



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
ФГБОУ ВО «ИГУ»

**ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**Кафедра Математики и методики обучения математике**



\_\_\_\_\_ А.В. Семиров

23 мая 2019 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.01 Математический анализ**

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 8 от «26» апреля 2019 г.

Председатель \_\_\_\_\_ М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 8 от «11» апреля 2019 г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ З.А. Дулатова

Иркутск 2019 г.

## I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ:

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются – формирование знаний, умений и навыков студента по основным разделам математического анализа, формирование практических умений и навыков, необходимых для приобретения квалификации бакалавра педагогического образования, формирование ключевых специальных профильных компетенций.

Задачи дисциплины:

- дать специальные знания по дисциплине.
- достичь достаточного уровня знаний по математическому анализу, как одной из главных дисциплин непрерывного анализа.
- дать представление о роли математического анализа в формировании научного мировоззрения.
- способствовать формированию у студентов навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой.
- сформировать у студентов умения применения аппарата математического анализа для решения различных прикладных задач.

## II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:

2.1. Учебная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Алгебра, Геометрия, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании, Практика по получению первичных профессиональных знаний и опыта профессиональной деятельности.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Дифференциальные уравнения. Теория функций действительного и комплексного переменного. Численные методы решения уравнений, Математические модели в естественно-научном и гуманитарном исследовании, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании, Формирование результатов освоения образовательной программы, Современные направления развития науки, Научно-исследовательская практика.

## III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<b>ПК-1</b> Способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера, формирует эту	<b>ИДК-пк1.1:</b> преобразовывает стандартные математические выражения по основным правилам в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	<b>Знать:</b> - определения основных понятий дисциплины; - формулировки основных правил, определяющих способы выполнения операций; - формулировки основных теоретических положений дисциплины. <b>Уметь:</b> - выполнять вновь определенные дей-

способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне

**ИДК-пк1.2:** строит, используя аналогию, интерпретации математических выражений в различных предметных областях и практике в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне (ПС)

**ИДК-пк1.3:** строит, используя аналогию, математические модели для конкретизированных объектов других предметных областей и практики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне

**ИДК-пк1.4** обосновывает преобразования и при-

ствия в соответствии со сформулированными правилами;  
- преобразовывать математические объекты в соответствии с определенными целями по описанным допустимым правилам;

**Знать:**

- определения основных понятий дисциплины;
- формулировки основных правил, определяющих способы выполнения операций;
- формулировки основных теоретических положений дисциплины.

**Уметь:**

- конкретизировать формулировки математических определений и утверждений в соответствии с различными целями в различных ситуациях
- проверять выполнение признаков основных понятий дисциплины на конкретных объектах;
- преобразовывать математические объекты в соответствии с определенными целями по описанным допустимым правилам;

**Владеть:**

- начальным опытом построения интерпретаций математических выражений в различных предметных областях и практике;

**Знать:**

- определения основных понятий дисциплины;
- формулировки основных правил, определяющих способы выполнения операций;
- формулировки основных теоретических положений дисциплины.

**Уметь:**

- конкретизировать формулировки математических определений и утверждений в соответствии с различными целями в различных ситуациях;
- преобразовывать математические объекты в соответствии с определенными целями по описанным допустимым правилам;
- строить математические объекты в соответствии с определенными целями по допустимым правилам;

**Владеть:**

- начальным опытом построения математических моделей для конкретизированных объектов других предметных областей и практики.

**Знать:**

- определения основных понятий дисциплины;
- формулировки основных правил,

	<p>менения определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>определяющих способы выполнения операций;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формулировки основных теоретических положений дисциплины.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- конкретизировать формулировки математических определений и утверждений в соответствии с различными целями в различных ситуациях;</li> <li>- выполнять вновь определенные действия в соответствии со сформулированными правилами;</li> <li>- проверять выполнение признаков основных понятий дисциплины на конкретных объектах;</li> <li>- преобразовывать математические объекты в соответствии с определенными целями по описанным допустимым правилам;</li> </ul>
<p><b>ПК-2</b> способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>ИДК-пк2.1:</b> определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне.</p> <p><b>ИДК-пк2.2:</b> определяет общие понятия, правила и утверждения для различных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия, утверждения, теории и методы;</li> <li>- роль математики в познании природы и общества, ее связь с другими науками,</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- доказывать основные утверждения,</li> <li>- применять математические знания в процессе решения учебных задач прикладного и междисциплинарного характера.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- математическими методами решения практических и профессиональных задач различных предметных и междисциплинарных областей знания.</li> </ul> <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия, утверждения, теории и методы;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- доказывать основные утверждения,</li> <li>- применять математические знания в процессе решения учебных задач прикладного и междисциплинарного характера.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- математическими методами решения практических и профессиональных задач различных предметных и междисциплинарных областей знания.</li> </ul>
<p><b>ПК-4</b> способен использовать алгоритмический подход при построении математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту</p>	<p><b>ИДК-пк4.1</b> преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определения основных понятий</li> <li>- формулировки основных математических закономерностей</li> <li>- формулировки основных теоретических положений дисциплины.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- распознавать ситуацию применения конкретного метода решения математической задачи;</li> </ul>

<p>способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>обучения математике на соответствующем уровне</p> <p><b>ИДК-пк4.2</b> интерпретирует основные виды математических моделей и методов в заданном контексте в соответствии с определенными целями при решении теоретических и практических задач и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p> <p><b>ИДК-пк4.3</b> строит математические модели и методы для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>- преобразовывать математические объекты в соответствии с определенными целями по описанным допустимым правилам в рамках решения конкретной математической задачи;</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- опытом преобразования задачной ситуации в рамках применения конкретного метода решения;</p> <p><b>Знать:</b></p> <p>- определения основных понятий</p> <p>- формулировки основных математических закономерностей</p> <p>- формулировки основных теоретических положений дисциплины.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>- распознавать ситуацию применения конкретного метода решения математической задачи;</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- опытом построения интерпретаций математических выражений в различных предметных областях и практике;</p> <p><b>Знать:</b></p> <p>- определения основных понятий</p> <p>- формулировки основных математических закономерностей</p> <p>- формулировки основных теоретических положений дисциплины.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>- распознавать ситуацию применения конкретного метода решения математической задачи;</p> <p>- строить математические объекты в соответствии с определенными целями по допустимым правилам;</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- опытом преобразования задачной ситуации в рамках применения конкретного метода решения;</p> <p>- опытом построения математических моделей для конкретизированных объектов других предметных областей и практики.</p>
<p><b>ПК-5</b> способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных про-</p>	<p><b>ИДК-пк5.1</b> перечисляет основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике.</p> <p><b>ИДК-пк5.2</b> иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями.</p> <p><b>Знать:</b></p> <p>основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>соотносить новые сведения с направлением развития математики и фор-</p>

