*800) ольха, проектор XGA BenQ PB.

Интерактивная система Smart Board 680i2 со встроенным проектором Unifi45, ноутбук Asus X51 RL, щиток электромонтажный 17135

### **6.2. Лицензионное и программное обеспечение**

#### **в) программное обеспечение**

**Windows XP** (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

**Антивирус Kaspersky** (Форус Контракт№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц.№1В08161103014721370444)

**LibreOffice** (LGPL-3.0, MPL 2.0)

**MSOffice2007** (Номер Лицензии Microsoft 43364238)  
**7-zip** (GNU LGPL)  
**VLC** (L-GPL-2.1+)  
**Mozilla Firefox** (GNU GPL, GNU LGPL)  
**WinDjView** (GNU GPL)  
**XnView MP** (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)  
**Acrobat Reader DC** (Условия правообладателя  
 Условия использования по ссылке: [http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients\\_PC\\_WWEULA-en\\_US-20150407\\_1357.pdf](http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf))  
**windows 7** (Договор №03-015-16  
 Подписка №1204045827)  
**Антивирус Kaspersky** (Форус Контракт№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц.№1В08161103014721370444)  
**LibreOffice** (LGPL-3.0, MPL 2.0)  
**PeaZip** (GNU GPL, GNU LGPL)  
**MSOffice2007** (Номер Лицензии Microsoft 43364238)  
**VLC** (L-GPL-2.1+)  
**Mozilla Firefox** (GNU GPL, GNU LGPL)  
**WinDjView** (GNU GPL)  
**XnView MP** (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)  
**Acrobat Reader DC** (Условия правообладателя  
 Условия использования по ссылке: [http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients\\_PC\\_WWEULA-en\\_US-20150407\\_1357.pdf](http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf))  
**SMART NoteBook** (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

## VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий (компьютерные симуляции, деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций, психологические и иные тренинги, групповые дискуссии), развивающие у обучающихся навыки командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

В основном применяются интерактивные формы: эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый. Объяснительно-иллюстративный метод применяется только на этапе разъяснения целей и задач изучения того или иного содержания.

Используемые формы и методы интерактивного обучения	
<b>эвристическая беседа</b>	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
<b>дискуссия</b>	Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.
<b>проблемный подход</b>	Применяется на различных этапах лекционных и практических занятий. На лекциях: при мотивации изучения новой темы ставится

	<p>проблема теоретического или практического плана, для решения которой у студентов недостаточно знаний и умений; самостоятельная формулировка теоретических положений для новых классов объектов по аналогии с данными; самостоятельное доказательство теорем или их фрагментов и т.д.</p> <p>На практических занятиях ставится проблема применения теоретических положений для решения конкретных задач, проблема обобщения метода на класс задач, проблема переноса метода на новый класс задач и т.д.</p>
<b>метод проектов</b>	<p>Адаптировать изложение какой-либо темы для обучающихся определенного уровня: восстановить полные формулировки и подробные доказательства теоретических положений; разработать практические задания, позволяющие поэтапно формировать более сложный метод решения класса задач и т.д.</p> <p>Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.</p>
<b>работа в группах</b>	<p>Применяется в сочетании с другими интерактивными методами. Например: математическая карусель, командная устная олимпиада, командный блиц-турнир, групповой проект, работа в парах при взаимной проверке решения задач и т.д.</p>
<b>творческие задания</b>	<p>Сформулировать теоретические положения для новых классов объектов по аналогии с данными.</p> <p>Обобщить метод решения частной задачи на класс задач.</p> <p>Преобразовать известный метод так, чтобы он мог быть применен к решению нового класса задач.</p> <p>Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.</p>

**Наименование тем занятий с использованием активных форм обучения:**

	Тема занятия	Вид занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	Кол-во часов
	Эквивалентность формул алгебры высказываний и ее применение к анализу и преобразованию суждений.	Лекция	эвристическая беседа	2
	Применение алгебры высказываний к решению технических	Практическое занятие	Проблемный подход	2
	Применение алгебры высказываний к решению логических задач	Практическое занятие	Метод проектов	4
	Применение формул алгебры предикатов для	Практическое	Творческие задания	2

	анализа суждений и построения их математических моделей	занятие		
	Применение эквивалентности формул алгебры предикатов к анализу и преобразованию суждений	Практическое занятие	Творческие задания	4
	Доказательство допустимости правил вывода в аксиоматической теории исчисления высказываний в секвенциальной форме	Практическое занятие	Работа в группах	2
	Алгоритмы в школьном курсе математики	Практическое занятие	Работа в группах Метод проектов	2
	Неразрешимые проблемы в теории вычислимости, алгебре, теории чисел.	лекция	Дискуссия	2
Итого часов				20

## VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

#### 6 семестр

##### Текущий контроль

Текущий контроль освоения каждой учебной единицы осуществляется на лекционных или практических занятиях, в зависимости от места, роли и содержания учебной единицы в общем содержании дисциплины.

