



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

11 апреля 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.В.01 Математический анализ**

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

**Согласована с УМС ПИ ИГУ**

**Рекомендовано кафедрой:**

Протокол № 6 от «28» марта 2024 г.

Протокол № 7 от «21» марта 2024 г.

Председатель \_\_\_\_\_ М.С. Павлова

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ О.С. Будникова

Иркутск 2024 г.

## I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ:

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются – формирование знаний, умений и навыков студента по основным разделам математического анализа, формирование практических умений и навыков, необходимых для приобретения квалификации бакалавра педагогического образования, формирование ключевых специальных профильных компетенций.

Задачи дисциплины:

- дать специальные знания по дисциплине.
- достичь достаточного уровня знаний по математическому анализу, как одной из главных дисциплин непрерывного анализа.
- дать представление о роли математического анализа в формировании научного мировоззрения.
- способствовать формированию у студентов навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой.
- сформировать у студентов умения применения аппарата математического анализа для решения различных прикладных задач.

## II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:

2.1. Учебная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Алгебра, Геометрия, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании, Практика по получению первичных профессиональных знаний и опыта профессиональной деятельности.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Дифференциальные уравнения. Теория функций действительного и комплексного переменного. Численные методы решения уравнений, Математические модели в естественно-научном и гуманитарном исследовании, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании, Формирование результатов освоения образовательной программы, Современные направления развития науки, Научно-исследовательская практика.

## III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<b>ПК-1</b> Способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения теоретических и практических задач учебного характера, формирует эту	<b>ИДК-пк1.1:</b> преобразовывает стандартные математические выражения по основным правилам в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне	<b>Знать:</b> - определения основных понятий дисциплины; - формулировки основных правил, определяющих способы выполнения операций; - формулировки основных теоретических положений дисциплины. <b>уметь:</b> - конкретизировать формулировки

<p>способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>ИДК-пк1.2:</b> строит, используя аналогию, интерпретации математических выражений в различных предметных областях и практике в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p> <p><b>ИДК-пк1.3:</b> строит, используя аналогию, математические модели для конкретизированных объектов других предметных областей и практики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p> <p><b>ИДК-пк1.4</b> обосновывает преобразования и применения определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>математических определений и утверждений в соответствии с различными целями в различных ситуациях;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнять вновь определенные действия в соответствии со сформулированными правилами;</li> <li>- начальным опытом построения интерпретаций математических выражений в различных предметных областях и практике;</li> <li>- проверять выполнение признаков основных понятий дисциплины на конкретных объектах;</li> <li>- преобразовывать математические объекты в соответствии с определенными целями по описанным допустимым правилам;</li> <li>- строить математические объекты в соответствии с определенными целями по допустимым правилам;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- начальным опытом построения математических моделей для конкретизированных объектов других предметных областей и практики.</li> </ul>
<p><b>ПК-2</b> способен выявлять общую структуру математического знания, описывать взаимосвязь между различными разделами математики, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>ИДК-пк2.1:</b> определяет структуру основных определений, утверждений и правил фундаментальных и прикладных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне.</p> <p><b>ИДК-пк2.2:</b> определяет общие понятия, правила и утверждения для различных разделов математики, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия, утверждения, теории и методы;</li> <li>- роль математики в познании природы и общества, ее связь с другими науками,</li> <li>- основные математические модели, применяемые в естественных, гуманитарных и социальных науках.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- доказывать основные утверждения,</li> <li>- применять математические знания в процессе решения учебных задач прикладного и междисциплинарного характера.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- математическими методами решения практических и профессиональных задач различных предметных и межпредметных областей знания.</li> </ul>
<p><b>ПК-4</b> способен использовать алгоритмический подход при построении</p>	<p><b>ИДК-пк4.1</b> преобразовывает основные виды математических моделей и методов в соответствии с определенными</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определения основных понятий</li> <li>- формулировки основных математических закономерностей</li> </ul>

