



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

«10» апреля 2025 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.03 Алгебра**

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 3 от «27» марта 2025 г.

Протокол № 5 от «13» марта 2025 г.

Председатель _____ М.С. Павлова

Зав. кафедрой _____ О.С. Будникова

Иркутск 2025 г.

I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Цель дисциплины: освоение основ линейной алгебры и теории многочленов, элементов теории алгебраических систем.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых понятий и методов решений задач алгебры: теории многочленов, линейной алгебры, алгебраических систем;
- формирование навыков работы с формальными (абстрактными) конструкциями, используемыми в алгебре.

II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для освоения дисциплины студенту необходимо знать основы школьного курса алгебры и начал анализа.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Математический анализ, Геометрия, Математическая логика и теория алгоритмов, Дискретная математика и теория чисел, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании

III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
ПК-1 Способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-пк1.1: преобразовывает стандартные математические выражения по основным правилам в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия и положения основ теории многочленов и алгебраических систем; описания методов и алгоритмов линейной алгебры Уметь: использовать положения линейной алгебры, теории многочленов и алгебраических систем для анализа основных конструкций Владеть: основными средствами и методами линейной алгебры

	ИДК-пк1.2: строит, используя аналогию, интерпретации математических выражений в различных предметных областях и практике в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне (ПС)	Знать: терминологию и положения основ теории многочленов и алгебраических систем; определения основных понятий, формулировки основных результатов Уметь: использовать методы линейной алгебры, теории многочленов и алгебраических систем для интерпретации математических выражений; применять метод математической индукции Владеть: профессиональным языком современной прикладной алгебры
	ИДК-пк1.3: строит, используя аналогию, математические модели для конкретизированных объектов других предметных областей и практики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия, терминологию и положения основ теории многочленов и алгебраических систем; определения основных понятий, формулировки основных результатов, описания методов и алгоритмов линейной алгебры Уметь: использовать положения и методы линейной алгебры, теории многочленов и алгебраических систем для построения математических моделей Владеть: основными средствами и методами линейной алгебры; профессиональным языком современной прикладной алгебры.

	ИДК-пк1.4 обосновывает преобразования и применения определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия, терминологию и положения основ теории многочленов и алгебраических систем; определения основных понятий, формулировки основных результатов, описания методов и алгоритмов линейной алгебры Уметь: обосновывать положения линейной алгебры, теории многочленов для анализа основных конструкций; применять метод математической индукции Владеть: основными средствами и методами линейной алгебры
ПК-2 Способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-пк2.1: определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: логическую структуру изучаемых математических теорий Уметь: описывать логическую структуру изученных понятий Владеть: основными логическими понятиями для описания логической структуры теории
	ИДК-пк2.2: определяет общие понятия, правила и утверждения для различных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: логическую структуру изучаемых математических теорий Уметь: устанавливать связи изучаемых положений с другими разделами математики Владеть: основными логическими понятиями для описания логической структуры теории

ПК-4 Способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-пк4.1 преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: обоснование основных методов линейной алгебры; иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории многочленов Уметь: преобразовывать основные виды математических моделей линейной алгебры Владеть: алгоритмами теории многочленов, методами и средствами линейной алгебры
	ИДК-пк4.2 интерпретирует основные виды математических моделей и методов в заданном контексте в соответствии с определенными целями при решении теоретических и практических задач и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: обоснование основных методов линейной алгебры; иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории многочленов Уметь: интерпретирует основные виды математических моделей линейной алгебры Владеть: алгоритмами теории многочленов, методами и средствами линейной алгебры
	ИДК-пк4.3 строит математические модели и методы для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: обоснование основных методов линейной алгебры; иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории многочленов Уметь: строит математические модели и методы линейной алгебры Владеть: алгоритмами теории многочленов, методами и средствами линейной алгебры