Формы проведения текущего контроля:

- проверка выполнения домашних практических и теоретических заданий;
- проверка результатов выполнения проверочных и контрольных работ по каждой теме и разделу.

Типовые варианты заданий по каждой учебной единице и требования к ее изучению сформулированы в учебном пособии по математической логике, которое должно быть у каждого студента в печатном или электронном варианте.

##### Рубежный контроль

Рубежный контроль проводится по окончании изучения раздела в виде контрольной работы, содержащей теоретические и практические задания. В зависимости от наличия или отсутствия аудиторного времени, контрольная работа может быть выполнена во внеаудиторном режиме по индивидуальным карточкам. Время проведения контрольных работ указано в карте самостоятельной работы студента.

**Темы контрольных заданий** по первому разделу «Алгебра высказываний»:

- проверка правильности рассуждений с применением критериев, которые, в свою очередь, выявляют знания критериев тождественной истинности формул алгебры высказываний, основанные на умении эквивалентными преобразованиями строить нормальные формы для формул алгебры высказываний; умение строить совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний;
- построение следствий из заданных посылок, содержащих только простые высказывания, входящие в исходные посылки (всех, некоторых);

- построение посылок для заданного утверждения;
- применение моделирования суждений средствами алгебры высказываний для выявления необходимых и достаточных условий, построение обратных, противоположных и обратно-противоположных суждений;
- применение моделирования средствами алгебры высказываний релейно-контактных схем с целью их упрощения или построения по определенным условиям.

**Темы контрольных заданий** по второму разделу «Алгебра предикатов»:

- доказательство выполнимости или опровержимости формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов;
- построение модели суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов;
- доказательство эквивалентности формул алгебры предикатов;
- доказательство эквивалентности суждений с применением алгебры предикатов;
- упрощение суждений с применением алгебры предикатов;

**Темы контрольных заданий** по третьему разделу «Аксиоматические теории»:

- построение доказательств (линейных и в виде дерева) для формул и секвенций исчисления высказываний;
- доказательство допустимости правил вывод исчисления высказываний;
- доказательство независимости аксиом и правил вывода исчисления высказываний;
- выделение логической структуры содержательного доказательства теорем школьного курса математики и построение ее схемы в терминах правил вывода исчисления высказываний;
- построение системы аксиом средствами исчисления предикатов для какой-либо содержательной теории.

**Примеры контрольных работ**

### 1. Итоговая контрольная работа по теме «Алгебра высказываний»

#### Задание 1.

Записать символьные модели высказываний и определить их истинностные значения:

- Тигр – травоядное животное, следовательно, Джон Кеннеди – президент Франции.
- Для равенства  $2 \cdot 2 = 5$  необходимо, чтобы  $2 \cdot 3 \neq 6$  или  $2 - 6 = 8$ .

#### Задание 2

Построить таблицу истинности для формулы и определить ее тип:

$$\neg((\neg A \wedge \neg B) \rightarrow (\neg A \vee C))$$

#### Задание 3

Доказать, что если формулы  $A \vee B$  и  $\neg A \vee C$  тождественно истинны, то формула  $B \vee C$  тождественно истинна

#### Задание 4

Проверить совместность множеств утверждений:

Либо Дама Бубон не крала бульон, либо, если Алиса все перепутала, бульон съел Валет. Если бульон украла Дама Бубон, то неверно, что Алиса все перепутала. Если Валет съел бульон, то все-таки Алиса все перепутала.

#### Задание 5

Проверить правильность рассуждения, пользуясь определением и критерием:

Для того, чтобы быть допущенным к экзаменам, необходимо получить зачет по логике. Я получу этот зачет, если научусь устанавливать непротиворечивость множества формул. Я этот способ не усвоил. Следовательно, я не буду допущен к экзамену.

#### Задание 6

Построить релейно-контактную схему по данным условиям работы:

Два игрока по установленному сигналу замыкают или размыкают выключатель, находящийся под управлением каждого из них. Если оба делают одно и то же, то выигрывает первый игрок, в

противном случае – второй. Построить такую схему, чтобы при выигрыше первого игрока зажигалась лампочка.