<p>математических моделей и методов для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>целями для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне  <b>ИДК-пк4.2</b> интерпретирует основные виды математических моделей и методов в заданном контексте в соответствии с определенными целями при решении теоретических и практических задач и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне  <b>ИДК-пк4.3</b> строит математические модели и методы для решения теоретических и практических задач учебного и исследовательского характера, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- распознавать ситуацию применения конкретного метода решения математической задачи;</li> <li>- строить математические объекты в соответствии с определенными целями по допустимым правилам;</li> <li>- формировать план осуществления решения выбранным математическим методом;</li> <li>- преобразовывать математические объекты в соответствии с определенными целями по описанным допустимым правилам в рамках решения конкретной математической задачи;</li> <li>- определять рациональность использования того или иного конкретного метода для решения данной математической задачи;</li> <li>- доказывать выполнение сформулированных свойств для конкретных объектов;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- опытом преобразования задачной ситуации в рамках применения конкретного метода решения;</li> <li>- значительным опытом построения интерпретаций математических выражений в различных предметных областях и практике;</li> <li>- опытом построения математических моделей для конкретизированных объектов других предметных областей и практики.</li> </ul>
<p><b>ПК-5</b> способен иллюстрировать характерные черты математики результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, описывать общекультурное значение и место математики в системе наук, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>ИДК-пк5.1</b> перечисляет основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике.  <b>ИДК-пк5.2</b> иллюстрирует характерные черты математики, определяющие ее общекультурное значение и место в системе наук, результатами, относящимися к различным историческим этапам ее развития, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике.  <b>ИДК-пк5.3</b> представляет фрагменты содержания школьного курса математики в историческом контексте, в том числе в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике.</p>	<p><b>Знать:</b>  основные этапы развития математики и основные достижения этих этапов.  <b>Уметь:</b>  соотносить новые сведения с направлением развития математики и формулировать новые задачи в соответствии с этими направлениями.</p>

<p><b>ПК-7</b> способен анализировать логику развития школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики и использовать результаты анализа в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>ИДК-пк7.1:</b> устанавливает соответствие между основными понятиями различных разделов современной математики и их аналогами в школьном курсе математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике</p> <p><b>ИДК-пк7.2:</b> анализирует логику развития содержательных линий школьного курса математики с точки зрения современного состояния элементарной и высшей математики в процессе реализации дополнительных программ обучения математике</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определения основных понятий начал математического анализа</li> <li>- формулировки основных правил, определяющих способы выполнения тех или иных математических действий;</li> <li>- формулировки основных теоретических положений начал математического анализа;</li> <li>- основные методы решения различных классов задач;</li> <li>- логическую структуру учебного материала по математическому анализу.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- конкретизировать формулировки математических определений и утверждений в соответствии с различными целями в различных ситуациях;</li> <li>- доказывать основные утверждения математического анализа;</li> <li>- применять знания в процессе решения учебных задач стандартного и нестандартного характера;</li> <li>- строить математические модели различных ситуаций;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- обобщенными методами решения задач решения учебных задач стандартного и нестандартного характера;</li> <li>- обобщенными методами решения практических задач;</li> <li>- умением строить и обосновывать логические схемы разделов (тем) школьного курса математики с точки зрения высшей математики.</li> </ul>
<p><b>ПК-8</b> способен осуществлять профессиональную деятельность по обучению математике в рамках основного и дополнительного образования</p>	<p><b>ИДК-пк8.1</b> применяет концептуальные положения и требования ФГОС общего и среднего профессионального образования к планированию, проектированию и организации основного и дополнительного образовательного процесса по математике в образовательных учреждениях;</p> <p><b>ИДК-пк8.2</b> применяет современные технологии обучения и оценки учебных достижений, методические закономерности их выбора с учетом особенностей частных методов обучения математике с использованием различных организационных урочных и внеурочных форм основного и дополнительного образования</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- требования образовательных стандартов, их структуру и содержание;</li> <li>- содержание учебных программ в образовательных учреждениях различных типов по началам математического анализа;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ориентироваться в образовательных стандартах, находить необходимую информацию с учетом специфики школьных предметов;</li> <li>-разрабатывать дидактические и методические материалы по началам математического анализа.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- подходами реализации образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями современных образовательных стандартов.</li> <li>- способами и методикой практической реализации содержания учебных</li> </ul>

		программ базовых и элективных курсов по математическому анализу в различных образовательных учреждениях.
--	--	--

#### IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры					
		2	3	4	5	6	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	314	80	46	60	64	64	
В том числе:	-	-		-	-	-	
Лекции	140	40	16	20	32	32	
Практические занятия (ПЗ)	174	40	30	40	32	32	
Лабораторные работы (ЛР)							
<b>Консультации (Конс)</b>	8	2	1	1	2	2	
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	48	8	17	11	6	6	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	140	44	-	26	26	26	
Контроль (КО)	48	10	8	10	10	10	
<b>Контактная работа (всего)*</b>	370	92	55	71	76	76	
Общая трудоемкость	часы	540	144	72	108	108	108
	зачетные единицы	15	4	2	3	3	3

##### 4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

###### Раздел 1. Введение в математический анализ

###### Тема 1. Множества. Окрестность

Понятие «множество». Операции над множествами. Числовые множества. Абсолютная величина, ее свойства. Грани числовых множеств. Понятие «окрестность».

###### Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности

Понятие «последовательность». Предел числовой последовательности. Геометрический смысл определения предела последовательности. Признак существования предела последовательности. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции над пределами.

###### Тема 3. Функция одной независимой переменной.

Понятие «функция». Числовые функции. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функций (свойства функций). Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их графики.

###### Тема 4. Предел функции

Определение предела функции. Геометрический смысл предела функции. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций. Признаки существования пределов. Замечательные пределы.

Тема 5. Неопределенности

Техника вычисления пределов. Раскрытие математических неопределенностей.

Тема 6. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них

Основные свойства эквивалентных бесконечно малых. Применение эквивалентности бесконечно малых к вычислению пределов.

Тема 7. Непрерывность функций

Четыре определения непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на промежутке. Точки разрыва и их классификация.

## **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

Тема 1. Производная функции.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее механический и геометрический смысл (таблица производных). Уравнение касательной и нормали к кривой. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная сложной и обратной функций. Логарифмическое дифференцирование.

Тема 2. Производные высших порядков. Дифференциал функции.

Понятие производной высшего порядка. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.

Тема 3. Основные свойства дифференцируемых функций.

Теорема Ролля. Теорема Коши. Теорема Лагранжа и ее следствия. Правило Лопиталя.

Тема 4. Применение производной к исследованию функций

Монотонность функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость функции, точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение графика.

## **Раздел 3. Интегральное исчисление**

Тема 1. Первообразная, неопределенный интеграл.

Первообразная и основные теоремы о ней. Понятие неопределенного интеграла и его свойства. Простейшие правила неопределенного интегрирования. Интегрирование сложной функции. Таблица интегралов.

Непосредственный метод интегрирования, методы интегрирования по частям и замены переменной.

Интегрирование в классе элементарных функций. Интегрирование простейших рациональных дробей, правильных и неправильных рациональных дробей.

Идея метода рационализации. Интегрирование иррациональных выражений (иррациональность от переменной интегрирования, дробно-линейная иррациональность) и простейших тригонометрических выражений (универсальная подстановка, частные случаи) методом рационализации.

Тема 2. Определенный интеграл и его приложения.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Интегрируемость функции по Риману на  $[a, b]$ . Необходимое условие интегрируемости. Достаточное условие интегрируемости. Формула Ньютона-Лейбница.

Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем и ее геометрический смысл. Простейшие правила определенного интегрирования. Метод интегрирования по частям и метод замены переменной под знаком определенного интеграла.

Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги, задаваемой непрерывной функцией  $f(x)$ , имеющую непрерывную производную  $f'(x)$ . Объем тел вращения. Общая схема применения определенного интеграла для решения задач.

Несобственные интегралы I и II типа, их сходимость, геометрический смысл. Свойства несобственных интегралов и их вычисление.

#### **Раздел 4. Функции многих переменных**

Тема 1. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал.

Множества пар чисел и их геометрическое представление. Понятие функции двух переменных, ее область определения, график. Линии уровня. Понятие функции многих переменных. Предел и непрерывность функции многих переменных.

Понятие частных производных функции двух переменных и их геометрический смысл. Понятие полного дифференциала и дифференцируемости функции двух переменных. Достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных. Геометрический смысл полного дифференциала. Применение полного дифференциала к приближенному вычислению. Распространение всех понятий на случай функции трех и большего числа переменных.

Тема 2. Частные производные высших порядков. Экстремум функции двух переменных

Производные и полный дифференциал сложной функции многих переменных. Инвариантность формы полного дифференциала от сложной функции. Частные производные и полный дифференциал высших порядков. Равенство смешанных частных производных. Понятие экстремума функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума. Достаточное условие. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.

Тема 3. Кратные интегралы.

Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах.

Тройной интеграл. Основные понятия. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле, вычисление в цилиндрических и сферических координатах.

#### **Раздел 5. Числовые ряды и их исследование на сходимость**

Тема 1. Исследование положительных числовых рядов

Понятие ряда и его суммы. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. Операции над рядами. Остаток ряда и его свойства. Приближенное вычисление суммы ряда.

Положительные числовые ряды. Необходимое и достаточное условие их сходимости. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признак сравнения, его предельный вариант, признаки Даламбера, Коши).

Тема 2. Исследование числовых рядов с произвольными членами

Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Исследование рядов с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимости. Свойства сходящихся рядов: группировка членов ряда, перестановка членов ряда.

#### **Раздел 6. Функциональные ряды и ряды Фурье**

Тема 1. Функциональные ряды.