ПК-5 Способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	ИДК-пк5.1 перечисляет основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий Уметь: перечислять основные этапы развития алгебры Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в историческом контексте
	ИДК-пк5.2 иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий Уметь: иллюстрировать характерные черты алгебраических теорий Владеть: методами иллюстрации содержания школьного курса математики
	ИДК-пк5.3 представляет фрагменты содержания школьного курса математики в историческом контексте, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий Уметь: соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в историческом контексте

ПК-7 Способен анализировать логику развития школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики и использовать результаты анализа в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике	ИДК-пк7.1: устанавливает соответствие между основными понятиями различных разделов современной математики и их аналогами в школьном курсе математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике	Знать: приложения изучаемых теоретических понятий и положений в школьном курсе математики (в рамках основного и дополнительного образования) Уметь: иллюстрировать изучаемый теоретический материал примерами соответствующих понятий из школьного курса математики Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в контексте изучаемых теорий
	ИДК-пк7.2: анализирует логику развития содержательных линий школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике	Знать: приложения изучаемых теоретических понятий и положений в школьном курсе математики (в рамках основного и дополнительного образования) Уметь: анализирует логику развития содержательных алгебраических линий школьного курса Владеть: методами анализа содержания школьного курса алгебры
ПК-8 Способен осуществлять обучение математике в процессе реализации основных и дополнительных программ на основе использования предметных методик и современных образовательных технологий	ИДК-пк8.1 применяет концептуальные положения и требования ФГОС общего и среднего профессионального образования к планированию, проектированию и организации основного и дополнительного образовательного процесса по математике в образовательных учреждениях	Знать: теоретическое основание соответствующих разделов школьного курса математики Уметь: описывать проявление идей, конструкций и методов различных разделов современной математики в школьном курсе Владеть: методами решения задач соответствующих разделов школьного курса математики базового и повышенного уровня сложности
	ИДК-пк8.2 применяет современные технологии обучения и оценки учебных достижений, методические закономерности их выбора с учетом особенностей частных методик обучения математике с	Знать: современные технологии обучения алгебре в рамках школьного курса математики Уметь: применяет современные технологии обучения алгебре в рамках школьного курса математики Владеть: методами решения задач соответствующих разделов

	систем линейных уравнений
1.1.	Определители 2 и 3 порядков
1.2.	Теорема Крамера для решения систем с 3 неизвестными
1.3.	Свойства определителей 2 и 3 порядков
2	Определители. Системы линейных уравнений
2.1	Системы линейных уравнений: основные понятия. Метод Гаусса
2.2	Определители, их свойства. Определители высших порядков
2.3	Метод Крамера решения систем линейных уравнений
3	Метод математической индукции
3.1	Метод математической индукции
4	Комплексные числа
4.1	Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация
4.2	Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корень из комплексного числа. Геометрическая интерпретация
5	Матрицы
5.1	Матрицы, действия над матрицами
5.2	Обратная матрица. Применение определителей к вычислению обратных матриц
5.3	Ранг матрицы
5.4	Однородные системы линейных уравнений. Многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем уравнений над различными числовыми полями
6	Теория многочленов
6.1	Основные алгебраические системы: группы, кольца, поля
6.2	Многочлены и действия над ними. Кольцо многочленов от одной переменной
6.3	Деление многочленов с остатком. Свойства делимости. Алгоритм Евклида. Линейное разложение НОД
6.4	Корни многочленов. Теорема Виета

6.5	Основная теорема алгебры. Многочлены с целыми коэффициентами. Неприводимые многочлены
6.6	Интерполяционные формулы
7	Линейные пространства и операторы. Евклидовы пространства
7.1	Линейные пространства
7.2	Линейные преобразования
7.3	Евклидовы пространства