#### Задание 7

Решить логическую задачу:

В гимназии, перешедшей на самообслуживание, четверем старшеклассникам: Андрееву, Костину, Савельеву и Давыдову поручили убрать седьмой, восьмой, девятый и десятый классы. При проверке оказалось, что десятый класс плохо убран. Не ушедшие домой ученики сообщили следующее. Андреев: «Я убирал девятый класс, а Савельев – седьмой»;  
Костин: «Я убирал девятый класс, а Андреев – восьмой класс»;  
Савельев: «Я убирал восьмой класс, а Костин – десятый класс».  
Давыдов ушел домой. Оказалось, что каждый ученик одну половину говорил правильно, а другую – неправильно. Какой класс убирал каждый ученик?

#### 2. Итоговая контрольная работа по теме «Алгебра предикатов»

##### Задание 1

Для следующих предикатов, определенных на указанных множествах, составить таблицы истинности. Определить множества истинности предикатов:

$$D(x, y) \Leftrightarrow "x \text{ делит } y", x, y, z \in \{1, 2, 4\}$$

##### Задание 2

Изобразить на координатной прямой (плоскости) множества истинности следующих предикатов, заданных на  $R$ . Определить тип предикатов:

$$|x - 3| = 4$$

##### Задание 3

Формализовать следующие суждения, используя указанные предикаты, определенные на множестве всех людей:

$$C(x) \Leftrightarrow "x - \text{студент} ",$$

$$Ч(x) \Leftrightarrow "x \text{ умеет читать} ",$$

$$Я(x) \Leftrightarrow "x - \text{японец} ",$$

$$P(x) \Leftrightarrow "x - \text{знает русский язык} ",$$

$$Л(x, y) \Leftrightarrow "x \text{ любит } y"$$

- 1) Все студенты умеют читать.
- 2) Некоторые японцы знают русский язык.
- 3) Ни один из студентов не является японцем.
- 4) Некоторые люди, знающие русский язык, не являются японцами.

##### Задание 4

Перевести с формального языка на содержательный:

$$1) \quad \forall x \forall y (x \in N \wedge y \in N \rightarrow x \cdot y = y \cdot x);$$

$$2) \quad \forall x (x \in R \rightarrow |\sin x| \leq 1).$$

##### Задание 5

Записать с помощью формул алгебры предикатов следующие высказывания:

1) Существует не более чем один элемент  $x$ , такой, что  $F(x)$ .

2) Существует по крайней мере два элемента  $x$  и  $y$ , такие, что  $F(x)$  и  $F(y)$ .

##### Задание 6

Запишите на формальном языке, используя следующие предикаты:

$$T(x) \Leftrightarrow "x - \text{точка} ",$$

$$Пр(x) \Leftrightarrow "x - \text{прямая} ",$$

$$Пл(x) \Leftrightarrow "x - \text{плоскость} ",$$

$$Л(x, y) \Leftrightarrow "x \text{ лежит на } y"$$

- 1) Через каждые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести единственную плоскость.  
 2) Через каждые две точки можно провести прямую, и, если эти точки различные, то прямая единственна.

3. Итоговая контрольная работа по теме «Исчисление высказываний»

Задание 1

Построить доказательства в виде дерева и линейные доказательства секвенций

- 1)  $\Phi \rightarrow X, X \rightarrow \Psi \vdash \Phi \rightarrow \Psi$  ;  
 2)  $\Phi \wedge \Psi \vdash \Psi \wedge \Phi$  ;  
 3)  $\Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow X) \vdash \Phi \wedge \Psi$  .

Задание 2

Построить выводы (квазивыводы) следующих формул:

- 1)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B)$  ;  
 2)  $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow ((B \vee A) \rightarrow (A \rightarrow B))$  ;

Задание 3

Пользуясь теоремой о полноте, доказать, что следующие секвенции выводимы:

- 1)  $\vdash \neg \neg \neg X \rightarrow \neg X$  ;  
 2)  $\vdash (\neg Y \rightarrow X) \rightarrow (\neg X \rightarrow Y)$  ;

**Оцениваются работы по следующей схеме:**

- «отлично» - выполнены все задания либо без недочетов, либо с техническими недочетами типа «описка» и т.д.;
- «хорошо» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в одном или двух заданиях; выполнены без недочетов все задания, кроме одного;
- «удовлетворительно» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в более чем двух заданиях; выполнена без недочетов половина заданий и с недочетами еще хотя бы одно задание;
- «неудовлетворительно» - во всех случаях, не перечисленных в предыдущих пунктах.

