



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



ТВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

«13» апреля 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.02 Алгебра**

Направление подготовки 44.03.01. Педагогическое образование

Направленность (профиль) подготовки Математика

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения заочная

**Согласована с УМС ПИ ИГУ**

Протокол № 7 от «10» апреля 2023 г.

Председатель М.С. Павлова

**Рекомендовано кафедрой:**

Протокол № 6 от «6» апреля 2023 г.

Зав. кафедрой О.С. Будникова

Иркутск 2023 г.

## I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**Цель дисциплины:** освоение основ линейной алгебры и теории многочленов, элементов теории алгебраических систем.

**Задачи дисциплины:**

- изучение базовых понятий и методов решений задач алгебры: теории многочленов, линейной алгебры, алгебраических систем;
- формирование навыков работы с формальными (абстрактными) конструкциями, используемыми в алгебре.

## II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Решение профессиональных задач (практикум).

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Математический анализ, Геометрия

## III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
ПК-1 способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК-ПК1.1: преобразовывает стандартные математические выражения по основным правилам в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия и положения основ теории многочленов и алгебраических систем; описания методов и алгоритмов линейной алгебры Уметь: использовать положения линейной алгебры, теории многочленов и алгебраических систем для анализа основных конструкций Владеть: основными средствами и методами линейной алгебры

	<p>ИДК ПК1.2: строит, используя аналогию, интерпретации математических выражений в различных предметных областях и практике в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: терминологию и положения основ теории многочленов и алгебраических систем; определения основных понятий, формулировки основных результатов          Уметь: использовать методы линейной алгебры, теории многочленов и алгебраических систем для интерпретации математических выражений; применять метод математической индукции          Владеть: профессиональным языком современной прикладной алгебры</p>
	<p>ИДК ПК1.3: строит, используя аналогию, математические модели для конкретизированных объектов других предметных областей и практики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: основные понятия, терминологию и положения основ теории многочленов и алгебраических систем; определения основных понятий, формулировки основных результатов, описания методов и алгоритмов линейной алгебры          Уметь: использовать положения и методы линейной алгебры, теории многочленов и алгебраических систем для построения математических моделей          Владеть: основными средствами и методами линейной алгебры; профессиональным языком современной прикладной алгебры</p>
<p>ПК-3 способен анализировать логическую структуру математических рассуждений и использовать ее для развития логической культуры обучающихся в рамках реализации основных программ обучения математике</p>	<p>ИДК-пк3.1: определяет логическую структуру, истинностные значения математических суждений, правильность математических умозаключений, основываясь на определениях основных логических операций и отношений, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: логическую структуру изучаемых математических теорий          Уметь: описывать взаимосвязи между изученными теоретическими понятиями и положениями, а так же устанавливать связи с другими изучаемыми разделами математики          Владеть: основными логическими понятиями для описания логической структуры теории</p>

	<p>ИДК-пк3.2: строит интерпретации математических выражений, с учетом их логической структуры, в различных предметных областях и практике, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: логическую структуру изучаемых математических теорий          Уметь: строить интерпретации математических выражений в изучаемых предметных областях          Владеть: основными логическими понятиями для описания логической структуры теории</p>
<p>ПК-4 способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>ИДК-пк4.1 преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: обоснование основных методов линейной алгебры; иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории многочленов          Уметь: преобразовывать основные виды математических моделей линейной алгебры          Владеть: алгоритмами теории многочленов, методами и средствами линейной алгебры</p>
	<p>ИДК-пк4.2 интерпретирует основные виды математических моделей и методов в заданном контексте в соответствии с определенными целями при решении теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: обоснование основных методов линейной алгебры; иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории многочленов          Уметь: интерпретирует основные виды математических моделей линейной алгебры          Владеть: алгоритмами теории многочленов, методами и средствами линейной алгебры</p>

