



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра математики и методики обучения математике



А.В. Семиров

апреля 2025г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) Б1.В.05 Содержательные особенности курса геометрии в профильной школе

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) подготовки Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника Магистр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 3 от « 27 » марта 2025 г.

Председатель М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 5 от « 13 » марта 2025 г.

Зав. кафедрой О.С. Будникова

Иркутск 2024 г.

## **I. Цели и задачи дисциплины (модуля):**

Образовательная цель состоит в том, чтобы рассмотреть основные содержательно-методические линии курса геометрии в профильной школе, познакомить с основными методами решения планиметрических и стереометрических задач, освоить методы решения задач второй части ЕГЭ. На рассмотрении этого направления и сосредоточено содержание этой дисциплины.

Научная цель: заложить понимание формальных основ современной геометрии, познакомить с общими идеями и принципами, которые лежат в основе геометрии, в том числе аксиоматического метода; выработать у студентов достаточный уровень геометрической интуиции, позволяющей им использовать различные методы при решении геометрических задач.

Задачи дисциплины:

- изучение основных типов планиметрических задач школьной геометрии;
- изучение основных типов стереометрических задач школьной геометрии;
- освоение методов решения таких задач и рассмотрение вопросов обучения этим методами;
- освоение методов решения геометрических задач ЕГЭ;
- воспитание общей математической культуры, необходимой для более глубокого понимания школьного курса геометрии.

## **II. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Дисциплина «Содержательные особенности курса геометрии в профильной школе» входит в профессиональный цикл Б1.В.05. Она тесно связана и опирается на курс математики среднего (полного) общего образования. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для профессиональной подготовки студентов.

При разработке содержания дисциплины и организации ее изучения доминирующим являлись принципы практической ориентированности и профессиональной направленности на педагогическую деятельность. Курс окажется особенно полезным для магистрантов направления «Математическое образование», являющихся практикующими учителями в школе. Акцент в проведении курса предполагается делать одновременно и на математической составляющей (содержание математических теорий), и на методической (как этим теориям можно обучать, какие возможны математические и логические ошибки в рассуждениях обучающихся, в их представлении решений и др.).

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами:

Б1.В.05 Геометрия

Б1.В.23 Решение профессиональных задач (практикум)

Б1.В.07 Методика обучения математике в общем и профессиональном образовании

### III. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

ПК-1; ПК-2; ПК-6; ПК-7

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<b>ПК-1</b> способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения произвольных теоретических и практических задач, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	<b>ИДК-пк1.1:</b> преобразовывает математические выражения по основным правилам, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>• основные методы решения планиметрических и стереометрических задач элементарной геометрии;</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>• доказывать свойства математических понятий исходя из выделенных фиксированных средств;</li><li>• находить ошибки в решениях геометрических задач рассматриваемой тематики, обосновывать правильность или неправильность своих и чужих рассуждений.</li></ul>
<b>ПК-2</b> способен выявлять общую структуру математического знания, определять взаимосвязь между различными разделами математики, описывать систему основных математических структур, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	<b>ИДК-пк2.2:</b> определяет вид математической структуры и использует ее свойства при решении математических и практических задач, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	<ul style="list-style-type: none"><li>• обосновывать и разъяснять все свои действия в процессе доказательства утверждений и решения геометрических задач;</li><li>• самостоятельно выбирать математические средства для решения сформулированных задач;</li><li>• самостоятельно выбирать способ представления процесса и результата решения задачи и т.д.</li></ul>
<b>ПК-6</b> способен использовать содержание и методы элементарной математики в образовательной деятельности	<b>ИДК-пк6.1:</b> применяет методы элементарной математики для решения теоретических и практических задач учебного и олимпиадного характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	<ul style="list-style-type: none"><li>• конкретизировать формулировки математических определений и утверждений в соответствии с различными целями в различных ситуациях;</li><li>• доказывать основные утверждения элементарной геометрии;</li><li>• применять знания в процессе решения учебных задач стандартного и нестандартного характера;</li></ul>
<b>ПК-7</b> способен анализировать логику развития школьного курса математики с точки зрения современного состояния содержания и методологии математики, в том числе в процес-	<b>ИДК-пк7.2:</b> анализирует логику развития содержательных линий школьного курса математики с точки зрения методологии современной математики	<ul style="list-style-type: none"><li>• применять методы решения определенного класса задач в процессе решения учебных задач стандартного и нестан-</li></ul>



- 1.3 Особенности прямоугольных прямоугольников; решение задач.
- 1.4 Медианы, биссектрисы, высоты; решение задач.
- 1.5 Метод площадей: объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода; решение задач.
- 1.6 Окружность и многогранники; решение задач.