4.3. Перечень разделов/тем дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные материалы	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС			
1.1.	Определители 2 и 3 порядков	2	2	-		Контрольная работа	ПК1, ПК2, ПК4, ПК7, ПК8	4
1.2.	Теорема Крамера для решения систем с 3 неизвестными	2	2	-	2			6
1.3.	Свойства определителей 2 и 3 порядков	2	4	-	2			8
2.1	Системы линейных уравнений: основные понятия. Метод Гаусса	4	6	-				10
2.2	Определители, их свойства. Определители высших порядков	6	10	-	5			21
2.3	Метод Крамера решения систем линейных уравнений	4	2	-	2			8
3	Метод математической индукции	6	6	-	4	Контрольная работа	ПК1, ПК7, ПК8	16
4.1	Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация	4	8	-	4	Контрольная работа	ПК2, ПК4, ПК5	16
4.2	Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корень из комплексного числа. Геометрическая интерпретация	6	12	-	4			22

5.1	Матрицы, действия над матрицами	4	8	-	2	Контрольная работа	ПК1, ПК2, ПК4, ПК7, ПК8	14
5.2	Обратная матрица. Применение определителей к вычислению обратных матриц	4	4	-	2			10
5.3	Ранг матрицы	4	4	-	2			10
5.4	Однородные системы линейных уравнений. Многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем уравнений над различными числовыми полями	4	4	-	2			10
6.1	Основные алгебраические системы: группы, кольца, поля	2	2	-		Опрос	ПК1	4
6.2	Многочлены и действия над ними. Кольцо многочленов от одной переменной	2	2	-	0,5	Контрольная работа	ПК1, ПК2, ПК4, ПК5, ПК7, ПК8	4,5
6.3	Деление многочленов с остатком. Свойства делимости. Алгоритм Евклида. Линейное разложение НОД	2	2	-	0,5			4,5
6.4	Корни многочленов. Теорема Виета	2	2	-	1			5
6.5	Основная теорема алгебры Многочлены с целыми коэффициентами. Неприводимые многочлены	6	6	-	1			13
6.6	Интерполяционные формулы	2	2	-	1	Опрос	ПК4	5
7.1	Линейные пространства	20	20	-	1	Контрольная работа	ПК1, ПК2, ПК4	41
7.2	Линейные преобразования	16	16	-	1			33
7.3	Евклидовы пространства	4	4	-	1			9
	ИТОГО (в часах)	108	128	0	38			274

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов, в том числе расположенных на информационном портале ПИ ИГУ в кабинетах дисциплин кафедры, для подготовки к занятиям и выполнения заданий (рефератов, докладов, проектов);
- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) отсутствуют

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев. - Москва: Лань, 2007. - 416 с.: ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0447-6.
2. Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев, авт. И. С. Соминский. - Москва: Лань, 2008. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классические задачки и практикумы: математика). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0427-8.
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] / И. В. Проскуряков. - Москва: Лань, 2010. - 475 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0707-1
4. Курош А. Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс]: учеб. / А. Г. Курош. - Москва : Лань, 2013. - 431 с.: ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0521-3.
5. Дулатова З.А. Алгебра: линейные преобразования линейных пространств: учебное пособие / З.А. Дулатова, А.И. Ковыршина, Е.С. Лапшина. – Иркутск: Изд-во «Аспринт», 2020. 82 с. Систем. требования: PC, Intel 1 ГГц, 512 Мб RAM, 1,5 Мб свобод. диск. пространства; CD-привод; ОС Windows XP и выше, ПО для чтения pdf-файлов. – Загл. с экрана. ISBN 978-5-6045626-2-8

б) дополнительная литература:

1. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник / А. И. Мальцев. - Москва: Лань, 2009. - 470 с. : ил. ; 21 см. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники: знание. Уверенность. Успех!) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1009-5

в) периодические издания нет

д) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО «Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека-онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс].

