



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДАЮ
Директор _____ А.В. Семиров
«17» июня 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) Б1.В.04 Дискретная математика и теория чисел

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 10 от «15» июня 2021 г.

Председатель _____ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 10 от «8» июня 2021 г.

Зав. кафедрой _____ З.А. Дулатова

Иркутск 2021 г.

I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Цель дисциплины: освоение элементов теории множеств и теории графов; освоение понятий и методов теории делимости и теории сравнений. Дисциплина представляет собой важный элемент базовой профессиональной подготовки. Представленный в ее содержании теоретический материал имеет общематематическое значение, его знание необходимо получения фундаментального математического образования и ведения педагогической деятельности по математическому профилю.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых понятий и методов основ теории множеств и теории графов; формирование навыков работы с объектами дискретной математики.
- изучение базовых понятий и методов теории делимости и теории сравнений;
- формирование представлений о связи рассматриваемой теории с задачами школьного курса математики;
- формирование понимания общей структуры математического знания;
- овладение символьным языком математики на примере изучаемых теорий;
- формирование представления о взаимосвязи между различными разделами математики и связи их со школьным курсом математики.

II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Алгебра.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Алгебра, Математическая логика и теория алгоритмов, Теория вероятностей, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании, Формирование результатов освоения образовательной программы.

III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
ПК-1 Способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера,	ИДК-пк1.1: преобразовывает стандартные математические выражения по основным правилам в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации	Знать: основные понятия, терминологию и положения основ теории множеств и комбинаторики; основные понятия и положения теории графов; определения основных понятий, формулировки основных результатов, описания методов и

<p>формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне ИДК-пк1.2: строит, используя аналогию, интерпретации математических выражений в различных предметных областях и практике в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне (ПС) ИДК-пк1.3: строит, используя аналогию, математические модели для конкретизированных объектов других предметных областей и практики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне ИДК-пк1.4 обосновывает преобразования и применения определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>алгоритмов теории чисел</p> <p>Уметь: использовать положения и методы теории делимости, сравнений, непрерывных дробей для анализа целочисленных конструкций; описывать различные математические структуры в терминах теории множеств; задавать и исследовать графы</p> <p>Владеть: методами элементарной теории чисел; профессиональным языком современной прикладной алгебры.</p>
<p>ПК-2 Способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными</p>	<p>ИДК-пк2.1: определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов</p>	<p>Знать: логическую структуру изучаемых математических теорий Уметь: описывать взаимосвязи между изученными</p>

<p>разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне ИДК-пк2.2: определяет общие понятия, правила и утверждения для различных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>теоретическими понятиями и положениями, а так же устанавливать связи с другими изученными разделами алгебры, геометрии, математического анализа Владеть: основными логическими понятиями для описания логической структуры теории</p>
<p>ПК-4 Способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>ИДК-пк4.1 преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне ИДК-пк4.2 интерпретирует основные виды математических моделей и методов в заданном контексте в соответствии с определенными целями при решении теоретических и практических задач и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на</p>	<p>Знать: обоснование основных алгоритмы элементарной теории чисел; иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории графов Уметь: применять изученные алгоритмы для решения задач практического и теоретического характера Владеть: алгоритмами элементарной теории чисел</p>

	<p>соответствующем уровне ИДК-пк4.3 строит математические модели и методы для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	
<p>ПК-5 Способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p>ИДК-пк5.1 перечисляет основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике ИДК-пк5.2 иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике ИДК-пк5.3 представляет фрагменты содержания школьного курса математики в историческом контексте, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p>Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий Уметь: соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в историческом контексте</p>
<p>ПК-7 Способен анализировать логику развития школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей</p>	<p>ИДК-пк7.1: устанавливает соответствие между основными понятиями различных разделов современной математики и их аналогами в школьном</p>	<p>Знать: приложения изучаемых теоретических понятий и положений в школьном курсе математики (в рамках основного и дополнительного образования) Уметь: иллюстрировать</p>