## Раздел 2. Методы решения стереометрических задач

- 2.1 Поэтапно - вычислительный метод: основная идея метода; объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода; решение задач.
- 2.2 Угол между прямыми; решение задач.
- 2.3 Угол между прямой и плоскостью; решение задач.
- 2.4 Угол между плоскостями. Использование теоремы об ортогональном проектировании для нахождения угла между плоскостями. Решение задач.
- 2.5 Расстояние от точки до плоскости. Метод объемов: основная идея метода; объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода; решение задач.
- 2.6 Расстояние между скрещивающимися прямыми.
- 2.7 Работа с теоремой в школьном курсе геометрии.

## **4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий**

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные материалы	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС			
1.	Поэтапно - вычислительный метод	2			20	Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк1.1:</b> преобразовывает математические выражения по основным правилам, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	19
2.	Алгебраический подход к решению геометрических задач	2	2		20	Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк2.2:</b> определяет вид математической структуры и использует ее свойства при решении математических и практических задач, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	14
3.	Особенности прямоугольных треугольников		2		25	Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк6.1:</b> применяет методы элементарной математики для решения теоретических и практи-	14

							ческих задач учебного и олимпиадного характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	
4.	Медианы, биссектрисы, высоты		2		18	Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк7.2:</b> анализирует логику развития содержательных линий школьного курса математики с точки зрения методологии современной математики	16
5.	Метод площадей: объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода	2	2		20	Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк1.1:</b> преобразовывает математические выражения по основным правилам, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	10
6.	Окружность и многогранники	2	2			Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк7.2:</b> анализирует логику развития содер-	10

							жательных линий школьного курса математики с точки зрения методологии современной	
7.	Зачет	2						
8.	Поэтапно - вычислительный метод: основная идея метода; объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода; решение задач.	2	2		9	Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк2.2:</b> определяет вид математической структуры и использует ее свойства при решении математических и практических задач, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	10
9.	Угол между прямыми		2			Самостоятельная работа	<b>ИДК-пк6.1:</b> применяет методы элементарной математики для решения теоретических и практических задач учебного и олимпиадного характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	5

10.	Угол между прямой и плоскостью.	2	2		20	Самостоятельная работа	<b>ИДК-пкб.1:</b> применяет методы элементарной математики для решения теоретических и практических задач учебного и олимпиадного характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	8
11.	Угол между плоскостями. Использование теоремы об ортогональном проектировании для нахождения угла между плоскостями	2	2			Самостоятельная работа	<b>ИДК-пкб.1:</b> применяет методы элементарной математики для решения теоретических и практических задач учебного и олимпиадного характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	8
12.	Расстояние от точки до плоскости. Метод объемов: основная идея метода; объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода	2	2			Самостоятельная работа	<b>ИДК-пкб.1:</b> применяет методы элементарной математики для решения теоретических и практических задач учебного и олимпиадного характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основ-	7

							ных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	
13.	Расстояние между скрашивающимися прямыми.	2	2			Самостоятельная работа	<b>ИДК-пкб.1:</b> применяет методы элементарной математики для решения теоретических и практических задач учебного и олимпиадного характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	5
14.	<b>ИТОГО (в часах)</b>	20	22		132			174

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.
- выполнение индивидуальных работ по решению задач.

#### 4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) отсутствуют

### V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

#### а) перечень литературы

1. Темербекова, А. А. Методика обучения математике [Электронный ресурс] / А. А. Темербекова. - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань", 2015. - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=56173](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=56173). - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1701-8 :+
2. Методика обучения геометрии [Текст] : учебное пособие / ред. : В. А. Гусев. - М. : Академия, 2004. - 368 с. - ISBN 5-7695-0769-1 : всего 30
3. Сборник задач по геометрии [Текст] : учеб. пособие для вузов, ведущих подготовку по направл. 050100 - "Пед. образование" / С. А. Франгулов [и др.]. - 2-е изд., доп. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2014. - 242 с. : ил. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 242. - ISBN 978-5-8114-1557-1 : всего 25
4. Сборник задач по геометрии [Электронный ресурс] . - Электрон. текстовые дан. - Москва : Лань", 2014. - 243 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=41018](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=41018). - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - Библиогр.: с. 242. - ISBN 978-5-8114-1557-1 : +

#### г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. ЭБС «Библиотех» (электронные версии книг, учебной и учебно-методической литературы по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://isu.bibliotech.ru/>;
2. ЭБС «Издательство «Лань» (электронные версии книг и периодических изданий по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>;
3. Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ» (межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний) – Режим доступа: <http://rucont.ru>
4. ЭБС «Айбукс» (учебники и учебные пособия для высшего образования) – Режим доступа: <http://ibooks.ru>.
5. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
6. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
7. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн

## VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Помещения и оборудование

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля: Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории: Колонки активные MicroLab ЗКЦ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400\*700\*800) ольха, проектор XGA BenQ PB