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Помещения и оборудование

Проектор ACER*1263 DLP Projctor XGA 1024*768, Экран Screen Cololview. Ноутбук Asus X51 RL 6.2. Лицензионное и программное обеспечение

Windows XP (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт №04-114-16 от 14 ноября 2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от 23 ноября 2016г Лиц. №1B08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (GNU LGPL)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя

Условия использования по ссылке:

http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf)

windows 7 (Договор №03-015-16

Подписка №1204045827)

SMART NoteBook (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий (эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый), развивающие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Фонд оценочных материалов по дисциплине для проверки сформированности компетенций и их индикаторов содержится в отдельном файле. Описание показателей, критериев и шкалы оценки оценочных средств содержится в учебном пособии: Бычкова О.И., Дулатова З.А. Оценка учебных достижений студентов в рамках компетентностного подхода. Часть 1 [Текст]: учебное пособие. / О.И. Бычкова, З.А. Дулатова. – Иркутск: ООО Издательство «Оттиск», 2017 – 108 с.

8.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

**Демонстрационный вариант контрольной работы по теме
«Системы линейных уравнений»**

1. Решите систему уравнений с помощью метода Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$$

2. Найдите общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Обратная матрица. Ранг матрицы»

ВАРИАНТ 1

1. Найти обратную матрицу A^{-1} и сделать проверку

$$A^{-1}A = E :$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. При каком значении параметра λ существует A^{-1}

$$\text{для } A = \begin{pmatrix} -1 & \lambda \\ 3 & 6 \end{pmatrix} ?$$

3. Найти ранг матрицы:
$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Линейные преобразования»

1. В базисе $1, x, x^2$ пространства многочленов от одного неизвестного степени не более 2, линейное преобразование φ задано матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Найдите:

- собственные значения и собственные векторы преобразования φ ;
- матрицу этого преобразования в базисе $x - x^2, 1 + 2x + x^2, 1 + 3x + x^2$.

2. Найдите матрицу линейного преобразования φ действительного пространства R^3 в базисе

$$e_1 = (1, 0, 1), e_2 = (2, 0, -1), e_3 = (1, 1, 0),$$

если

$$\varphi(x) = \varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3) \cdot \bar{a}, \text{ где } \bar{a} = (1, 2, 3).$$

3. Линейное преобразование φ в некотором базисе e_1, e_2, e_3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдите матрицу этого преобразования в базисе e_3, e_1, e_2 .

Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Линейные пространства»

Вариант 1

1. При каких значениях параметра λ система векторов $l_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$,
 $l_2 = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $l_3 = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ \lambda & 0 \end{pmatrix}$, $l_4 = \begin{pmatrix} 3 & \lambda \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ является линейно независимой в пространстве действительных квадратных матриц второго порядка.
2. Известно, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица перехода от базиса a_1, a_2, a_3 к базису b_1, b_2, b_3 пространства L . Найдите координаты вектора $5a_1 - 3a_2 + a_3$ в базисе b_1, b_2, b_3 .
3. В пространстве R^3 найдите матрицу перехода от базиса b_1, b_2, b_3 к базису c_1, c_2, c_3 , если $c_1 = b_1 - 3b_2$, $c_2 = -4b_1 + b_2 - b_3$, $c_3 = b_1 + 6b_2 + b_3$.
4. В действительном пространстве многочленов степени ≤ 2 найдите матрицу переходов от базиса $1 - 2x + 3x^2, 2 - x + x^2, x$ к базису $x^2, 1, x$ и обратно, а также координаты многочлена $f(x) = 3x^2 - 4$ в каждом из этих базисов.
5. В пространстве действительных квадратных матриц второго порядка найдите матрицы переходов от базиса

$$a_1 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

к базису

$$b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, b_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

и обратно.

Демонстрационный вариант самостоятельной работы по теме «Многочлены от одного неизвестного»

ВАРИАНТ 1

1. Найдите остаток от деления многочлена $x^{45} + x^{27} + 3x^{19} + x^3 - 2$ на $x^2 - 1$.

2. Найдите все значения a , при которых многочлен

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + (5a - 2)x - (13a - 22)$$

имеет кратный корень.

3. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни x_1, x_2 . Напишите уравнение, корнями которого будут числа x_1^3, x_2^3 .