Понятие функционального ряда, его области сходимости и суммы. Проблемы теории функциональных рядов. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса (без доказательства). Свойства суммы равномерно – сходящихся функциональных рядов.

Степенные ряды. Теорема Абеля и ее следствие. Исследование области сходимости степенного ряда. Интервал сходимости. Абсолютная и равномерная сходимости степенных рядов. Свойства суммы степенного ряда.

Идея разложения функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Необходимое условие разложимости в ряд Тейлора. Формула Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложимости.

Тема 2. Ряды Фурье



Разложение функций в тригонометрические ряды. Ряд Фурье для функции периода  $2\pi$ . Признак Дирихле. Особенность разложения в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций периода  $2L \neq 2\pi$ . Разложение в ряд Фурье функций заданных на  $[a, b]$ . Четное и нечетное периодическое продолжение.

## **Раздел 7. Криволинейные и поверхностные интегралы**

### **Тема 1. Криволинейные интегралы**

Криволинейные интегралы I и II рода. Основные понятия. Вычисление криволинейных интегралов I и II рода. Формула Остроградского-Грина. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.

### **Тема 2. Поверхностные интегралы**

Поверхностные интегралы I и II рода. Основные понятия. Вычисление поверхностных интегралов I и II рода. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.

## **Раздел 8. Элементы теории поля**

### **Тема 1. Скалярное поле.**

Понятие скалярного поля. Поверхности и линии уровня. Дифференцируемые скалярные поля. Градиент скалярного поля и его свойства. Производная по направлению.

### **Тема 2. Векторное поле.**

Понятие векторного поля. Векторные линии поля. Поток поля. Дифференцируемые векторные поля. Дивергенция поля. Формула Остроградского-Гаусса. Циркуляция поля. Ротор поля. Формула Стокса. Оператор Гамильтона. Соленоидальное поле. Потенциальное поле. Гармоническое поле.

## **Раздел 9. Элементы операционного исчисления**

### **Тема 1. Преобразование Лапласа.**

Оригиналы и их изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений.

### **Тема 2. Обратное преобразование Лапласа.**

Теоремы разложения. Формула Римана-Меллина. Операционный метод решения задач.

#### 4.3. Перечень разделов/тем дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС			
1.	<b>Раздел 1. Введение в математический анализ</b>							
	Тема 1. Множества. Окрестность	2	2			Проверочная работа	ИДК-пк1.1, ИДК-пк2.1, ИДК-пк4.1	4
	Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности	4	4		2	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания		10
	Тема 3. Функции	2	2		2	Устный опрос		6
	Тема 4. Предел функции	4	4		4	Контрольная работа Индивидуальные семестровые задания		12
	Тема 5. Неопределенности	4	4		4	Контрольная работа Индивидуальные семестровые задания		12
	Тема 6. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них	4	4		2	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания		10
	Тема 7. Непрерывность функций	4	4		2	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания		10
	<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>							
	Тема 1. Производная функции	4	4		2	Контрольная работа Математический дик-	ИДК-пк1.1,	10

					тант	ИДК-пк2.1,	
	Тема 2. Производные высших порядков. Дифференциал	2	2		2	Проверочная работа	ИДК-пк4.1 6
	Тема 3. Основные свойства дифференцируемых функций	4	4		2	Проверочная работа	ИДК-пк5.1 10
	Тема 4. Применение производной к исследованию функций	6	6		4	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания	ИДК-пк7.1 16
	Итого: 2 семестр	40	40		26		106
	<b>Раздел 3. Интегральное исчисление</b>						
	Тема 1. Первообразная, неопределенный интеграл	8	16		10	Контрольная работа Математический диктант Индивидуальные семестровые задания	ПК-1, ПК-2, ПК-4, ПК-5, ПК-7, ПК-8 34
	Тема 2. Определенный интеграл и его приложения	8	14		7	Контрольная работа Индивидуальные семестровые задания	29
	Итого: 3 семестр	16	30		17		63
	<b>Раздел 4. Функции многих переменных</b>						
	Тема 1. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал.	6	12		2	Проверочная работа	ПК-1, ПК-2, ПК-4, 20
	Тема 2. Частные производные высших порядков. Экстремум функции двух переменных	6	12		3	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания	ПК-5, ПК-7, ПК-8 21