<p>математики и использовать результаты анализа в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p>курсе математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике ИДК-пк7.2: анализирует логику развития содержательных линий школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике</p>	<p>изучаемый теоретический материал примерами соответствующих понятий из школьного курса математики Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в контексте изучаемых теорий</p>
<p>ПК-8 Способен осуществлять обучение математике в процессе реализации основных и дополнительных программ на основе использования предметных методик и современных образовательных технологий</p>	<p>ИДК-пк8.1 применяет концептуальные положения и требования ФГОС общего и среднего профессионального образования к планированию, проектированию и организации основного и дополнительного образовательного процесса по математике в образовательных учреждениях ИДК-пк8.2 применяет современные технологии обучения и оценки учебных достижений, методические закономерности их выбора с учетом особенностей частных методик обучения математике с использованием различных организационных урочных и внеурочных форм основного и дополнительного образования</p>	<p>Знать: теоретическое основание соответствующих разделов школьного курса математики Уметь: описывать проявление идей, конструкций и методов различных разделов современной математики в школьном курсе Владеть: методами решения задач соответствующих разделов школьного курса математики базового и повышенного уровня сложности</p>

IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестр (-ы)			
		3	4	5	
Аудиторные занятия (всего)	104	32	40	32	
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции (Лек)/(Электр)	52	16	20	16	
Практические занятия (Пр)/(Электр)	52	16	20	16	
Лабораторные работы (Лаб)					
Консультации (Конс)	3	1	1	1	
Самостоятельная работа (СР)	65	3	23	39	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	52	26 экзамен	зачет	26 экзамен	
Контроль (КО)	28	10	8	10	
Контактная работа, всего (Конт.раб)*	135	43	49	43	
Общая трудоемкость: зачетные единицы часы	7	2	2	3	
	252	72	72	108	

4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

1 Элементы дискретной математики

1.1 Множества. Функции. Отношения

Множества, операции над ними. Декартово произведение

Мощность конечных множеств. Равномощные множества. Взаимно однозначные соответствия. Теоремы о числе подмножеств. Свойства сочетаний

Отображения и функции, их виды. Бинарные отношения. Частичный порядок, эквивалентность

1.2 Графы

Основные понятия теории графов.

Деревья. Планарность и раскраска графов.

2 Теория чисел

2.1 Отношение делимости. НОД и НОК

Делимость в кольце целых чисел. Свойства делимости

НОД и НОК. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.

Простые числа. Решето Эратосфена и его вариации. Основная теорема арифметики.

2.2 Непрерывные дроби

Непрерывные дроби. Связь с алгоритмом Евклида.

Иррациональные числа

2.3 Теоретико-числовые функции

Функции целой и дробной части числа. Разложение факториала натурального числа n на простые множители.

Мультипликативные функции, их свойства. Число делителей и сумма делителей. Функция Мёбиуса. Функция Эйлера

2.4 Сравнения

Основные понятия. Свойства сравнений.

Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Арифметические приложения сравнений. Признаки делимости

Сравнения с одним неизвестным. Линейные сравнения. Система сравнений первой степени.

Сравнения любой степени по простому / составному модулю.

4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС			
1.1	Множества. Функции. Отношения	6	6	-	3	Контрольная работа	ПК1, ПК2, ПК5	15
1.2	Графы	10	10	-				20
2.1	Отношение делимости. НОД и НОК.	12	12	-	10	Контрольная работа	ПК1, ПК4, ПК5, ПК7, ПК8	34
2.2	Непрерывные дроби	8	8	-	13			29
2.3	Теоретико-числовые функции	6	6	-	19			31
2.4	Сравнения	10	10	-	20			40

	ИТОГО (в часах)	52	52	0	65		169
--	------------------------	----	----	---	----	--	-----

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов;
- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (при наличии) отсутствуют