грамм обучения математике	<p>историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике.</p> <p><b>ИДК-пк5.3</b> представляет фрагменты содержания школьного курса математики в историческом контексте, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике.</p>	<p>мулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями.</p> <p><b>Знать:</b> основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов.</p> <p><b>Уметь:</b> соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями.</p>
<p><b>ПК-7</b> способен анализировать логику развития школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики и использовать результаты анализа в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>ИДК-пк7.1:</b> устанавливает соответствие между основными понятиями различных разделов современной математики и их аналогами в школьном курсе математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике</p> <p><b>ИДК-пк7.2:</b> анализирует логику развития содержательных линий школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определения основных понятий начал математического анализа</li> <li>- формулировки основных правил, определяющих способы выполнения тех или иных математических действий;</li> <li>- формулировки основных теоретических положений начал математического анализа;</li> <li>- основные методы решения различных классов задач;</li> <li>- логическую структуру учебного материала по математическому анализу.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- конкретизировать формулировки математических определений и утверждений в соответствии с различными целями в различных ситуациях;</li> <li>- доказывать основные утверждения математического анализа;</li> <li>- применять знания в процессе решения учебных задач стандартного и нестандартного характера;</li> <li>- строить математические модели различных ситуаций;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- обобщенными методами решения задач решения учебных задач стандартного и нестандартного характера;</li> </ul> <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- логическую структуру учебного материала по математическому анализу.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- умением строить и обосновывать логические схемы разделов (тем) школьного курса математики с точки зрения высшей математики.</li> </ul>
<p><b>ПК-8</b> способен осуществлять обучение математике в процессе реализации основных и дополнительных программ на основе использования предмет-</p>	<p><b>ИДК-пк8.1</b> применяет концептуальные положения и требования ФГОС общего и среднего профессионального образования к планированию, проектированию и организации основного и дополнительного образовательного</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- требования образовательных стандартов, их структуру и содержание;</li> <li>- содержание учебных программ в образовательных учреждениях различных типов по началам математического анализа;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p>

<p>ных методик и современных образовательных технологий</p>	<p>процесса по математике в образовательных учреждениях;</p> <p><b>ИДК-пк8.2</b> применяет современные технологии обучения и оценки учебных достижений, методические закономерности их выбора с учетом особенностей частных методик обучения математике с использованием различных организационных урочных и внеурочных форм основного и дополнительного образования</p>	<p>-разрабатывать дидактические и методические материалы по началам математического анализа.</p> <p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- требования образовательных стандартов, их структуру и содержание;</li> <li>- содержание учебных программ в образовательных учреждениях различных типов по началам математического анализа;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <p>-разрабатывать дидактические и методические материалы по началам математического анализа.</p>
---	--	--

#### IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры				
		2	3	4	5	6
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	316	80	48	60	64	64
В том числе:	-	-		-	-	-
Лекции	140	40	16	20	32	32
Практические занятия (ПЗ)	176	40	32	40	32	32
Лабораторные работы (ЛР)						
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	89	37	24	12	8	8
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	171	27	36	36	36	36
<b>Контактная работа (всего)*</b>	327	84	52	61	65	65
Общая трудоемкость	часы	576	144	108	108	108
	зачетные единицы	16	4	3	3	3

##### 4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

###### Раздел 1. Введение в математический анализ

###### Тема 1. Множества. Окрестность

Понятие «множество». Операции над множествами. Числовые множества. Абсолютная величина, ее свойства. Грани числовых множеств. Понятие «окрестность».

###### Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности

Понятие «последовательность». Предел числовой последовательности. Геометрический смысл определения предела последовательности. Признак существования предела

последовательности. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции над пределами.

Тема 3. Функция одной независимой переменной.

Понятие «функция». Числовые функции. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функций (свойства функций). Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их графики.

Тема 4. Предел функции

Определение предела функции. Геометрический смысл предела функции. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций. Признаки существования пределов. Замечательные пределы.

Тема 5. Неопределенности

Техника вычисления пределов. Раскрытие математических неопределенностей.

Тема 6. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них

Основные свойства эквивалентных бесконечно малых. Применение эквивалентности бесконечно малых к вычислению пределов.

Тема 7. Непрерывность функций

Четыре определения непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на промежутке. Точки разрыва и их классификация.

## **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

Тема 1. Производная функции.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее механический и геометрический смысл (таблица производных). Уравнение касательной и нормали к кривой. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная сложной и обратной функций. Логарифмическое дифференцирование.

Тема 2. Производные высших порядков. Дифференциал функции.

Понятие производной высшего порядка. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.

Тема 3. Основные свойства дифференцируемых функций.

Теорема Ролля. Теорема Коши. Теорема Лагранжа и ее следствия. Правило Лопиталя.

Тема 4. Применение производной к исследованию функций

Монотонность функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость функции, точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение графика.

## **Раздел 3. Интегральное исчисление**

Тема 1. Первообразная, неопределенный интеграл.

Первообразная и основные теоремы о ней. Понятие неопределенного интеграла и его свойства. Простейшие правила неопределенного интегрирования. Интегрирование сложной функции. Таблица интегралов.

Непосредственный метод интегрирования, методы интегрирования по частям и замены переменной.

Интегрирование в классе элементарных функций. Интегрирование простейших рациональных дробей, правильных и неправильных рациональных дробей.

Идея метода рационализации. Интегрирование иррациональных выражений (иррациональность от переменной интегрирования, дробно-линейная иррациональность) и простейших тригонометрических выражений (универсальная подстановка, частные случаи) методом рационализации.

Тема 2. Определенный интеграл и его приложения.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Интегри-



руемость функции по Риману на  $[a, b]$ . Необходимое условие интегрируемости. Достаточное условие интегрируемости. Формула Ньютона-Лейбница.

Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем и ее геометрический смысл. Простейшие правила определенного интегрирования. Метод интегрирования по частям и метод замены переменной под знаком определенного интеграла.

Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги, задаваемой непрерывной функцией  $f(x)$ , имеющую непрерывную производную  $f'(x)$ . Объем тел вращения. Общая схема применения определенного интеграла для решения задач.

Несобственные интегралы I и II типа, их сходимость, геометрический смысл. Свойства несобственных интегралов и их вычисление.

#### **Раздел 4. Функции многих переменных**

Тема 1. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал.

Множества пар чисел и их геометрическое представление. Понятие функции двух переменных, ее область определения, график. Линии уровня. Понятие функции многих переменных. Предел и непрерывность функции многих переменных.