4. Является ли многочлен $3x^3 - 13x^2 + 7x - 1$ приводимым над Z, Q, R, C ? Запишите разложение на неприводимые множители.

5. Разложите многочлен $x^4 - 6x^2 + 25$ на неприводимые множители над Q, R, C .

6. Известно, что многочлен $x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x + 5$ имеет корень $x_0 = -2 - i$. Найдите все корни многочлена.

8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

Вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Метод математической индукции (в задачах).
2. Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
3. Метода Гаусса решения систем линейных уравнений.
4. Определители 2 и 3 порядков и их свойства.
5. Определитель. Индуктивное определение.
6. Теорема о свойствах определителя. Теорема о сумме произведений элементов определителя на алгебраические дополнения соответствующих элементов другой строки.
7. Теорема Крамера о решении определенных систем линейных уравнений.

Вопросы к зачету (2 семестр)

1. Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия умножения, деления и возведения в степень действий над комплексными числами в тригонометрической форме, геометрическая интерпретация.
3. Формула Муавра. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа в тригонометрической форме.
4. Применение формулы Муавра для вывода формул $\cos nx$ и $\sin nx$.
5. Матрица, виды матриц. Действия над матрицами. Теорема о свойствах действий над матрицами.
6. Обратная матрица. Формула нахождения обратной матрицы.
7. Минор матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы трапециевидной формы.
8. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
9. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений.

Вопросы к экзамену (4 семестр)

1. Многочлены от одной переменной над числовым полем. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
2. Делимость многочленов. Свойства делимости. Частное и остаток.
3. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Линейная форма НОД.
4. Взаимно простые многочлены и их свойства.
5. Неприводимые многочлены и их свойства. Разложение многочлена в произведение неприводимых многочленов
6. Производная многочлена и кратность корня. Отделение кратных множителей.
7. Основная теорема алгебры Неприводимые многочлены над полем комплексных чисел. Формулы Виета.
8. Многочлены над полем действительных чисел.
9. Многочлены над полем рациональных чисел. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.
10. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
11. Кольцо многочленов от n переменных. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
- 12.
13. Векторное пространство. Простейшие свойства векторных пространств.
14. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.
15. Основная теорема о линейной зависимости.
16. Максимальные линейно независимые подсистемы.
17. Ранг системы векторов. Элементарные преобразования системы векторов.
18. Базис и размерность векторного пространства. Преобразование координат.
19. Изоморфизм векторных пространств. Подпространство. Критерий подпространства.
20. Линейные преобразования векторных пространств.
21. Матрица линейного преобразования. Связь между матрицами линейного преобразования в двух базисах.
22. Образ и ядро линейного преобразования.
23. невырожденные линейные преобразования.
24. Операции над линейными преобразованиями.
25. Алгебра линейных преобразований.
26. Изоморфизм алгебры линейных преобразований и алгебры матриц.
27. Группа невырожденных линейных преобразований.
28. Евклидовы пространства.

Демонстрационный вариант экзаменационного билета

БИЛЕТ 1

1. Известно, что матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ является матрицей перехода от базиса $e_1 = (1, -1, 0)$, $e_2 = (1, 2, 3)$, $e_3 = (0, 1, -1)$ пространства R^3 к новому базису того же пространства. Найдите новый базис и координаты вектора $a = (2, 1, 3)$ в этом базисе.
 2. Найдите матрицу линейного отображения $\varphi + \psi$ пространства R^3 над полем R в базисе $e_1 = (1, 0, 1)$, $e_2 = (2, 0, -1)$, $e_3 = (1, 1, 0)$, если $\psi(x) = \psi(x_1, x_2, x_3) = (x_3 + 2x_2, -x_2, x_1)$, $\phi(x) = \phi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_3) \cdot \bar{a}$, где $\bar{a} = (2, -1, 1)$.
-

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Авторы программы: Ковыршина А.И., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ;
Лапшина Е.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.