	Тема 3. Кратные интегралы. Двойные и тройные интегралы	8	16		6	Контрольная работа Индивидуальные семестровые задания	30
	Итого: 4 семестр	20	40		11		71
	<b>Раздел 5. Числовые ряды и их исследование на сходимость</b>						
	Тема 1. Исследование положительных числовых рядов	8	8		1	Контрольная работа Математический диктант Индивидуальные семестровые задания	ПК-1, ПК-2, ПК-4, ПК-5, ПК-7, ПК-8 17
	Тема 2. Исследование числовых рядов с произвольными членами	8	8		1	Контрольная работа Индивидуальные семестровые задания	17
	<b>Раздел 6. Функциональные ряды и ряды Фурье</b>						
	Тема 1. Функциональные ряды.	8	8		2	Контрольная работа Индивидуальные семестровые задания	ПК-1, ПК-2, ПК-4, ПК-5, ПК-7, ПК-8 18
	Тема 2. Ряды Фурье	8	8		2	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания	18
	Итого: 5 семестр	32	32		6		70

	<b>Раздел 7. Криволинейные и поверхностные интегралы</b>							
	Тема 1. Криволинейные интегралы	6	6		1	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания	ПК-1, ПК-2, ПК-4, ПК-5, ПК-7, ПК-8	13
	Тема 2. Поверхностные интегралы	6	6		2	Проверочная работа Индивидуальные семестровые задания		14
	<b>Раздел 8. Элементы теории поля</b>							
	Тема 1. Скалярное поле.	4	4			Проверочная работа	ПК-1, ПК-2, ПК-4, ПК-5, ПК-7, ПК-8	8
	Тема 2. Векторное поле.	6	6		1	Проверочная работа		13
	<b>Раздел 9. Элементы операционного исчисления</b>							
	Тема 1. Преобразование Лапласа	6	6		1	Проверочная работа	ПК-1, ПК-2, ПК-4, ПК-5, ПК-7, ПК-8	13
	Тема 2. Обратное преобразование Лапласа	4	4		1	Проверочная работа		9
	Итого: 6 семестр	32	32		6			70
	<b>ИТОГО (в часах)</b>	140	174		66			380

#### **4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера, овладение профессиональными умениями в области образовательной, воспитательной, культурно-просветительской и научно-исследовательской деятельности:

- 1) использование различных информационных ресурсов для выполнения заданий;
- 2) самостоятельное изучение научной, научно-методической, методической и учебной литературы по теме исследования;
- 3) составление конспектов изучаемых информационных материалов;
- 4) выполнение индивидуальных семестровых заданий, их оформление и представление.

Варианты индивидуальных семестровых заданий можно взять на образовательный портале ИГУ Educa (Курс «Математический анализ»).

А также в учебном пособии (для 1 курса)

Артемьева С.В. Основы теории пределов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С. В. Артемьева, Т.С. Курьякова - ЭВК. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. -Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех".

В учебном пособии (для 2 курса)

Артемьева С.В. Математический анализ: Вычисление неопределенных интегралов: Учебное пособие / С.В. Артемьева, Т.С. Курьякова. – Иркутск: ООО «Репроцентр А1», 2017. – 100 с.

## **V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **а) основная литература**

1. Артемьева С.В. Основы теории пределов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С. В. Артемьева, Т.С. Курьякова - ЭВК. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех".

2. Артемьева С.В. Математический анализ: Вычисление неопределенных интегралов: Учебное пособие / С.В. Артемьева, Т.С. Курьякова. – Иркутск: ООО «Репроцентр А1», 2017. – 100 с.

3. Ахметшина Г.Ш. Дифференциальное исчисление: учеб. пособие/ Г. Ш. Ахметшина, Л. П. Гапоненко; Иркут. гос. пед. ун-т. - Иркутск: Изд-во ИГПУ, 2007. -200 с. (50 экз)

4. Гапоненко Л.П. Математика. Кейс "дифференциальное исчисление". 1 курс бакалавриата физико-математического образования: учеб. пособие/ Л. П. Гапоненко, Г. Ш. Ахметшина; Иркут. гос. пед. ун-т. - Иркутск: Изд-во ИГПУ, 2008. - 251 с. (23 экз)

5. Ильин В.А. Математический анализ: учеб. для бакалавров вузов с углублен. изучением мат. анализа и для спец. мех.-мат. фак. ун-тов : [в 2 т.] / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. - 4-е изд. - М.: Юрайт, 2013. Ч. 1. - 2013. - 357 с. (26 экз.)

6. Ильин В.А. Математический анализ: учеб. для бакалавров вузов с углублен. изучением мат. анализа и для спец. мех.-мат. фак. ун-тов : [в 2 т.] / В. А. Ильин. - 3-е изд. - М.: Юрайт, 2013. Ч. 2. - 2013. - 660 с. (26 экз)

7. Карташев А.П. Математический анализ [Электронный ресурс] / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский. - Москва: Лань, 2007. - 447 с.: ил.; 21 см. - (Лучшие классические учебники. Математика) (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".