**7 семестр**

**Демонстрационный вариант теста по разделам 1,2**

1. Программа P: J(1,2,5) Начальная конфигурация:

S(2)

10	1	3	0	0	0	0	0	0	0	...
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

J(2,3,10)

J(1,1,1)

T(2,3)

Записать значение третьего регистра после остановки вычисления программы. Оставить поле пустым, если программа не останавливается.

2. Написать МНР-программу, вычисляющую функцию  $f(x, y) = x + y$  .

3. Основные функции: нуль-функция  $o(x) = 0$  для всех  $x$  ,

функция следования  $s(x) = x + 1$  ,

функции проекции  $U_i^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_i$  ( $n \geq 1, 1 \leq i \leq n$ ).

Дана функция

$$f(x_1, x_2, x_3) = U_1^4(s(s(s(s(U_2^3(x_1, x_2, x_3))))), s(s(o(U_2^2(x_1, x_2))))), x_1, s(s(s(U_3^3(x_1, x_2, x_3)))) )$$

Вычислить  $f(2,1,1) =$

4. Получить функцию  $g(x) = (x + 1)(x + 2)$  подстановкой из функций  $f(x, y) = x \cdot y$  и  $s(x) = x + 1$

:  $g(x) =$

5. Функция  $h(x)$  задана рекурсивно:  $h(0) = 3$ ,  $h(y + 1) = 2y + h(y)$ . Вычислить  $h(2) =$
6. Схема примитивной рекурсии:  
 $h(x, 0) = f(x)$ ,  $h(x, y + 1) = g(x, y, h(x, y))$ . Функция  $h(x, y)$  определена посредством рекурсии над функциями  $f(x) = x$ ,  $g(x, y, z) = \min(3x, 2yz)$ . Вычислить  $h(2, 2) =$
7. Для функции  $g(x) = \mu z < x (|z - 3| = 8)$  вычислить  $g(3) =$  и  $g(100) =$   
(если значение функции не определено при данном значении переменной – оставить поле пустым)
8. Для функции  $g(x, y) = \mu z (|x - y \cdot z| = 0)$  вычислить  $g(6, 3) =$  и  $g(3, 6) =$   
(если значение функции не определено на данном наборе значений переменных – оставить квадрат пустым)
9. Известно, что  $f(x, 0) = x^2$ ,  $f(x, y + 1) = (y + 1)! \cdot f(x, y)$ . Отметить верные утверждения:  
 $f(x, y)$  - тотальная частично-рекурсивная функция  
 $f(x, y)$  - тотальная примитивно-рекурсивная функция  
 $f(x, y)$  - примитивно-рекурсивная функция, не являющаяся тотальной  
 $f(x, y)$  - частично-рекурсивная функция, не являющаяся тотальной
10. Даны множества  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $C = \{6, 7\}$ .  
Найти множество  $(A \cap B) \cup (C \setminus B) =$   
и декартово произведение  $C \times A =$
11. Указать среди следующих множеств счетные множества:  
множество действительных чисел  
множество целых чисел, кратных 3  
множество отрицательных рациональных чисел  
множество натуральных чисел, меньших 1000
12. Найти область определения  $Dom(f(x)) =$  и  
область значений  $Ran(f(x)) =$  функции  $f(x) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , если  $f(x) = sg(5 - x)$
13. Найти  $P_{231}$
14. Найти  $W_{231} =$  и  $E_{231} =$
15. Вычислить  $\Psi_v(0, 0) =$ , где  $\Psi_v(x, y)$  - универсальная функция для одноместных вычислимых функций. (если функция не определена при данных значениях, оставить поле пустым)

**Демонстрационная контрольная работа по теме «Операторы подстановки, рекурсии и минимизации»**

Напишите МНР-программу, вычисляющую функцию, значения которой совпадают с соответствующими значениями последовательности Фибоначчи.

Докажите вычислимость функций:

$$x!$$

$$x \cdot y,$$

$$D(x) = \text{"число делителей } x\text{"}, D(0) = 1,$$

$$p_x = \text{" } x - e \text{ простое число "}$$

**Демонстрационная контрольная работа по теме «Алгоритмы в школьном курсе математики»**

1. В каждой клетке доски  $11 \times 11$  стоит шашка. За один ход игрок должен снять с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Кто выигрывает при правильной игре?