Понятие частных производных функции двух переменных и их геометрический смысл. Понятие полного дифференциала и дифференцируемости функции двух переменных. Достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных. Геометрический смысл полного дифференциала. Применение полного дифференциала к приближенному вычислению. Распространение всех понятий на случай функции трех и большего числа переменных.

Тема 2. Частные производные высших порядков. Экстремум функции двух переменных

Производные и полный дифференциал сложной функции многих переменных. Инвариантность формы полного дифференциала от сложной функции. Частные производные и полный дифференциал высших порядков. Равенство смешанных частных производных. Понятие экстремума функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума. Достаточное условие. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.

Тема 3. Кратные интегралы.

Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах.

Тройной интеграл. Основные понятия. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле, вычисление в цилиндрических и сферических координатах.

#### **Раздел 5. Криволинейные и поверхностные интегралы**

Тема 1. Криволинейные интегралы

Криволинейные интегралы I и II рода. Основные понятия. Вычисление криволинейных интегралов I и II рода. Формула Остроградского-Грина. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.

Тема 2. Поверхностные интегралы

Поверхностные интегралы I и II рода. Основные понятия. Вычисление поверхностных интегралов I и II рода. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.

#### **Раздел 6. Элементы теории поля**

Тема 1. Скалярное поле.

Понятие скалярного поля. Поверхности и линии уровня. Дифференцируемые скалярное поля. Градиент скалярного поля и его свойства. Производная по направлению.

Тема 2. Векторное поле.

Понятие векторного поля. Векторные линии поля. Поток поля. Дифференцируемые векторные поля. Дивергенция поля. Формула Остроградского-Гаусса. Циркуляция поля. Ротор поля. Формула Стокса. Оператор Гамильтона. Соленоидальное поле. Потенциальное поле. Гармоническое поле.

## Раздел 7. Элементы операционного исчисления

### Тема 1. Преобразование Лапласа.

Оригиналы и их изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений.

### Тема 2. Обратное преобразование Лапласа.

Теоремы разложения. Формула Римана-Меллина. Операционный метод решения задач.

## Раздел 8. Числовые ряды и их исследование на сходимость

### Тема 1. Исследование положительных числовых рядов

Понятие ряда и его суммы. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. Операции над рядами. Остаток ряда и его свойства. Приближенное вычисление суммы ряда.

Положительные числовые ряды. Необходимое и достаточное условие их сходимости. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признак сравнения, его предельный вариант, признаки Даламбера, Коши).

### Тема 2. Исследование числовых рядов с произвольными членами

Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Исследование рядов с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимости. Свойства сходящихся рядов: группировка членов ряда, перестановка членов ряда.

## Раздел 9. Функциональные ряды и ряды Фурье

### Тема 1. Функциональные ряды.

Понятие функционального ряда, его области сходимости и суммы. Проблемы теории функциональных рядов. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса (без доказательства). Свойства суммы равномерно – сходящихся функциональных рядов.

Степенные ряды. Теорема Абеля и ее следствие. Исследование области сходимости степенного ряда. Интервал сходимости. Абсолютная и равномерная сходимость степенных рядов. Свойства суммы степенного ряда.

Идея разложения функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Необходимое условие разложимости в ряд Тейлора. Формула Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложимости.

### Тема 2. Ряды Фурье

Разложение функций в тригонометрические ряды. Ряд Фурье для функции периода  $2\pi$ . Признак Дирихле. Особенность разложения в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций периода  $2L \neq 2\pi$ . Разложение в ряд Фурье функций заданных на  $[a, b]$ . Четное и нечетное периодическое продолжение.

### 4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

#### 1 курс (2 семестр)

№ п/п	Наименование раздела/темы	Типы занятий в часах				
		Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего
1.	<b>Раздел 1. Введение в математический анализ</b>					
	Тема 1. Множества. Окрестность	2	2			4
	Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности	4	4		3	11
	Тема 3. Функции	2	4		3	9

	Тема 4. Предел функции	4	4		4	12
	Тема 5. Неопределенности	4	4		4	12
	Тема 6. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них	4	2		3	9
	Тема 7. Непрерывность функций	4	4		3	11
2	<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>					
	Тема 1. Производная функции	4	4		4	12
	Тема 2. Производные высших порядков. Дифференциал	2	4		2	8
	Тема 3. Основные свойства дифференцируемых функций	4	2		2	8
	Тема 4. Применение производной к исследованию функций	6	6		9	21
	ИТОГО:	40	40		37	117

### 2 курс (3, 4 семестры)

№ п/п	Наименование раздела/темы	Типы занятий в часах				
		Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего
3.	<b>Раздел 3. Интегральное исчисление</b>					
	Тема 1. Первообразная, неопределенный интеграл	8	16		12	36
	Тема 2. Определенный интеграл и его приложения	8	16		12	36
	Итого: 3 семестр	16	32		24	72
4.	<b>Раздел 4. Функции многих переменных</b>					
	Тема 1. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал.	6	12		3	21
	Тема 2. Частные производные высших порядков. Экстремум функции двух переменных	6	12		3	21
	Тема 3. Кратные интегралы. Двойные и тройные интегралы	8	16		6	30
	Итого: 4 семестр	20	40		12	72

### 3 курс (5 семестр)

№ п/п	Наименование раздела/темы	Типы занятий в часах				
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС	Всего
5.	<b>Раздел 5. Криволинейные и поверхностные интегралы</b>					
	Тема 1. Криволинейные интегралы	6	6		2	14
	Тема 2. Поверхностные интегралы	6	6		2	14

6.	<b>Раздел 6. Элементы теории поля</b>					
	Тема 1. Скалярное поле.	4	4			8
	Тема 2. Векторное поле.	6	6		2	14
7.	<b>Раздел 7. Элементы операционного исчисления</b>					
	Тема 1. Преобразование Лапласа	6	6		1	13
	Тема 2. Обратное преобразование Лапласа	4	4		1	9
	Итого: 5 семестр	32	32		8	72

### 3 курс (6 семестр)

№ п/п	Наименование раздела/темы	Типы занятий в часах				
		Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан	СРС	Всего
8.	<b>Раздел 8. Числовые ряды и их исследование на сходимость</b>					
	Тема 1. Исследование положительных числовых рядов	8	8		2	18
	Тема 2. Исследование числовых рядов с произвольными членами	8	8		2	18
9.	<b>Раздел 9. Функциональные ряды и ряды Фурье</b>					
	Тема 1. Функциональные ряды.	8	8		2	18
	Тема 2. Ряды Фурье	8	8		2	18
	ИТОГО:	32	32		8	72

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера, овладение профессиональными умениями в области образовательной, воспитательной, культурно-просветительской и научно-исследовательской деятельности:

- 1) использование различных информационных ресурсов для выполнения заданий;
- 2) самостоятельное изучение научной, научно-методической, методической и учебной литературы по теме исследования;
- 3) составление конспектов изучаемых информационных материалов;
- 4) выполнение индивидуальных семестровых заданий, их оформление и представление.