8. Будаев В.Д. Математический анализ: учебник [Электронный ресурс] / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. - Москва: Лань, 2012. - 544 с.: ил.; 22 см. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
9. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс] / Г. М. Фихтенгольц. - Москва: Лань, 2009. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
10. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Г.М. Фихтенгольц. - Москва: Лань, 2008. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".

#### **б) дополнительная литература**

1. Горлач Б.А. Математический анализ [Электронный ресурс] / Б. А. Горлач. - Москва: Лань, 2013. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
2. Гапоненко Л.П. Механические приложения определенного интеграла: учебно-метод. пособие / Л. П. Гапоненко. - Иркутск: Изд-во Иркут. гос. пед. ун-та, 2002. - 28 с. (67 экз)
3. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - Москва: Лань, 2010. - 736 с.: ил., граф. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань".
4. Баврин И.И. Математический анализ: учебник / И. И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 324 с. (10 экз.)
5. Зорич В.А. Математический анализ: учеб. для студ. мат. и физ.-мат. фак. и спец. вузов / В. А. Зорич. - 5-е изд. - М.: Изд-во МЦНМО. Ч.2. - 2007. - 789 с. (50 экз)
6. Протасов Ю.М. Математический анализ: учеб. пособие / Ю. М. Протасов; Рос. гос. гуманит. ун-т. - М.: Флинта: Наука, 2012. - 162 с. (14 экз)
7. Фалалеев М.В. Математический анализ: учеб. пособие для студ. вузов. обуч. по напр. подгот. "Математика", "Прикладная математика и информатика", "Информационная безопасность": в 4 ч. / М. В. Фалалеев; рец.: Н. А. Сидоров, А. А. Щеглова; Иркутский гос. ун-т, Ин-т мат., эконом. и информ. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. Ч. 1. - 2013. - 177 с. (50 экз), Ч. 2. - 2013. - 139 с. (50 экз), Ч. 3. - 2013. - 154 с. (50 экз), Ч. 4. - 2013. - 113 с. (50 экз),
8. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике, Ч. 1: Тридцать шесть лекций / Д. Т. Письменный. - Изд. 7-е. - М.: Айрис-пресс, 2007. - 280 с. (91 экз)
9. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике, Ч. 2: Тридцать пять лекций / Д. Т. Письменный. - Изд. 5-е. - М.: Айрис-пресс, 2007. - 252 с. (29 экз)

#### **в) периодические издания: -**

#### **г) список авторских методических разработок:**

1. Артемьева С.В. Основы теории пределов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С. В. Артемьева, Т.С. Курьякова - ЭВК. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех".

2. Артемьева С.В. Математический анализ: Вычисление неопределенных интегралов: Учебное пособие / С.В. Артемьева, Т.С. Курьякова. – Иркутск: ООО «Репроцентр А1», 2017. – 100 с.

#### **д) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО«Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс]. – URL:

## **VI.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Помещения и оборудование**

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Специальные помещения:

- учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля  
Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории:

#### **Оборудование**

Колонки активные MicroLab ЗКЦ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400\*700\*800) ольха, проектор XGA BenQ PB  
Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации: Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Comrex DSG1008 E-net Switch;  
Коммутатор DES-1226G 24\*10XMb портов2\*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

### **6.2. Лицензионное и программное обеспечение**

**Windows XP** (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

**Антивирус Kaspersky** (Форус Контракт№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц. №1В08161103014721370444)

**LibreOffice** (LGPL-3.0, MPL 2.0)

**MSOffice2007** (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

**7-zip** (GNU LGPL)

**VLC** (L-GPL-2.1+)

**Mozilla Firefox** (GNU GPL, GNU LGPL)

**WinDjView** (GNU GPL)



**XnView MP** (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)  
**Acrobat Reader DC** (Условия правообладателя  
Условия использования по ссылке: [http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients\\_PC\\_WWEULA-en\\_US-20150407\\_1357.pdf](http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf))

**windows 7** (Договор №03-015-16

Подписка №1204045827)

**Антивирус Kaspersky** (Форус Контракт №04-114-16 от 14 ноября 2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от 23 ноября 2016г Лиц. №1В08161103014721370444)

**LibreOffice** (LGPL-3.0, MPL 2.0)

**PeaZip** (GNU GPL, GNU LGPL)

**MSOffice2007** (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

**VLC** (L-GPL-2.1+)

**Mozilla Firefox** (GNU GPL, GNU LGPL)

**WinDjView** (GNU GPL)

**XnView MP** (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

**Acrobat Reader DC** (Условия правообладателя

Условия использования по ссылке: [http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients\\_PC\\_WWEULA-en\\_US-20150407\\_1357.pdf](http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf))

**SMART NoteBook** (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

## **VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий (эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый), развивающие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

Обучение по данной учебной дисциплине предполагает следующие формы занятий:

- аудиторные групповые занятия под руководством преподавателя (лекции, практические занятия),
- обязательная самостоятельная работа студента по заданию преподавателя, выполняемая во внеаудиторное время, в том числе с использованием информационно-компьютерных технологий.