2. На доске написаны числа 25 и 36. За один ход разрешается дописать любое натуральное число – разность любых двух имеющихся на доске чисел, если оно еще не встречалось. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
3. Имеется две кучки по 7 камней. За ход разрешается взять один камень из любой кучки или по камню из каждой кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
4. Ферзь стоит на поле с1. За ход его можно передвинуть на любое число клеток вверх, или вправо, или по диагонали вправо-вверх. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто выигрывает при правильной игре?
5. Имеется 68 монет разной массы. Как за 100 взвешиваний найти самую тяжелую и самую легкую?
6. Дано шесть гири: две зеленых, две красных, две синих. В каждой паре одна гиря тяжелая, а другая – легкая, причем все тяжелые гири весят одинаково, а все легкие – тоже. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах найти все тяжелые гири?
7. Имеется четыре монеты, одна из которых фальшивая, отличающаяся от остальных по весу. Имеются также китайские чашечные весы. Весы таковы, что если положить на их чашки одинаковые по массе грузы, то любая из чашек может перевесить, а если грузы различны по массе, то непременно перевесит чашка с более тяжелым грузом. Как за три взвешивания на таких весах наверняка выявить фальшивую монету и определить, легче она или тяжелее настоящих?

## **8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).**

### **Вопросы и задания к зачету (экзамену)**

Экзамен проводится в письменной форме по билетам, включающим один теоретический вопрос и три практических задания.

### **Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену**

#### *Теоретическая часть:*

1. Высказывание и операции над высказываниями. Алгебра высказываний.
2. Формулы алгебры высказываний. Типы формул. Примеры формул разных типов. Взаимосвязь формул разных типов.
3. Эквивалентность формул алгебры высказываний. Основные эквивалентности. Методы доказательства эквивалентности.
4. Классификация множеств формул алгебры высказываний: совместимые (выполнимые), несовместимые (противоречивые, невыполнимые). Критерии проверки.
5. Полнота систем логических связок. Доказательство полноты и неполноты каких-либо систем.
6. КНФ формул алгебры высказываний. Теорема о существовании, алгоритм приведения к КНФ.
7. ДНФ формул алгебры высказываний. Теорема о существовании, алгоритм приведения к ДНФ.
8. Критерий тождественной истинности формул алгебры высказываний.
9. Критерий тождественной ложности формул алгебры высказываний.
10. СКНФ формул алгебры высказываний. Существование и единственность.
11. СДНФ формул алгебры высказываний. Существование и единственность.
12. Булевы функции и их реализация формулами алгебры высказываний.
13. Логическое следование и его свойства. Критерий правильности логического следования.
14. Критерий правильности логического следования, основанный на свойствах СКНФ. Построение всех следствий из заданных посылок.
15. Критерий правильности логического следования, основанный на свойствах СДНФ. Построение посылок для заданных следствий.

16. Логическое обоснование основных методов доказательства.
17. Необходимые и достаточные условия. Прямые, обратные, противоположные и обратно-противоположные теоремы и их попарные эквивалентности (с доказательством).
18. Построение исчисления высказываний в секвенциальной форме: язык, формулы, секвенции, аксиомы, правила вывода, линейный вывод, теорема.
19. Дерево вывода. Теорема о эквивалентности линейного вывода и вывода в виде дерева.
20. Допустимые правила вывода (доказать 2-3 правила). Квазивывод. Эквивалентность квазивывода и вывода.
21. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления высказываний. Основные эквивалентности (доказательство 2-3).
22. Истинность и тождественная истинность секвенций. Характеризация доказуемых секвенций.
23. Теорема о полноте исчисления высказываний: доказуемость тождественно истинных секвенций, Лемма 1 с доказательством, Леммы 2-5 только формулировки, доказательство теоремы.
24. Теорема о полноте исчисления высказываний: доказуемость тождественно истинных секвенций, Лемма 2 с доказательством, Леммы 1, 3-5 только формулировки, доказательство теоремы.
25. Теорема о полноте исчисления высказываний: доказуемость тождественно истинных секвенций, Лемма 3 с доказательством, Леммы 1,2,4,5 только формулировки, доказательство теоремы.
26. Теорема о полноте исчисления высказываний: доказуемость тождественно истинных секвенций, Лемма 4 с доказательством, Леммы 1-3, 5 только формулировки, доказательство теоремы.
27. Теорема о полноте исчисления высказываний: доказуемость тождественно истинных секвенций, Лемма 5 с доказательством, Леммы 1-4 только формулировки, доказательство теоремы.
28. Непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний (определение понятий, формулировка и доказательство теорем).
29. Независимость исчисления высказываний (доказательство независимости для 2-х правил).
30. Предикат. Множество истинности предиката. Типы предикатов.  
Характеризация множеств истинности предикатов различных типов.
31. Операции над предикатами. Связь операций над предикатами с операциями над их множествами истинности.
32. Формулы алгебры предикатов сигнатуры  $\Sigma$ . Примеры формул различных сигнатур.
33. Истинность формул алгебры предикатов на алгебраических системах сигнатуры  $\Sigma$ .
34. Типы формул алгебры предикатов. Примеры формул разных типов.
35. Эквивалентность формул алгебры предикатов. Основные эквивалентности формул алгебры предикатов, полученные из эквивалентностей алгебры высказываний (доказательство 2-3).
36. Эквивалентность формул алгебры предикатов. Доказательство законов де Моргана для кванторов.
37. Эквивалентность формул алгебры предикатов. Доказательство эквивалентностей, описывающих свойства перестановок операций квантификации с другими операциями (доказательство 2-3).
38. Логическая общезначимость формул алгебры предикатов. n-общезначимость формул. Разрешимость проблемы n-общезначимости.
39. Приведенная и предваренная нормальные формы формул алгебры предикатов. Определение и демонстрация построения на примерах.
40. Построение исчисления предикатов сигнатуры  $\Sigma$ : язык, формулы, секвенции, аксиомы, правила вывода, вывод, теорема.
41. Допустимые правила вывода. Доказательство допустимости 2-х правил.
42. Характеризация доказуемых в исчислении предикатов сигнатуры  $\Sigma$  формул и секвенций.