Варианты индивидуальных семестровых заданий можно взять на внутреннем портале педагогического университета ИГУ

А также в учебном пособии (для 1 курса)

Артемьева С.В. Основы теории пределов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С. В. Артемьева, Т.С. Курьякова - ЭВК. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. -Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех".

В учебном пособии (для 2 курса)

Артемьева С.В. Математический анализ: Вычисление неопределенных интегралов: Учебное пособие / С.В. Артемьева, Т.С. Курьякова. – Иркутск: ООО «Репроцентр А1», 2017. – 100 с.

## **V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **а) основная литература**

1. Артемьева С.В. Основы теории пределов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С. В. Артемьева, Т.С. Курьякова - ЭВК. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех".
2. Ахметшина Г.Ш. Дифференциальное исчисление: учеб. пособие/ Г. Ш. Ахметшина, Л. П. Гапоненко; Иркут. гос. пед. ун-т. - Иркутск: Изд-во ИГПУ, 2007. -200 с. (50 экз)
3. Гапоненко Л.П. Математика. Кейс "дифференциальное исчисление". 1 курс бакалавриата физико-математического образования: учеб. пособие/ Л. П. Гапоненко, Г. Ш. Ахметшина; Иркут. гос. пед. ун-т. - Иркутск: Изд-во ИГПУ, 2008. - 251 с. (23 экз)
4. Ильин В.А. Математический анализ: учеб. для бакалавров вузов с углублен. изучением мат. анализа и для спец. мех.-мат. фак. ун-тов : [в 2 т.] / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. - 4-е изд. - М.: Юрайт, 2013. Ч. 1. - 2013. - 357 с. (26 экз.)
5. Ильин В.А. Математический анализ: учеб. для бакалавров вузов с углублен. изучением мат. анализа и для спец. мех.-мат. фак. ун-тов : [в 2 т.] / В. А. Ильин. - 3-е изд. - М.: Юрайт, 2013. Ч. 2. - 2013. - 660 с. (26 экз)
6. Карташев А.П. Математический анализ [Электронный ресурс] / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский. - Москва: Лань, 2007. - 447 с.: ил.; 21 см. - (Лучшие классические учебники. Математика) (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
7. Будаев В.Д. Математический анализ: учебник [Электронный ресурс] / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. - Москва: Лань, 2012. - 544 с.: ил.; 22 см. - Режим доступа: ЭБС"Издательство"Лань".
8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс] / Г. М. Фихтенгольц. - Москва: Лань, 2009. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
9. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Г.М. Фихтенгольц. - Москва: Лань, 2008. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".

### **б) дополнительная литература**

1. Горлач Б.А. Математический анализ [Электронный ресурс] / Б. А. Горлач. - Москва: Лань, 2013. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
2. Гапоненко Л.П. Механические приложения определенного интеграла: учебно-метод. пособие/ Л. П. Гапоненко. -Иркутск: Изд-во Иркут. гос. пед. ун-та, 2002. -28 с. (67экз)
3. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - Москва: Лань, 2010. - 736 с.: ил., граф. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
4. Баврин И.И. Математический анализ: учебник / И. И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 324 с. (10 экз.)

5. Зорич В.А. Математический анализ: учеб. для студ. мат. и физ.-мат. фак. и спец. вузов / В. А. Зорич. - 5-е изд. - М.: Изд-во МЦНМО. Ч.2. - 2007. - 789 с. (50 экз)
6. Протасов Ю.М. Математический анализ: учеб. пособие / Ю. М. Протасов; Рос. гос. гуманитар. ун-т. - М.: Флинта: Наука, 2012. - 162 с. (14 экз)
7. Фалалеев М.В. Математический анализ: учеб. пособие для студ. вузов. обуч. по напр. подгот. "Математика", "Прикладная математика и информатика", "Информационная безопасность": в 4 ч. / М. В. Фалалеев; рец.: Н. А. Сидоров, А. А. Щеглова; Иркутский гос. ун-т, Ин-т мат., эконом. и информ. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. Ч. 1. - 2013. - 177 с. (50 экз), Ч. 2. - 2013. - 139с. (50 экз), Ч. 3. - 2013. - 154с. (50 экз), Ч. 4. - 2013. - 113с. (50 экз),
8. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике, Ч. 1: Тридцать шесть лекций/ Д. Т. Письменный. -Изд. 7-е. - М.: Айрис-пресс, 2007. -280 с. (91 экз)
9. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике, Ч. 2: Тридцать пять лекций/ Д. Т. Письменный. -Изд. 5-е. -М.: Айрис-пресс, 2007. -252 с. (29 экз)

**в) периодические издания: -**

**г) список авторских методических разработок:**

1. Артемьева С.В. Основы теории пределов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С. В. Артемьева, Т.С. Курьякова - ЭВК. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех".
2. Артемьева С.В. Математический анализ: Вычисление неопределенных интегралов: Учебное пособие / С.В. Артемьева, Т.С. Курьякова. – Иркутск: ООО «Репроцентр А1», 2017. – 100 с.

**д) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО»Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

## **VI.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Помещения и оборудование**

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Специальные помещения:

- учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля

Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории:

### **Оборудование**

Колонки активные MicroLab ЗКЦ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400\*700\*800) ольха, проектор XGA BenQ PB  
Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации: Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Comrex DSG1008 E-net Switch;  
Коммутатор DES-1226G 24\*10XМb портов2\*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

### **6.2. Лицензионное и программное обеспечение**

**Windows XP** (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

**Антивирус Kaspersky** (Форус Контракт№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц. №1В08161103014721370444)

**LibreOffice** (LGPL-3.0, MPL 2.0)

**MSOffice2007** (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

**7-zip** (GNU LGPL)

**VLC** (L-GPL-2.1+)

**Mozilla Firefox** (GNU GPL, GNU LGPL)

**WinDjView** (GNU GPL)

**XnView MP** (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

**Acrobat Reader DC** (Условия правообладателя

Условия использования по ссылке: [http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients\\_PC\\_WWEULA-en\\_US-20150407\\_1357.pdf](http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf))

**windows 7** (Договор №03-015-16

Подписка №1204045827)

**Антивирус Kaspersky** (Форус Контракт№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц. №1В08161103014721370444)

**LibreOffice** (LGPL-3.0, MPL 2.0)

**PeaZip** (GNU GPL, GNU LGPL)

**MSOffice2007** (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

**VLC** (L-GPL-2.1+)

**Mozilla Firefox** (GNU GPL, GNU LGPL)

**WinDjView** (GNU GPL)

**XnView MP** (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

**Acrobat Reader DC** (Условия правообладателя

Условия использования по ссылке: [http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients\\_PC\\_WWEULA-en\\_US-20150407\\_1357.pdf](http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf))

**SMART NoteBook** (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

## **VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы про-

ведения занятий (Дискуссия, проблемный метод, частично-поисковый, технология формирования научно-исследовательской деятельности студентов (проведение учебного исследования, выбор модели интерпретации полученных данных, представление результатов учебного исследования), разбор конкретных ситуаций, групповые дискуссии), развивающие у обучающихся навыки командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

## VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

#### *Тематика математических диктантов.*

1 курс: Раскрытие неопределенностей. Замечательные пределы. Таблица эквивалентностей. Таблица производных.