	<p>ИДК-пк4.3 строит математические модели и методы для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: обоснование основных методов линейной алгебры; иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории многочленов          Уметь: строит математические модели и методы линейной алгебры          Владеть: алгоритмами теории многочленов, методами и средствами линейной алгебры</p>
<p>ПК-5 способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных программ обучения математике</p>	<p>ИДК-пк5.1 перечисляет основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов, в том числе в процессе реализации основных программ обучения математике</p>	<p>Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий          Уметь: перечислять основные этапы развития алгебры          Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в историческом контексте</p>
	<p>ИДК-пк5.2 иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных программ обучения математике</p>	<p>Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий          Уметь: иллюстрировать характерные черты алгебраических теорий          Владеть: методами иллюстрации содержания школьного курса математики</p>

	<p>ИДК-пк5.3 представляет фрагменты содержания школьного курса математики в историческом контексте, в том числе в процессе реализации основных программ обучения математике</p>	<p>Знать: иметь представление об основных этапах развития рассматриваемых теорий, знать известные математические задачи соответствующих теорий          Уметь: соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями          Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в историческом контексте</p>
<p>ПК-7 способен анализировать логику развития школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики и использовать результаты анализа в процессе реализации основных программ обучения математике</p>	<p>ИДК-пк7.1: устанавливает соответствие между основными понятиями различных разделов современной математики и их аналогами в школьном курсе математики в процессе реализации основных программ обучения математике</p>	<p>Знать: приложения изучаемых теоретических понятий и положений в школьном курсе математики (в рамках основного и дополнительного образования)          Уметь: иллюстрировать изучаемый теоретический материал примерами соответствующих понятий из школьного курса математики          Владеть: методами представления фрагментов содержания школьного курса математики по соответствующим разделам в контексте изучаемых теорий</p>
	<p>ИДК-пк7.2: анализирует логику развития содержательных линий школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики в процессе реализации основных программ обучения математике</p>	<p>Знать: приложения изучаемых теоретических понятий и положений в школьном курсе математики (в рамках основного и дополнительного образования)          Уметь: анализирует логику развития содержательных алгебраических линий школьного курса          Владеть: методами анализа содержания школьного курса алгебры</p>

#### IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курс 2		Курс 3	
		зимняя сессия	летняя сессия	зимняя сессия	летняя сессия
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>					
В том числе:	34	4	14	8	8
Лекции	16	2	6	4	4
Практические занятия (ПЗ)	18	2	8	4	4
Лабораторные работы (ЛР)					
<b>Консультации (Конс)</b>					
<b>Самостоятельная работа (СР)</b>	400	68	77	136	119
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	18		экз 9		экз 9
Контроль (КО)	16		8		8
<b>Контактная работа (всего)*</b>	50	4	22	8	16
Общая трудоемкость: часы зачетные единицы	468	72	108	144	144
	13	5		8	

\* Контактная работа включает в себя: учебные занятия (лекции, практические занятия, лабораторные работы), консультации, иную контактную работу (проведение промежуточной аттестации), предусматривающую групповую или индивидуальную работу обучающихся с педагогическими работниками. Контактная работа может быть аудиторной, внеаудиторной, а также проводиться в электронной информационно-образовательной среде.

#### 4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

№	Разделы дисциплины и их дидактические единицы
1	<b>Определители 2 и 3 порядков, их свойства и применение к решению систем линейных уравнений</b>
1.1.	Определители 2 и 3 порядков
1.2.	Теорема Крамера для решения систем с 3 неизвестными
1.3.	Свойства определителей 2 и 3 порядков
2	<b>Определители. Системы линейных уравнений</b>
2.1	Системы линейных уравнений: основные понятия. Метод Гаусса
2.2	Определители, их свойства. Определители высших порядков
2.3	Метод Крамера решения систем линейных уравнений
3	<b>Метод математической индукции</b>
3.1	Метод математической индукции
4	<b>Комплексные числа</b>
4.1	Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация
4.2	Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корень из комплексного числа. Геометрическая интерпретация
5	<b>Матрицы</b>
5.1	Матрицы, действия над матрицами
5.2	Обратная матрица. Применение определителей к вычислению обратных матриц
5.3	Ранг матрицы
5.4	Однородные системы линейных уравнений. Многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем уравнений над различными числовыми полями
6	<b>Теория многочленов</b>
6.1	Основные алгебраические системы: группы, кольца, поля