Активные методы обучения включают в себя любые способы, приемы, инструменты разработки, проведения и совершенствования процесса обучения чему-либо, которые отвечают следующим требованиям:

- сотрудничество обучающихся и преподавателя в планировании и реализации всех этапов процесса обучения (от определения учебных целей до оценки степени их достижения);
- активное, творческое, инициативное участие обучающихся в процессе получения необходимого им результата обучения.

## VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

#### Тематика математических диктантов.

1 курс: Раскрытие неопределенностей. Замечательные пределы. Таблица эквивалентностей. Таблица производных.

2 курс: Неопределенный интеграл и методы интегрирования. Определенный интеграл и его вычисление.

3 курс: Признаки сходимости числовых рядов.

#### Темы индивидуальных семестровых заданий:

##### 1 курс:

1) Вычисление пределов последовательностей и функции (в т.ч. с помощью эквивалентностей).

I) Предел числовой последовательности.

1. Используя определение предела числовой последовательности, докажите, что:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n-1} = \frac{3}{2}.$$

2. Вычислите пределы: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^3 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}}$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$ ; в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right)$ .

II) Предел функции.

1. Используя определение предела функции в точке, докажите (найдите  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

Вычислите пределы функций:

2.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$ ; 3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}$ ;

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \ln(1 + x^3) \right)^{\frac{3}{x^2 \arcsin x}}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x-1}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}}$ ; 8.  $\lim_{x \rightarrow e} \left( \frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi x}{2e}}$ .

2) Исследование функции на непрерывность и на точки разрывов.

1) Исследовать функции на непрерывность в указанных точках:

а)  $f(x) = 6^{\frac{2}{4-x}}$ ;  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4$ ; б)  $f(x) = \frac{x-7}{x-2}$ ;  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 7$

2) Исследовать функции на непрерывность и построить схематический график функции:

а)  $y = \frac{-4x}{x^2 - 8x + 15}$  б)  $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$

3) Исследование функции с помощью производной, построение графиков.

Исследовать и построить графики функций

$$a) y = \frac{x^2 - x + 1}{(2x - 1)(x + 1)};$$

$$б) y = \sqrt[3]{\frac{x + 4}{1 + x}}.$$

**2 курс:**

1) Неопределенный интеграл и методы интегрирования.

$$1) \int \frac{1 - \sqrt{x+1}}{(1 + \sqrt[3]{x+1})\sqrt{x+1}} dx;$$

$$2) \int \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx;$$

$$3) \int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+3}};$$

$$4) \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx;$$

$$5) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x + 1}};$$

$$6) \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{x\sqrt[4]{x^3}} dx;$$

$$7) \int \frac{dx}{5 + 2\sin x + 3\cos x};$$

$$8) \int \frac{dx}{8\sin^2 x - 16\sin x \cos x}$$

2) Определенный интеграл и его вычисление. Несобственные интегралы.

Вычислите определенные интегралы:

$$1) \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \sqrt[3]{1+x^2} dx;$$

$$2) \int_2^3 y \ln(y-1) dy;$$

$$3) \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx;$$

$$4) \int_0^2 x^2 \cdot \sqrt{x-x^2} dx; \quad 5) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx; \quad 6) \int_2^3 \frac{dx}{2x^2 + 3x - 2}; \quad 7) \int_3^{29} \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{3 + \sqrt[3]{(x-2)^2}} dx.$$

Вычислите несобственные интегралы или докажите их расходимость:

$$8) \int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}; \quad 9) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}; \quad 10) \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx; \quad 11) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{4x-x^2-4}}.$$

3) Кратные интегралы

1) Представить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного интеграла с внешним

интегрированием а) по  $x$ ; б) по  $y$ , если область  $D$  задана указанными линиями:

$$D: y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0.$$

2) Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанными линиями

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy, \quad D: y = x^2, x = y^2.$$

3) Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{\sqrt{1+x^2+y^2}} dy.$$

4) Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ , если об-

ласть  $V$  ограничена указанными поверхностями. Начертить область интегрирования.

$$V: x = 2, y = 4x, y = 3\sqrt{x}, z \geq 0, z = 4.$$

5) Вычислить интеграл:  $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz, \quad V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4.$