2 курс: Неопределенный интеграл и методы интегрирования. Определенный интеграл и его вычисление.

3 курс: Признаки сходимости числовых рядов.

#### *Темы индивидуальных семестровых заданий:*

##### *1 курс:*

1) Вычисление пределов последовательностей и функции (в т.ч. с помощью эквивалентностей).

I) Предел числовой последовательности.

1. Используя определение предела числовой последовательности, докажите, что:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n-1} = \frac{3}{2}.$$

2. Вычислите пределы: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^3 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7-n+n^2}}$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1})$ ; в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right)$ .

II) Предел функции.

1. Используя определение предела функции в точке, докажите (найдите  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

Вычислите пределы функций:

2.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$ ; 3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}$ ;

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \ln(1 + x^3) \right)^{\frac{3}{x^2 \arcsin x}}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}$ ; 8.  $\lim_{x \rightarrow e} \left( \frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi x}{2e}}$ .

2) Исследование функции на непрерывность и на точки разрывов.

1) Исследовать функции на непрерывность в указанных точках:

а)  $f(x) = 6^{\frac{2}{4-x}}$ ;  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4$ ; б)  $f(x) = \frac{x-7}{x-2}$ ;  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 7$



2) Исследовать функции на непрерывность и построить схематический график функции:

$$\text{a) } y = \frac{-4x}{x^2 - 8x + 15} \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

3) Исследование функции с помощью производной, построение графиков.

Исследовать и построить графики функций

$$\text{a) } y = \frac{x^2 - x + 1}{(2x - 1)(x + 1)}; \quad \text{б) } y = \sqrt[3]{\frac{x+4}{1+x}}.$$

**2 курс:**

1) Неопределенный интеграл и методы интегрирования.

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{1 - \sqrt{x+1}}{(1 + \sqrt[3]{x+1})\sqrt{x+1}} dx; & \quad 2) \int \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx; \\ 3) \int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+3}}; & \quad 4) \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx; & \quad 5) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}; \\ 6) \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{x^4\sqrt{x^3}} dx; & \quad 7) \int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}; & \quad 8) \int \frac{dx}{8\sin^2 x - 16\sin x \cos x} \end{aligned}$$

2) Определенный интеграл и его вычисление. Несобственные интегралы.

Вычислите определенные интегралы:

$$\begin{aligned} 1) \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \sqrt[3]{1+x^2} dx; & \quad 2) \int_2^3 y \ln(y-1) dy; & \quad 3) \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx; \\ 4) \int_0^2 x^2 \cdot \sqrt{x-x^2} dx; & \quad 5) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx; & \quad 6) \int_2^3 \frac{dx}{2x^2 + 3x - 2}; & \quad 7) \int_3^{29} \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{3 + \sqrt[3]{(x-2)^2}} dx. \end{aligned}$$

Вычислите несобственные интегралы или докажите их расходимость:

$$8) \int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}; \quad 9) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}; \quad 10) \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx; \quad 11) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{4x-x^2-4}}.$$

3) Кратные интегралы

1) Представить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного интеграла с внешним интегрированием а) по  $x$ ; б) по  $y$ , если область  $D$  задана указанными линиями:

$$D: y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0.$$

2) Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанными линиями

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy, \quad D: y = x^2, x = y^2.$$

3) Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dy.$$

4) Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ , если об-

ласть  $V$  ограничена указанными поверхностями. Начертить область интегрирования.

$$V : x = 2, y = 4x, y = 3\sqrt{x}, z \geq 0, z = 4.$$

5) Вычислить интеграл:  $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz$ ,  $V : 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$ .

6) Вычислить тройной интеграл с помощью цилиндрических или сферических координат.

$$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz, V : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

### 3 курс:

#### 1) Криволинейные и поверхностные интегралы

1) Вычислить  $\int_L \frac{dl}{\sqrt{5(x-y)}}$ , где  $L$  – отрезок прямой  $AB$ , заключенный между точками  $A(0; 4)$ ,  $B(4; 0)$ .

2) Вычислить  $\int_L (x^2 + y^2) dl$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 4$ .

3) Вычислить  $\int_L \sqrt{2 - z^2} (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) dl$ , где  $L$  – дуга кривой  $\begin{cases} x = t \cos t \\ y = t \sin t \\ z = t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$ .

4) Вычислить  $\int_L (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$ , где  $L$  – дуга параболы  $y = x^2$  от точки  $A(-1; 1)$  до точки  $B(1; 1)$ .

5) Вычислить  $\int_L \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[3]{x^5 + \sqrt[3]{y^5}}}$ , где  $L$  – дуга астроида  $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$  от точки  $A(2; 0)$  до точки  $B(0; 2)$ .

6) Вычислить  $\iint_S \left( z + 2x + \frac{4}{3} y \right) dS$ , где  $S$  – часть плоскости  $6x + 4y + 3z = 11$ , лежащая в I октанте.

7) Вычислить  $\iint_S x^3 dy dz + y^3 dx dz + z^3 dx dy$ , где  $S$  – внешняя сторона сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

#### 2) Числовые ряды и их исследование на сходимость. Сходимость функциональных рядов.

1) Найдите сумму ряда  $\sum_{n=9}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}$ .

2) Исследуйте на сходимость ряды: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n \sqrt{n}}{n \sqrt{n}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left( 1 - \cos \frac{1}{n+1} \right)$ ;

в)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$ ; д)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 (3n+1)}$ ; е)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$ .

3) Вычислить сумму ряда с точностью  $\alpha$ :  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n^2}$ ,  $\alpha = 0,01$ .

4) Найдите область сходимости ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{x^n + 1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} (x+3)^{2n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(x^2 - 6x + 13)^n}$ .

5) Найдите сумму ряда: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n(n-1)}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+5)x^{n-1}$ .