6.2	Многочлены и действия над ними. Кольцо многочленов от одной переменной
6.3	Деление многочленов с остатком. Свойства делимости. Алгоритм Евклида. Линейное разложение НОД
6.4	Корни многочленов. Теорема Виета
6.5	Основная теорема алгебры. Многочлены с целыми коэффициентами. Неприводимые многочлены
6.6	Интерполяционные формулы
7	<b>Линейные пространства и операторы. Евклидовы пространства</b>
7.1	Линейные пространства
7.2	Линейные преобразования

#### 4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)			Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)	
		Контактная работа преподавателя с обучающимися						СРС (в том числе, внеауди торная СР, КСР)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия				
1	<b>Метод математической индукции</b>							
2	Числовые последовательности	2	2		68	Контрольная работа	ПК1, ПК3, ПК4, ПК5, ПК7	72
3	<b>Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений</b>							
4	Определители 2 и 3 порядков. Теорема Крамера для решения систем с 3 неизвестными. Свойства определителей 2 и 3 порядков. Системы линейных уравнений: основные понятия. Метод Гаусса. Определители, их свойства. Определители высших порядков. Метод Крамера решения систем линейных уравнений. Матрицы, действия над матрицами	6	8		77	Контрольная работа	ПК1, ПК3, ПК4, ПК5, ПК7	91

	Обратная матрица. Применение определителей к вычислению обратных матриц. Ранг матрицы. Однородные системы линейных уравнений. Многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем уравнений над различными числовыми полями							
5	<b>Комплексные числа</b>							
6	Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корень из комплексного числа. Геометрическая интерпретация	4	4		136	Контрольная работа	ПК1, ПК3, ПК4, ПК5, ПК7	144
7	<b>Теория многочленов. Линейные пространства и их преобразования</b>							
8	Многочлены и действия над ними. Кольцо многочленов от одной переменной. Деление многочленов с остатком. Свойства делимости. Алгоритм	4	4		119	Контрольная работа	ПК1, ПК3, ПК4, ПК5, ПК7	127

Евклида. Линейное разложение НОД. Корни многочленов. Теорема Виета. Основная теорема алгебры. Многочлены с целыми коэффициентами. Неприводимые многочлены. Линейные пространства. Линейные преобразования линейных пространств							
---	--	--	--	--	--	--	--

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов, в том числе расположенных на информационном портале ПИ ИГУ в кабинетах дисциплин кафедры, для подготовки к занятиям и выполнения заданий (рефератов, докладов, проектов);
- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

#### 4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) отсутствуют

### V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев. - Москва: Лань, 2007. - 416 с.: ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0447-6.

2. Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев, авт. И. С. Соминский. - Москва: Лань, 2008. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классические задачки и практикумы: математика). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0427-8.

3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] / И. В. Проскуряков. - Москва: Лань, 2010. - 475 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0707-1

4. Курош А. Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс]: учеб. / А. Г. Курош. - Москва : Лань, 2013. - 431 с.: ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0521-3.

б) дополнительная литература:

1. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник / А. И. Мальцев. - Москва: Лань, 2009. - 470 с. : ил. ; 21 см. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники: знание. Уверенность. Успех!) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1009-5б) периодические издания нет

в) список авторских методических разработок

1. Дулатова З.А. Алгебра: линейные преобразования линейных пространств: учебное пособие / З.А. Дулатова, А.И. Ковыршина, Е.С. Лапшина. – Иркутск: Изд-во «Аспринт», 2020. 82 с. Систем. требования: PC, Intel 1 ГГц, 512 Мб RAM, 1,5 Мб свобод. диск. пространства; CD-привод; ОС Windows XP и выше, ПО для чтения pdf-файлов. – Загл. с экрана. ISBN 978-5-6045626-2-8

#### **г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. <https://isu.bibliotech.ru/> ООО «Библиотех»
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <https://urait.ru/> Образовательная платформа «Юрайт»
6. Math-Net.Ru – Общероссийский математический портал