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Бухштаб А. А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Бухштаб. - Москва : Лань", 2008. - 384 с. : ил. ; 21 см. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр. в тексте. - ISBN 978-5-8114-0847-4.
2. Мальцев, И. А. Дискретная математика [Текст] / И. А. Мальцев. - Москва: Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1010-1
3. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы [Электронный ресурс] / С. В. Микони. - Москва : Лань, 2012. - 192 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ.
4. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике [Текст] : учеб. пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2005. - 416 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 412-413. - Предм. указ.: с. 414-416. - ISBN 5-9221-0477-2 (18 ИГУ + 25 ВСГАО= 33 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Бабичева, И. В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию [Электронный ресурс] / И. В. Бабичева. - Москва : Лань, 2013. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1456-7
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] / И. М. Виноградов. - Москва : Лань, 2009. - 176 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0535-0
3. Копылов, Виктор Иванович. Курс дискретной математики [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В. И. Копылов. - Москва: Лань, 2011. - 206 с.: ил., табл. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1218-1
4. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Текст] / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - Москва : Лань, 2010. - 368 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1068-2

5. Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие / С. В. Яблонский. - Изд. 5-е, стер. - М. : Высш. шк., 2008. – 384 с. – ISBN 978-5-06-005943-4 (10 экз.)

в) периодические издания нет

г) список авторских методических разработок:

1. Кузьмина, Н.Д. Элементы теории чисел в школе и вузе: учебное пособие / Н.Д. Кузьмина, А.И. Ковыршина, Е.С. Лапшина – Иркутск:Изд-во «Аспринт», 2017. – 132с. ISBN 978-5-4340-0159-5 (печатается по решению Учебно-методического совета педагогического института ФГБОУ ВО «ИГУ»)
2. Лапшина, Е.С. Элементы теории множеств и комбинаторики в школе и вузе: учебное пособие / Е.С. Лапшина. – Иркутск, Изд-во «Аспринт», 2016. – 152с. - ISBN 978-5-4340-0088-8 (печатается по решению Учебно-методического совета педагогического института ФГБОУ ВО «ИГУ»)

д) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО «Библиотек» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека-онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс].

VI.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Помещения и оборудование

Специальные помещения: учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля.

Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории.

Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации.

Оборудование

Колонки активные MicroLab ЗКЩ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400*700*800) ольха, проектор XGA BenQ PB.

Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Compeх DSG1008 E-net Switch; Коммутатор DES-1226G 24*10XМб портов2*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

Технические средства обучения

Презентации, фильмы

6.2. Лицензионное и программное обеспечение

Windows XP (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт.№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц.№1В08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (GNU LGPL)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя)

Условия использования по ссылке:

http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf

windows 7 (Договор №03-015-16

Подписка №1204045827)

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт №04-114-16 от 14 ноября 2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от 23 ноября 2016г Лиц. №1В08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

PeaZip (GNU GPL, GNU LGPL)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя)

Условия использования по ссылке:

http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf

SMART NoteBook (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий (эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый), развивающие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

Контрольная работа по теме «Множества и бинарные отношения»

1. Даны множества

$A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{2, 3, 4, 6\}$, $C = \{1, 2, 6\}$, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ (универсальное множество)

Найти множества $(A \cup B) \cap \bar{C}$, $B \setminus (A \setminus C)$, $(\bar{B} \cup \bar{A}) \Delta C$, $\bar{A} \setminus (B \cup C)$.

2. Найти множества $(\bar{A} \cup B) \setminus C$, $C \Delta B$, если $A = [2, 5) \cup (5, 6]$, $B = (4, 7)$, $C = \{3\}$,
 $U = \mathbb{R}$ – универсальное множество действительных чисел.

3. Пусть $U = \mathbb{Z}$ – универсальное множество всех целых чисел, Z_2 – множество всех четных целых чисел, $A = \{x \mid x < 10\}$. Опишите множества:

\bar{Z}_2 , \bar{A} , $Z_2 \cap A$, $Z_2 \cup A$, $Z_2 \setminus A$, $A \setminus Z_2$, $\overline{Z_2 \cap A}$, $\overline{Z_2 \cup A}$, $\overline{Z_2 \setminus A}$, $\overline{A \setminus Z_2}$.