**Темы проверочных и контрольных работ:**

Примерное содержание

**1 курс:**

- 1) Пределы последовательностей
- 2) Раскрытие неопределенностей (применение основных приемов раскрытия неопределенностей);
- 3) Нахождение пределов с использованием теории эквивалентностей;
- 4) Исследование функции на непрерывность и точки разрывов;

Примерное содержание проверочной работы

- 1) Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}$ ;
- г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+1} \right)^{4x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln(1+x^2)}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$ .
- 2) Найти точки разрыва функции и определить их тип. Построить схематический график функции.

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4; \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

- 5) Вычисление производных сложных функций; логарифмическое дифференцирование;

Примерное содержание контрольной работы

- 1) Исходя из определения производной, найти производную функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .
- 2) Найти производные функций: а)  $y = x^2 - 2 \sin x + 5$ ; б)  $y = x^3 \ln x$ ; в)  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$ ;
- г)  $y = \sqrt{4x + \sin 4x}$ ; д)  $y = 2(e^{x/2} - e^{-x/2})$ ; е)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \frac{1}{x^4}$ ; ж)  $y = \left( \frac{x}{5} \right)^{5x}$ ;
- з)  $y = 2^{\cos^3 x - 3 \cos x}$ ; и)  $y(x) = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x}$ , найти  $y'(0,01)$ . к)  $y = \frac{1}{x+1} + 1$ . Найти  $y^{(n)}$ .

**2 курс:**

1) Методы интегрирования;

2) Метод рационализации для интегрирования простейших иррациональных и тригонометрических выражений;

3) Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы;

Примерное содержание контрольной работы

1. Найти интегралы: а)  $\int \left( x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) dx$ ; б)  $\int \left( \frac{3}{x^2 + \sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2+x^2}} \right) dx$ ;
- в)  $\int \cos x \sin^2 x dx$ ; г)  $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ ; д)  $\int \frac{7}{6x^2 + x + 1} dx$ ; е)  $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$ ;

ж)  $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$ ;    з)  $\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx$ .

2. Вычислить: а)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$ ;    б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$ ;    в)  $\int_0^e \ln x dx$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = 8$  и осью  $Oy$ .

4. Вычислить: а)  $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ ;    б)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ ;    в)  $\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$ .

4) Частные производные и дифференциал функции многих переменных.

Примерное содержание проверочной работы

1) Найдите экстремумы функции:  $z = -x^2 - xy - y^2 + x + y$ .

2) Найдите частные производные второго порядка функции:  $z = 5x^3y - y^2x$ .

3) Найдите градиент функции  $u = x^2y^3z^4$  в т.  $A(3, 2, 1)$ .

4) Найти полный дифференциал функции  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{\sqrt{x}}$ .

5) Кратные интегралы

Примерное содержание проверочной работы

1) Представить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного интеграла с внешним

интегрированием а) по  $x$ ; б) по  $y$ , если область  $D$  задана указанными линиями:

$D: y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0$ .

2) Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанными линиями

$\iint_D (x^2 + y) dx dy, D: y = x^2, x = y^2$ .

3) Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ , если об-

ласть  $V$  ограничена указанными поверхностями. Начертить область интегрирования.

$V: x = 2, y = 4x, y = 3\sqrt{x}, z \geq 0, z = 4$ .

4) Вычислить интеграл:  $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz, V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$ .

**3 курс:**

1) Исследование положительных числовых рядов. Исследование рядов с произвольными членами на условную и абсолютную сходимость.

Примерное содержание контрольной работы

Исследовать на сходимость ряды:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 1}{2^n}$ ;    2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \ln \frac{n+1}{n}$ ;    3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}{n + \sqrt[3]{n^5}}$ ;

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}$ ;    5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \arcsin \frac{1}{n} \right)^n$ ;    6)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$ ;

Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+3}{n^2+4}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 3^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n!}{2n^2}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{n+3}{2n+1}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \sqrt[3]{\ln n + 2}}.$$

2) Сходимость функциональных рядов.

Примерное содержание проверочной работы

Найдите область сходимости рядов: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sqrt[3]{n}+1)^{x+3}};$  2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3(x^2-6x+10)^n}.$

Найдите область сходимости рядов:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^n; \quad 2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n n!}{(n+1)^n} x^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n(n+1)} x^n;$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 9^n}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n+2) \cdot 2^n} (x+4)^n; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(2n^3+3n) \cdot 4^n}.$$

**8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).**

**Вопросы и задания к экзамену**

**2 семестр (1 курс):**

- 1) Понятие «последовательность». Предел числовой последовательности. Геометрический смысл определения предела последовательности.
- 2) Признак существования предела последовательности.
- 3) Основные теоремы о пределах.
- 4) Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
- 5) Арифметические операции над пределами.
- 6) Понятие «функция». Числовые функции. График функции. Способы задания функции.
- 7) Основные характеристики функций (свойства функций).
- 8) Обратная функция. Сложная функции. Элементарные функции и их графики.
- 9) Определение предела функции. Геометрический смысл предела функции.
- 10) Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций.
- 11) Признаки существования пределов.
- 12) Замечательные пределы.
- 13) Техника вычисления пределов. Раскрытие математических неопределенностей.
- 14) Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них
- 15) Применение эквивалентности бесконечно малых к вычислению пределов.
- 16) Непрерывность функций функции в точке. Непрерывность функции на промежутке.
- 17) Точки разрыва и их классификация.
- 18) Задачи, приводящие к понятию производной.
- 19) Определение производной, ее механический и геометрический смысл (таблица производных).
- 20) Уравнение касательной и нормали к кривой.
- 21) Непрерывность дифференцируемой функции.

- 22) Производная сложной и обратной функций.
- 23) Понятие производной высшего порядка.
- 24) Дифференциал функции и его геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах.
- 25) Дифференциалы высших порядков.
- 26) Основные свойства дифференцируемых функций. Теорема Ролля.
- 27) Основные свойства дифференцируемых функций. Теорема Коши.
- 28) Основные свойства дифференцируемых функций. Теорема Лагранжа и ее следствия.
- 29) Правило Лопиталю.
- 30) Монотонность функции.
- 31) Экстремумы функции.
- 32) Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
- 33) Выпуклость функции, точки перегиба.
- 34) Асимптоты графика функции.

### Примерный перечень заданий к экзамену

- Вычисление пределов последовательностей и функции
- Исследование функции на непрерывность и на точки разрывов.
- Вычисление производных функции, нахождение дифференциалов.
- Исследование функции с помощью производной, построение графиков.