### **VI.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **6.1. Помещения и оборудование**

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

#### **Оборудование**

Проектор ACER\*1263 DLP Projctor XGA 1024\*768,Экран Screen Cololview. Ноутбук Asus X51 RL, Колонки активные MicroLab ЗКЩ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400\*700\*800) ольха, проектор XGA BenQ PB, Интерактивная система Smart Board 680i2 со встроенным проектором Unifi45, ноутбук Asus X51 RL, щиток электромонтажный 17135

#### **6.2. Лицензионное программное обеспечение**

Microsoft Office Professional 2003 Win32 Russian Academic OPEN No Level (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

Kaspersky Free (Условия использования по ссылке: <http://www.kaspersky.ru/free-antivirus>, Условия правообладателя, бессрочно)

LibreOffice (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <http://www.libreoffice.org/about-us/licenses/>, бессрочно)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <https://www.7-zip.org/license.txt>, бессрочно)

VLC Player 2.2.4 (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <http://www.videolan.org/legal.html>, бессрочно)

Mozilla Firefox (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке:

<https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/>, бессрочно)

SMART NoteBook (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

### **VII.ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения

занятий (эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый), развивающие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

## **VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости**

#### **Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости**

##### **Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Системы линейных уравнений»**

1. Решите систему уравнений с помощью метода Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$$

2. Найдите общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

##### **Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Обратная матрица. Ранг матрицы»**

###### **ВАРИАНТ 1**

1. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$  и сделать проверку

$$A^{-1}A = E:$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. При каком значении параметра  $\lambda$  существует  $A^{-1}$

$$\text{для } A = \begin{pmatrix} -1 & \lambda \\ 3 & 6 \end{pmatrix}?$$

3. Найти ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

##### **Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Линейные пространства»**

1. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для систем уравнений:

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0$$

$$6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0$$

$$9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0$$

2. Найти обратную матрицу двумя способами (а) с помощью элементарных преобразований б) с помощью миноров:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Доказать, что каждая из двух систем:  $b_1 = (1, 1, 0)$ ,  $b_2 = (1, 0, 0)$ ,  $b_3 = (1, 1, 1)$  и  $c_1 = (0, -8, 5)$ ,  $c_2 = (-1, -5, 3)$ ,  $c_3 = (5, -4, 3)$  является базисом, и найти координаты вектора  $x$  во втором базисе, если известно, что  $x = 2b_1 - 3b_2 - b_3$ .
4. Образует ли множество векторов  $\{(x, y, z) \mid x \geq 0, z \leq 1, x, y, z \in R\}$  линейное подпространство пространства  $R^3$ ?



**Демонстрационный вариант контрольной работы по теме  
«Линейные пространства»**

**Вариант 2**

1. Докажите, что система векторов  $x^3; x^2 + x; -x; 1 + x$  является базисом действительного линейного пространства многочленов степени  $\leq 3$  от одного неизвестного с действительными коэффициентами. Найдите координаты вектора  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 4$  в этом базисе.

2. Выясните, является ли линейным пространством над полем  $C$  множество всех  $n$ -мерных строк комплексных чисел с операцией сложения

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) + (b_1, b_2, \dots, b_n) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$$

и с операцией умножения  $\odot$  умножения строки  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  на число, определенной по правилу

$$(x + iy) \odot a = (x + yi)a.$$

В правой части рассматривается обычная операция умножения строки на число

$$c(a_1, a_2, \dots, a_n) = (ca_1, ca_2, \dots, ca_n).$$

Если множество не является линейным пространством, указать, какие из аксиом ЛП не выполняются.

3. Найдите матрицы переходов от каждого из базисов действительного линейного пространства квадратных матриц второго порядка:

a)  $l_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, l_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, l_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, l_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

b)  $l'_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, l'_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, l'_3 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, l'_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Найдите координаты матрицы  $\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$  в каждом базисе.

4. Найдите какую-нибудь базу системы векторов

$$a_1 = (2, -1, 3, 5),$$

$$a_2 = (3, -2, -10, -34),$$

$$a_3 = (5, 2, -4, 6),$$

$$a_4 = (7, 3, -5, -13)$$

базы.