- Из 20 спортсменов 5 класса – 10 лыжников, 9 гимнастов и 11 легкоатлетов. 6 занимаются легкой атлетикой и гимнастикой, 7 – лыжами и легкой атлетикой, 6 - лыжами и гимнастикой. Всеми тремя видами спорта занимаются 5 спортсменов. Сколько учащихся занимаются только лыжами, только атлетикой и только гимнастикой? Сколько учащихся занимаются другими видами спорта?
- Какими свойствами (рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, связности) обладают следующие отношения? Для отношений эквивалентности указать классы эквивалентности.

A – множество студентов общежития

$$\rho_1 = \{(x, y) | x \text{ и } y \text{ живут в одной комнате}\}$$

$$\rho_2 = \{(x, y) | x \text{ живет этажом выше } y\}$$

- Построить бинарное отношение, заданное на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, обладающее свойствами рефлексивности, антисимметричности, транзитивности, несвязности.
- Найти область определения, область значений отношения $\alpha = \{(x, y) | y = \lg x\}$ на множестве R . Является ли это отношение инъективным, функциональным, сюръективным, всюду определенным, биективным?
- Докажите счетность множества степеней 2 с целыми показателями.
- Докажите равномощность множества действительных чисел интервала $[3; +\infty)$ и множества R .

Демонстрационная контрольная работа по теме «Основные понятия теории графов»

- Изобразите все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.
- Постройте для двух графов из решения задачи №1 матрицы смежности и матрицы инцидентности.
- Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер со следующим набором степеней вершин: а) 2, 2, 3, 3, 3, 5; б) 2, 3, 3, 4, 4, 4? Ответ обоснуйте.
- Докажите, что граф с n вершинами, степень каждой из которых не менее $\frac{(n-1)}{2}$ является связным.
- Докажите, что в любом связном графе можно удалить вершину со всеми выходящими из нее ребрами так, чтобы он остался связным.
- Можно ли из полного графа с 17 вершинами удалить некоторые ребра так, чтобы степень каждой вершины равнялась 5?
- Докажите, что полный граф с 5 вершинами не является плоским.

Демонстрационная контрольная работа по теме «Графы в школьных олимпиадных задачах»

- В конференции участвовало 211 ученых. После конференции каждый из них отправил 2 или 4 письма участникам этой конференции. Могло ли случиться так, что каждый участник получил ровно по 3 письма? (Письма на почте не теряют!)
- Могут ли степени вершин в графе без петель быть равны: а) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2 б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1 с) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2?
- Среди 100 участников конференции у каждого ровно 4 знакомых. Может ли такое быть?
- У короля 19 баронов-вассалов. Может ли оказаться так, что у каждого баронства 1, 5 или 9 соседних баронств?

5. В соревнованиях по круговой системе с пятью участниками только Ваня и Леша сыграли одинаковое число встреч, а остальные – разное. Сколько встреч сыграли Ваня и Леша?
6. В трех вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается двигать их по диагонали на свободное место. Можно ли такими действиями добиться, чтобы одна из фишек вернулась на первоначальное место, а две другие поменялись местами?
7. В некоторой стране из столицы выходит 89 дорог, из города Дальний – 1 дорога, из остальных 1988 городов – по 20 дорог. Доказать, что из столицы можно проехать в Дальний.
8. а) Каждые две из 6 ЭВМ соединены проводом. Можно ли все эти провода раскрасить в пять цветов так, чтобы из каждой ЭВМ выходило пять проводов разного цвета?
б) Каждые 15 ЭВМ соединены проводом. Можно ли все эти провода раскрасить в один из 14 цветов так, чтобы из каждой ЭВМ выходило 14 проводов разного цвета?

Контрольная работа по теме «Делимость целых чисел. НОД.»