Помещение для самостоятельной работы:

Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации: Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Comrex DSG1008 E-net Switch;

Коммутатор DES-1226G 24\*10X Mb портов 2\*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

### 6.2. Лицензионное и программное обеспечение

**Антивирус Kaspersky** (Форус Контракт №04-114-16 от 14 ноября 2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от 23 ноября 2016г Лиц. №1В08161103014721370444)

**LibreOffice** (LGPL-3.0, MPL 2.0)

**MSOffice 2007** (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

**7-zip** (GNU LGPL)

**VLC** (L-GPL-2.1+)

**Mozilla Firefox** (GNU GPL, GNU LGPL)

**WinDjView** (GNU GPL)

**XnView MP** (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

**Acrobat Reader DC** (Условия правообладателя)

Условия использования по ссылке: [http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients\\_PC\\_WWEULA-en\\_US-20150407\\_1357.pdf](http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf)

## VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий, развивающие у обучающихся навыки командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

<b>эвристическая беседа</b>	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
<b>метод коллективного</b>	Эта форма выражается в обсуждении следствий из доказанных теорем и их взаимосвязей с полученными ранее результатами в

<b>анализа ситуации</b>	<p>рамках этой или других теорий; в анализе возможностей применения доказанных утверждений в решении задач; в обсуждении проблематики рассматриваемой темы, целей и задач введения новых понятий.</p> <p>Особую важность в таком обсуждении имеет максимально возможное включение в него аудитории посредством постоянного обращения к их личностному математическому опыту, приобретенному при учебе как в вузе, так и в школе.</p>
<b>дискуссия</b>	<p>Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.</p>
<b>проблемный подход</b>	<p>Применяется на различных этапах лекционных и практических занятий.</p> <p>На лекциях: при мотивации изучения новой темы ставится проблема теоретического или практического плана, для решения которой у студентов недостаточно знаний и умений; самостоятельная формулировка теоретических положений для новых классов объектов по аналогии с данными; самостоятельное доказательство теорем или их фрагментов и т.д.</p> <p>На практических занятиях ставится проблема применения теоретических положений для решения конкретных задач, проблема обобщения метода на класс задач, проблема переноса метода на новый класс задач и т.д.</p>

## **VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Фонд оценочных материалов по дисциплине для проверки сформированности компетенций и их индикаторов содержится в отдельном файле. Описание показателей, критериев и шкалы оценки оценочных средств содержится в учебном пособии: Бычкова О.И., Дулатова З.А. Оценка учебных достижений студентов в рамках компетентного подхода. Часть 1 [Текст]: учебное пособие. / О.И. Бычкова, З.А. Дулатова. – Иркутск: ООО Издательство «Оттиск», 2017 – 108 с.

### **8.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

#### **ПРИМЕРЫ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ**

№1

1) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCTA_1B_1C_1T_1$  с рёбрами  $AB = AT = 12$  и  $AA_1 = 3$  найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $A_1BT$ .

2) Основание пирамиды  $ABCM$  – равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AB = BC = 26$ ,  $AC = 48$ . Ребро  $MB$  перпендикулярно плоскости основания и равно 40. Найдите тангенс двугранного угла при ребре  $AC$ .

№2

- 1) Точки  $P$  и  $Q$  — середины соответственно ребер  $A_1B_1$  и  $BC$  куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$ . Опустить перпендикуляры на прямую  $PQ$  из точки  $C_1$ . Считая ребро куба равным  $a$ , найти расстояния от этой точки до прямой  $PQ$ .
- 2) В правильной призме  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  с отношением ребер  $AB:AA_1 = 2:3$  точка  $K$  — середина ребра  $CC_1$ . Найти угол, который образует плоскость  $AB_1K$  с плоскостью  $BB_1C_1$ .

№3

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1. Найти:

1. угол между прямыми  $AC_1$  и  $A_1B$ ;
2. расстояние между прямыми  $AC_1$  и  $A_1B$ ;
3. угол между плоскостями  $ABC_1$  и  $A_1MC_1$ , где  $M$  — середина  $AB$ ;
4. расстояние от  $B$  до плоскости  $A_1C_1M$ ;
5. построить сечение призмы плоскостью  $B_1KL$  и найти его площадь, если точка  $K$  лежит на ребре  $AA_1$  и  $AK : AA_1 = 1 : 3$ , а точка  $L$  делит ребро  $AC$  пополам.

### Примерный список индивидуальных задач

Отметим прежде всего особенность предлагаемых заданий. Каждое из них содержит 6 типов задач на вычисление:

- угла между скрещивающимися прямыми;
- расстояния от данной точки до данной прямой;
- расстояния от данной точки до данной плоскости;
- угла между плоскостями;
- угла между прямой и плоскостью;
- вычисление расстояния между двумя скрещивающимися прямыми.