5. Известно, что каждая из систем векторов

$$a_1 = (3, 1, 3), \quad b_1 = (1, 5, 5),$$

$$a_2 = (-1, -2, -2), \quad b_2 = (10, 2, 8),$$

$$a_3 = (4, -5, -1), \quad b_3 = (0, 11, 9)$$

является базисом пространства  $R^3$ .  
Найдите координаты вектора  $c = 3b_1 + b_2 + 2b_3$  в базисе  $a_1, a_2, a_3$ .

**Демонстрационный вариант контрольной работы по теме «Многочлены от одного неизвестного»**

**ВАРИАНТ 1**

1. Найдите остаток от деления многочлена  $x^{45} + x^{27} + 3x^{19} + x^3 - 2$  на  $x^2 - 1$ .

2. Найдите все значения  $a$ , при которых многочлен

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + (5a - 2)x - (13a - 22)$$

имеет кратный корень.

3. Уравнение  $x^2 + px + q = 0$  имеет корни  $x_1, x_2$ . Напишите уравнение, корнями которого будут числа  $x_1^3, x_2^3$ .

4. Является ли многочлен  $3x^3 - 13x^2 + 7x - 1$  приводимым над  $Z, Q, R, C$ ? Запишите разложение на неприводимые множители.

5. Разложите многочлен  $x^4 - 6x^2 + 25$  на неприводимые множители над  $Q, R, C$ .

6. Известно, что многочлен  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x + 5$  имеет корень  $x_0 = -2 - i$ . Найдите все корни многочлена.

**8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).**

**Вопросы к экзамену (2 курс)**

1. Метод математической индукции (в задачах).
2. Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
3. Метода Гаусса решения систем линейных уравнений.
4. Определители 2 и 3 порядков и их свойства.
5. Определитель. Индуктивное определение.
6. Теорема о свойствах определителя. Теорема о сумме произведений элементов определителя на алгебраические дополнения соответствующих элементов другой строки.
7. Теорема Крамера о решении определенных систем линейных уравнений.
8. Матрица, виды матриц. Действия над матрицами. Теорема о свойствах действий над матрицами.
9. Обратная матрица. Формула нахождения обратной матрицы.
10. Минор матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы трапециевидной формы.
11. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
12. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений.

**Вопросы к экзамену (3 курс)**

1. Многочлены от одной переменной над числовым полем. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
2. Делимость многочленов. Свойства делимости. Частное и остаток.
3. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Линейная форма НОД.
4. Взаимно простые многочлены и их свойства.
5. Неприводимые многочлены и их свойства. Разложение многочлена в произведение неприводимых многочленов
6. Производная многочлена и кратность корня. Отделение кратных множителей.

7. Основная теорема алгебры Неприводимые многочлены над полем комплексных чисел. Формулы Виета.
8. Многочлены над полем действительных чисел.
9. Многочлены над полем рациональных чисел. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.
10. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
11. Линейное пространство.
12. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.
13. Основная теорема о линейной зависимости.
14. Максимальные линейно независимые подсистемы.
15. Ранг системы векторов. Элементарные преобразования системы векторов.
16. Базис и размерность линейного пространства. Преобразование координат.
17. Линейные преобразования линейных пространств.
18. Матрица линейного преобразования. Связь между матрицами линейного преобразования в двух базисах.
19. Операции над линейными преобразованиями.

### Демонстрационный вариант экзаменационного билета

#### ВАРИАНТ 1

1. С помощью метод Крамера найдите значение неизвестного  $x_2$  :

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

2. Найдите общее и одно частное решение системы уравнений, сделайте проверку:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5 \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7 \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18 \\ 2x_1 - x_2 + 11x_3 - 24x_4 = 13 \end{cases}$$

3. Докажите, что для любого натурального  $n$  справедливо:

- (a)  $10^n + 18n - 1$  делится на 27;  
 (b)  $1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + \dots + n(2n + 1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{6}$ .

4. Найдите модуль и аргумент числа  $(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)^{17}$ .

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N121 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование», с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании)» (приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от «18» октября 2013 г. № 544н).

**Авторы программы:** Ковыршина А.И., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ;  
 Лапшина Е.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.