1. Докажите, что для любых натуральных чисел a и b выполняется

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(5a + 3b, 13a + 8b).$$

2. Докажите, что при любом натуральном n числа $n^5 + 4n^3 + 3n$ и $n^4 + 3n^2 + 1$ взаимно просты.
3. Найдите все целые a , при которых значения дроби $\frac{a^3 + 4a^2 - 2a - 26}{a - 3}$ являются целыми числами.
4. Трехзначное число \overline{abc} делится на 37. Докажите, что сумма чисел \overline{bca} и \overline{cab} также делится на 37.
5. Найдите последнюю цифру числа 1234^{8765} .
6. Сумма пяти целых чисел равна 200. Докажите, что их произведение не может оканчиваться на 2013.
7. Может ли число делиться на 8, а при делении на 12 давать остаток 10?
8. Сколько целочисленных точек принадлежит прямой $31x - 14y = 2$ на промежутке $-40 \leq x \leq 15$?
9. Найдите все пары двузначных чисел a и b , для которых произведение ab является числом, записанным одинаковыми цифрами?

Контрольная работа по теме «Сравнения. Свойства сравнений»

Вариант 1.

1. Решите уравнение $115x \equiv 85 \pmod{355}$.
2. При каких целых n выражение $\frac{7n+1}{6}$ равно целому числу, которое при делении на 8 дает остаток 1.
3. Решите систему сравнений $\begin{cases} 2x \equiv 9 \pmod{15} \\ 5x \equiv 4 \pmod{7} \\ 7x \equiv 3 \pmod{9} \end{cases}$
4. Найдите остаток от деления чисел 13^{1602} на 1000.
5. Разложите дробь $\frac{19}{21}$ на сумму или разность двух дробей соответственно со знаменателями 3 и 7.
6. При каком значении a система совместна $\begin{cases} 5x \equiv 3 \pmod{4} \\ 7x \equiv 1 \pmod{12} \\ x \equiv a \pmod{5} \end{cases}$

8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

Вопросы и задания к экзамену (семестр 3)

1. Отношения включения и равенства между множествами. Операции над множествами. Свойства операций над множествами.

2. Мощность конечного множества. Формула включений и исключений. Число подмножеств конечного множества.
3. Равномощные множества. Счетные множества. Теоремы о свойствах счетных множеств. Доказательство счетности множества четных натуральных чисел, целых чисел, рациональных чисел. Доказательство несчетности множества действительных чисел интервала $(0,1)$, множества действительных чисел, множества иррациональных чисел. Множества мощности континуума.
4. Декартово произведение множеств, геометрическая иллюстрация. Мощность декартова произведения конечных множеств.
5. Метод математической индукции (в задачах).
6. Отображения и их виды.
7. Бинарные отношения, виды бинарных отношений. Частичный порядок и эквивалентность. Теорема о разбиении на классы эквивалентности.
8. Основные понятия теории графов. Способы задания. Изоморфные графы. Классические задачи теории графов.
9. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы.
10. Плоские и планарные графы.

Вопросы к зачету (семестр 4)

1. Отношение делимости. Свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
4. Свойства НОД. Линейная форма НОД. НОД нескольких чисел.
5. Взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел.
6. Наименьшее общее кратное. Свойства НОК. Наименьшее общее кратное нескольких чисел.
7. Простые числа. Свойства простых чисел.
8. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел.
9. Основная теорема арифметики.

Вопросы к экзамену (семестр 5)

1. Теоретико-числовые функции.
2. Непрерывные дроби.
3. Подходящие дроби. Свойства подходящих дробей.
4. Сравнения. Свойства сравнений.
5. Полная система вычетов.
6. Приведенная система вычетов.
7. Функция Эйлера.
8. Теоремы Эйлера и Ферма.
9. Сравнения первой степени.
10. Сравнения высших степеней.
11. Решение неопределенных уравнений.
12. Признаки делимости.

Демонстрационный вариант экзаменационного билета

БИЛЕТ 13

1. Полная система вычетов по модулю m . Свойства.
2. При каком значении a система совместна $\begin{cases} 13x \equiv 15(\text{mod } 18) \\ 9x \equiv 5(\text{mod } 14) \\ 4x \equiv a(\text{mod } 15) \end{cases}$ Решите систему при возможном наименьшем положительном значении a .
3. Решите сравнение $x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 25x^2 + 4x - 20 \equiv 0(\text{mod } 147)$.
4. Натуральные числа a и b таковы, что $31a = 54b$. Докажите, что число $a + b$ составное.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Авторы программы: Ковыршина А.И., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ; Лапшина Е.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.