### Экзамен может включать задания, подобные следующим:

1) Вычислите пределы функций:

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}; \\
 & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{\operatorname{ctg} \pi x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^3 + 8}{3x^2 + 10} \right)^{\cos x}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{9 - 2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\sin x - \sin a}{x - a} \right)^{\frac{x^2}{a^2}}.
 \end{aligned}$$

2) Исследовать функции на непрерывность и построить схематический график функции:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } y &= \frac{3x}{10x - 21 - x^2}; & \text{б) } f(x) &= \begin{cases} 3x + 4, & x \leq -1, \\ x^2 - 2, & -1 < x < 2, \\ x, & x \geq 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

3) Найдите производные: а)  $y = \operatorname{Intg} 5x$ ; б)  $y = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x)$ ; в)  $y = \frac{\sin x}{1 + \ln \sin x}$ ; г)

$$\text{д) } y = \frac{1}{2} \arcsin \frac{x^2}{\sqrt{3}}; \quad \text{е) } dy - ?, y = \sqrt{1 + x^2}; \quad \text{ж) } y''' - ?, y = \frac{1}{2} \ln^2 x.$$

4) Определить промежутки монотонности функции:  $f(x) = 2x^2 - \ln x$ .

5) Найти максимумы и минимумы функций:  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 3}$ .

6) Найти интервалы выпуклости и точки перегиба, графика функций:  $y = \frac{2x^2}{1 + x^2}$ .

7) Найти асимптоты графиков функций:  $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1} + 2x$

**3 семестр (2 курс):**

## Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Понятие первообразной. Основные теоремы о первообразной.
2. Понятие неопределенного интеграла, его свойства.
3. Простейшие правила интегрирования.
4. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод интегрирования по частям, метод замены переменной.
5. Интегрирование простейших рациональных дробей.
6. Интегрирование иррациональных выражений, содержащих иррациональность от переменной интегрирования и дробно-линейную иррациональность.
7. Интегрирование тригонометрических выражений универсальной подстановкой и частными подстановками.
8. Задача о площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл.
9. Задача о работе силы переменной величины. Понятие определенного интеграла, его физический смысл.
10. Основные свойства определенного интеграла.
11. Оценки определенного интеграла. Теорема о среднем.
12. Доказательство формулы Ньютона-Лейбница.
13. Доказательство свойств определенного интеграла.
14. Приложения определенного интеграла.
15. Несобственные интегралы I и II рода.

## Примерный перечень заданий к экзамену

- Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод интегрирования по частям, метод замены переменной.
- Интегрирование простейших рациональных дробей.
- Интегрирование иррациональных выражений, содержащих иррациональность от переменной интегрирования и дробно-линейную иррациональность.
- Интегрирование тригонометрических выражений универсальной подстановкой и частными подстановками.
- Вычисление определенных интегралов
- Задача о площади криволинейной трапеции

## Экзамен может включать задания, подобные следующим:

Неопределенные интегралы:

$$\begin{aligned} 1) \int x^2 \cdot e^{-3x^3} dx & \quad 2) \int x \cdot \cos x dx & \quad 3) \int (1 - \sin^2 x) dx & \quad 4) \int \frac{dx}{(\arcsin^3 x) \cdot \sqrt{1-x^2}} \\ 5) \int x^2 \cdot \ln x dx & \quad 6) \int \frac{2x^2 - 13x}{x^3 - 5x^2 + 2x + 8} dx & \quad 7) \int \frac{x^2 + 1}{x(x^2 - 1)} dx & \quad 8) \int \frac{dx}{\sin x + \operatorname{tg} x} \\ 9) \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx & \quad 10) \int x \cdot \cos x^2 dx & \quad 11) \int x \cdot e^{-x} dx & \quad 12) \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} \\ 13) \int \frac{2 dx}{(x-1)(x-2)(x-3)} & \quad 14) \int \frac{\cos 2x dx}{1 + \cos 2x} & \quad 15) \int x^2 \cdot \sin x^3 dx & \quad 16) \int \ln x dx \end{aligned}$$

Определенный интеграл и его приложения

$$1) \int_1^4 (x^2 - 1) dx, \quad 2) \int_4^9 \left( \frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx, \quad 3) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad 4) \int_0^5 x\sqrt{x+4} dx, \quad 5) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+1}},$$

$$6) \int_1^e \ln x dx, \quad 7) \int_0^{\pi} x \sin x dx, \quad 8) \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}, \quad 9) \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \cos x},$$

10) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = 1 - x^2$  и  $y = x$ ;

б)  $y = 1 - x^2$ ,  $y = x^2 + 2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ;

в)  $xy = 6$ ,  $x = 1$ ,  $x = e$ ,  $y = 0$ ; г)  $y = 6x - x^2 - 5$  и осью  $Ox$ ; д)  $y = 6x - x^2 - 5$  и  $y = 3$ .

#### 4 семестр (2 курс):

##### Примерный перечень вопросов к экзамену

- 1) Понятие функции двух переменных, ее область определения, график. Линии уровня.
- 2) Понятие функции многих переменных. Предел и непрерывность функции многих переменных.
- 3) Понятие частных производных функции двух переменных и их геометрический смысл.
- 4) Понятие полного дифференциала и дифференцируемости функции двух переменных.
- 5) Достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных.
- 6) Геометрический смысл полного дифференциала.
- 7) Производные и полный дифференциал сложной функции многих переменных. Инвариантность формы полного дифференциала от сложной функции.
- 8) Частные производные и полный дифференциал высших порядков. Равенство смешанных частных производных.
- 9) Понятие экстремума функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума. Достаточное условие.
- 10) Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
- 11) Двойной интеграл. Основные понятия и определения.
- 12) Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
- 13) Основные свойства двойного интеграла.
- 14) Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах.
- 15) Тройной интеграл. Основные понятия.
- 16) Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
- 17) Замена переменных в тройном интеграле, вычисление в цилиндрических и сферических координатах.

##### Примерный перечень заданий к экзамену

- Вычисление частных производных первого, второго и т.д. порядков.
- Нахождение градиентов функции и производных по направлению.
- Исследование функции на экстремум.
- Нахождение наибольшего и наименьшего значений.
- Вычисление двойных интегралов.
- Вычисление тройных интегралов.