Эти типы задач входят во вторую часть ЕГЭ по математике профильного уровня.

### Угол между скрещивающимися прямыми

1. На ребрах  $BB_1$  и  $CD$  куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  взяты соответственно точки  $F$  и  $K$  — середины этих ребер, а на ребре  $AD$  взяты точки  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$  — такие, что  $AE_1 = E_1E_2 = E_2E_3 = E_3D$ . Найти углы, которые образует прямая  $FK$  со следующими прямыми: а)  $C_1E_1$  б)  $C_1E_2$  в)  $C_1E_3$ .

$$\text{а) } \arccos \frac{\sqrt{246}}{123} ; \text{ б) } \arccos \frac{\sqrt{6}}{9} ; \text{ в) } \arccos \frac{\sqrt{22}}{11} .$$

### Расстояние от точки до прямой

2. В основании пирамиды  $SABCD$  лежит квадрат, а ее боковое ребро  $SB$  перпендикулярно плоскости основания и  $SB = AB$ , На ребре  $SA$  взята точка  $P$  — середина этого ребра.

Опустить перпендикуляры на прямую  $CP$  из следующих точек: а)  $A$  б)  $D$  в)  $O$  — центроид основания. Считая  $AB = a$ , найти расстояния от этих точек до прямой  $CP$ .

$$\frac{\sqrt{2}}{2} a; \quad \frac{\sqrt{30}}{6} a; \quad \frac{\sqrt{2}}{4} a.$$

Расстояние от точки до плоскости

3. В правильной призме  $ABCA_1B_1C_1$  отношение ребер  $AB:AA_1 = 1:2$ . На ребрах  $CC_1$  и  $AA_1$  взяты соответственно точки  $P$  и  $K$  — середины этих ребер. Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $K$ , параллельно прямым  $AC_1$  и  $BP$ . Считая  $AB = a$ , найти расстояния до секущей плоскости от следующих точек: а)  $A_1$  б)  $B$  в)  $C_1$ .

$$\frac{\sqrt{5}}{5} a; \quad \frac{2\sqrt{5}}{5} a; \quad \frac{\sqrt{5}}{5} a.$$

Угол между плоскостями

4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с отношением ребер  $AB:AD:AA_1 = 1:2:1$  точки  $P$  и  $Q$  — середины соответственно ребер  $AA_1$  и  $CC_1$ . Найти углы, которые образует плоскость  $B_1 P Q$  со следующими плоскостями: а)  $ABCD$ ; б)  $BB_1 C_1 C$ ; в)  $AA_1 B_1 B$ .

$$\arccos \frac{4\sqrt{21}}{21}; \quad \arccos \frac{2\sqrt{21}}{21}; \quad \arccos \frac{\sqrt{21}}{21}.$$

Угол между прямой и плоскостью

5. На ребре  $CC_1$  правильной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , боковое ребро которой в два раза больше стороны основания, взяты точки  $M_1, M_2$  и  $M_3$  — такие, что  $CM_1 = M_1 M_2 = M_2 M_3 = M_3 C$ , а на ребре  $CD$  взята точка  $K$  — середина этого ребра. Найти углы, которые образуют с секущей плоскостью, проходящей через точки  $A, A_1$  и  $K$ , следующие прямые: а)  $DM_1$  б)  $DM_2$  в)  $DM_3$ .

$$\arcsin \frac{4}{5}; \quad \arcsin \frac{\sqrt{10}}{5}; \quad \arcsin \frac{4\sqrt{65}}{65}.$$

Расстояние между скрещивающимися прямыми

6. На ребрах  $AB, CC_1$  и  $C_1 D_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взяты соответственно точки  $P, Q$  и  $R$  — середины этих ребер. Найти расстояния между прямой  $BD_1$  и следующими прямыми: а)  $DP$  б)  $DQ$  в)  $DR$ , если ребро куба равно  $a$ .

$$\frac{\sqrt{6}}{3} a; \quad \frac{1}{3} a.$$

Вопросы к экзамену

- 1 Поэтапно - вычислительный метод: основная идея метода; объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода; решение задач.
- 2 Угол между прямыми.
- 3 Угол между прямой и плоскостью.
- 4 Угол между плоскостями. Использование теоремы об ортогональном проектировании для нахождения угла между плоскостями..
- 5 Расстояние от точки до плоскости. Метод объемов: основная идея метода; объективная сторона метода; компоненты метода; признак выбора метода; решение задач.
- 6 Расстояние между скрещивающимися прямыми.
- 7 Работа с теоремой в школьном курсе геометрии.

Документ составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.04.01 «ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ» (квалификация (степень) «магистр»), утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «22» февраля 2018 г. № 126

Автор программы: Кузуб Н.М., доцент кафедры математики и методики обучения математике

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**