43. Полнота исчисления предикатов сигнатуры  $\Sigma$ . Теорема Геделя о полноте.
44. Непротиворечивость исчисления предикатов сигнатуры  $\Sigma$ . Свойства непротиворечивых множеств формул ИП  $\Sigma$ .
45. Синтаксическая эквивалентность формул ИП  $\Sigma$ .
46. Теория 1-го порядка: описание различных способов построения, определение различных свойств (аксиоматизируемость, непротиворечивость, полнота, разрешимость, категоричность). Примеры теорий 1-го порядка: теория групп, теория колец, теория полей.

Практические задания:

1. Установление типа формулы, множества формул с использованием критериев.
2. Доказательство эквивалентности формул.
3. Приведение формул к нормальному виду (КНФ, ДНФ, СКНФ, СДНФ).
4. Построение формул алгебры высказываний, реализующих булевы функции.
5. Упрощение релейно-контактных схем.
6. Необходимые и достаточные условия, преобразование утверждений в обратные, противоположные и обратные к противоположным утверждениям.
7. Логическое следование. Проверка правильности. Построение следствий из заданных суждений. Построение посылок для заданных суждений.
8. Установление типа предиката (типа формулы алгебры предикатов) через построение множеств истинности (алгебраических систем, реализующих формулу).
9. Запись математических предложений формулами алгебры предикатов.
10. Доказательство эквивалентности формул алгебры предикатов: по определению или через эквивалентные преобразования.
11. Доказательство выводимости секвенций через построение вывода с использованием теоремы о полноте.
12. Доказательство допустимости правил вывода исчисления высказываний.
13. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления высказываний

**7 семестр**

**Вопросы и задания к экзамену**

1. Машина с неограниченными регистрами. Команды обнуления, прибавления единицы, переадресации, условного перехода.
2. МНР-вычислимые функции.
3. Разрешимые предикаты и проблемы.
4. Операторы подстановки, примитивной рекурсии, ограниченной минимизации, минимизации. Теоремы об их вычислимости (определения, формулировки теорем).
5. Вычислимость конкретных функций (уметь доказывать).
6. Частично-рекурсивные и примитивно-рекурсивные функции. Теорема о совпадении класса ч.р.ф. и класса всех МНР-вычислимых функций.
7. Другие подходы к вычислимости. Машина Тьюрига. Тезис Черча.
8. Нумерация декартовых произведений. Нумерация команд. Нумерация программ. Нумерация вычислимых функций (функции  $\pi, \zeta, \tau, \beta$ )
9. Теорема о существовании невычислимой всюду определенной функции
10. Универсальная функция
11. Основные неразрешимые проблемы.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки) утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N 125 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Авторы программы:

Дулатова Зайнеп Асаналиевна, к.ф.-м.н., зав. кафедрой математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»;

Е.С. Лапшина, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры - разработчика программы.**