Экзамен может включать задания, подобные следующим:



- 1) Найдите полный дифференциал функции:  $z = \ln \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ .
- 2) Найдите частные производные второго порядка:  $z = \frac{x^2}{1-2y}$ .
- 3) Найдите производные  $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}$  и  $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y \partial x}$  функции  $z = e^{2x} \sin 5x$ .
- 4) Найдите дифференциал второго порядка:  $z = x \sin^2 y$ .
- 5) Найдите экстремумы функции:  $z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$
- 6) Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $z = x^2 + y^2$  в области  $\bar{D} = \{-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ .
- 7) Вычислите  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $y = x^2$ ,  $y^2 = x$ .
- 8) Вычислите  $\iint_D x^3 y^2 dx dy$ , где область  $D$  ограничена  $x^2 + y^2 = 9$ .
- 9) Расставить пределы интегрирования в повторном интеграле для двойного интеграла  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если известно, что область интегрирования  $D$ :
- а) ограничена прямыми  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $3x - 2y + 4 = 0$ ,  $3x - 2y - 1 = 0$ ;
- б) ограничена линией  $x^2 + y^2 - 4x = 0$ ;
- в) является треугольной областью с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $A(1;3)$ ,  $B(1;5)$ ;
- г) ограничена линиями  $y = x^3 + 1$ ,  $x = 0$ ,  $x + y = 3$ .
- 10) Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:
- а)  $I = \int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x; y) dy$ , б)  $I = \int_0^1 dx \int_{2x}^{5x} f(x; y) dy$ ; в)  $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x; y) dx$
- 11) Вычислите  $\iint_D dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $y = x$ ,  $y = x + 3$ ,  $y = -2x + 1$ ,  $y = -2x + 5$ .
- 12) Вычислите  $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$ , где область  $D = \{(x; y): x^2 + y^2 \leq 1\}$ , переходя к полярной системе координат.
- 13) Вычислите  $\iiint_V dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x + y = 2$ ,  $2z = x^2 + y^2$ .
- 14) Вычислите  $\iiint_V xy^2 z^3 dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $z = xy$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $z = 0$ .
- 15) Вычислите  $\iiint_V (2x + y) dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $z = 1 + x^2 + y^2$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $z = 1$ .

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

- 1) Криволинейный интеграл I рода. Основные понятия. Вычисление.
- 2) Криволинейный интеграл II рода. Основные понятия. Вычисление.
- 3) Формула Остроградского-Грина.
- 4) Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
- 5) Поверхностный интеграл I рода. Основные понятия. Вычисление.
- 6) Поверхностный интеграл II рода. Основные понятия. Вычисление.
- 7) Формула Остроградского-Гаусса
- 8) Формула Стокса.
- 9) Понятие скалярного поля. Поверхности и линии уровня.
- 10) Дифференцируемые скалярное поля.
- 11) Градиент скалярного поля и его свойства.
- 12) Производная по направлению.
- 13) Понятие векторного поля. Векторные линии поля. Поток поля.
- 14) Дифференцируемые векторные поля.
- 15) Дивергенция поля. Формула Остроградского-Гаусса.
- 16) Циркуляция поля.
- 17) Ротор поля. Формула Стокса.
- 18) Оператор Гамильтона.
- 19) Соленоидальное поле. Потенциальное поле. Гармоническое поле.
- 20) Преобразование Лапласа. Оригиналы и их изображения.
- 21) Свойства преобразования Лапласа.
- 22) Обратное преобразование Лапласа.
- 23) Теоремы разложения. Формула Римана-Меллина.

### **Примерный перечень заданий к экзамену**

- Вычисление криволинейных интегралов
- Вычисление поверхностных интегралов
- Нахождение градиента и производной по направлению скалярного поля
- Нахождение дивергенции, циркуляции и ротора векторного поля
- Прямое и обратное преобразование Лапласа

### **6 семестр (3 курс):**

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

- 1) Понятие числового ряда и его суммы. Примеры сходящихся и расходящихся рядов. Исследование геометрической прогрессии.
- 2) Признак сравнения положительных числовых рядов. Предельный вариант признака сравнения.
- 3) Признак Даламбера сходимости положительных числовых рядов.
- 4) Радикальный признак Коши сходимости положительных числовых рядов.
- 5) Интегральный признак сходимости положительных числовых рядов.
- 6) Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
- 7) Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость.
- 8) Понятие функционального ряда, его области сходимости и суммы.
- 9) Понятие равномерной сходимости функциональных рядов.
- 10) Непрерывность суммы функционального ряда.
- 11) Интегрируемость суммы функционального ряда.
- 12) Дифференцируемость суммы функционального ряда.

- 13) Степенные ряды. Теорема Абеля и ее следствия.
- 14) Исследование области сходимости степенного ряда.
- 15) Ряд Тейлора и Маклорена. Вывод коэффициентов.
- 16) Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
- 17) Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена)
- 18) Периодические функции. Периодические процессы. 19) Тригонометрический ряд Фурье. Вывод коэффициентов.
- 20) Разложение в ряд Фурье функций периода  $2\pi$ . Теорема Дирихле.
- 21) Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
- 22) Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода  $2L \neq 2\pi$ .
- 23) Представление непериодической функции рядом Фурье.

### Примерный перечень заданий к экзамену

- Исследование на сходимость знакоположительных рядов
- Исследование на сходимость знакочередующихся рядов
- Исследование области сходимости степенного ряда
- Разложение в ряд Тейлора
- Разложение в ряд Фурье

### Экзамен может включать задания, подобные следующим:

Исследовать на сходимость ряды.

А) Используя признаки сравнения:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{1+3^{2n}}; \quad 2) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-n}}; \quad 4) \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{11} + \dots;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n(n^2+10n-5)}}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln(n+2)}; \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+n+1}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n+2}}{\sqrt{n^6+2n-2}}.$$

Б) Используя признак Даламбера:

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}; \quad 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}.$$

В) Радиальный признак Коши:

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; \quad 13) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2}; \quad 14) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^{3n+1}; \quad 15) \sum_{n=1}^{\infty} n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

Г) Интегральный признак Коши:

$$16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1}; \quad 17) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}.$$

Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2};$$

$$4) 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \dots; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n;$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{10n+1}; \quad 7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

Функциональные ряды.

1) Исследовать сходимость ряд в точках  $x=0$  и  $x=1$

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3} \left( \frac{4-x}{7x+2} \right)^2 + \frac{1}{5} \left( \frac{4-x}{7x+2} \right)^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \left( \frac{4-x}{7x+2} \right)^n + \dots$$

Найдите область сходимости рядов

$$\begin{array}{lll} 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}; & 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(2x)^{2n}}{n}; & 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}; \\ 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n^2 + \sqrt{n+1})^{x+1}}; & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^3(x^2 - 4x + 7)^n}. & \end{array}$$

Степенные ряды.

Найдите область сходимости рядов:

$$\begin{array}{llll} 1) \sum_{n=0}^{\infty} n! x^n; & 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{\sqrt[3]{n}}; & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n-1} \sqrt{n}}; & 4) \sum_{n=1}^{\infty} n! (x-5)^n; \\ 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (x-2)^n; & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} (x+1)^n}{n}; & 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}; & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{(2n)!} x^{2n}. \end{array}$$

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

**Автор программы:** Светлана Вадимовна Артемьева, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**