6) Вычислить тройной интеграл с помощью цилиндрических или сферических координат.

$$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz, \quad V: x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

**3 курс:**

1) *Криволинейные и поверхностные интегралы*

- 1) Вычислить  $\int_L \frac{dl}{\sqrt{5(x-y)}}$ , где  $L$  – отрезок прямой  $AB$ , заключенный между точками  $A(0; 4)$ ,  $B(4; 0)$ .
- 2) Вычислить  $\int_L (x^2 + y^2) dl$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 4$ .
- 3) Вычислить  $\int_L \sqrt{2-z^2} (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) dl$ , где  $L$  – дуга кривой  $\begin{cases} x = t \cos t \\ y = t \sin t \\ z = t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ .
- 4) Вычислить  $\int_L (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$ , где  $L$  – дуга параболы  $y = x^2$  от точки  $A(-1; 1)$  до точки  $B(1; 1)$ .
- 5) Вычислить  $\int_L \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[3]{x^5 + \sqrt[3]{y^5}}}$ , где  $L$  – дуга астроида  $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$  от точки  $A(2; 0)$  до точки  $B(0; 2)$ .
- 6) Вычислить  $\iint_S \left( z + 2x + \frac{4}{3} y \right) dS$ , где  $S$  – часть плоскости  $6x + 4y + 3z = 11$ , лежащая в I октанте.
- 7) Вычислить  $\iint_S x^3 dy dz + y^3 dx dz + z^3 dx dy$ , где  $S$  – внешняя сторона сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

2) *Числовые ряды и их исследование на сходимость. Сходимость функциональных рядов.*

- 1) Найдите сумму ряда  $\sum_{n=9}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}$ .
- 2) Исследуйте на сходимость ряды: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n \sqrt{n}}{n \sqrt{n}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left( 1 - \cos \frac{1}{n+1} \right)$ ;
- в)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$ ; д)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 (3n+1)}$ ; е)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$ .
- 3) Вычислить сумму ряда с точностью  $\alpha$ :  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n^2}$ ,  $\alpha = 0,01$ .
- 4) Найдите область сходимости ряда:
  - а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{x^n + 1}$ ;
  - б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} (x+3)^{2n}$ ;
  - в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(x^2 - 6x + 13)^n}$ .
- 5) Найдите сумму ряда: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n(n-1)}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+5)x^{n-1}$ .

**Темы проверочных и контрольных работ:**

Примерное содержание

**1 курс:**

- 1) Пределы последовательностей
  - 2) Раскрытие неопределенностей (применение основных приемов раскрытия неопределенностей);
  - 3) Нахождение пределов с использованием теории эквивалентностей;
  - 4) Исследование функции на непрерывность и точки разрывов;
- Примерное содержание проверочной работы

1) Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+1} \right)^{4x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln(1+x^2)}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$ .

- 2) Найти точки разрыва функции и определить их тип. Построить схематический график функции.

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4; \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

- 5) Вычисление производных сложных функций; логарифмическое дифференцирование;
- Примерное содержание контрольной работы

1) Исходя из определения производной, найти производную функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .

2) Найти производные функций: а)  $y = x^2 - 2 \sin x + 5$ ; б)  $y = x^3 \ln x$ ; в)  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$ ;

г)  $y = \sqrt{4x + \sin 4x}$ ; д)  $y = 2(e^{x/2} - e^{-x/2})$ ; е)  $y = \operatorname{arccotg} \sqrt{x} - \frac{1}{x^4}$ ; ж)  $y = \left( \frac{x}{5} \right)^{5x}$ ;

з)  $y = 2^{\cos^3 x - 3 \cos x}$ ; и)  $y(x) = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x}$ , найти  $y'(0,01)$ . к)  $y = \frac{1}{x+1} + 1$ . Найти  $y^{(n)}$ .

## 2 курс:

- 1) Методы интегрирования;
- 2) Метод рационализации для интегрирования простейших иррациональных и тригонометрических выражений;
- 3) Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы;

Примерное содержание контрольной работы

1. Найти интегралы: а)  $\int \left( x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) dx$ ; б)  $\int \left( \frac{3}{x^2 + \sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{2+x^2}} \right) dx$ ;

в)  $\int \cos x \sin^2 x dx$ ; г)  $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$ ; д)  $\int \frac{7}{6x^2 + x + 1} dx$ ; е)  $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$ ;

ж)  $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$ ; з)  $\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx$ .

2. Вычислить: а)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$ ; в)  $\int_0^e \ln x dx$ .

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = 8$  и осью  $Oy$ .

4. Вычислить: а)  $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ ; б)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ ; в)  $\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$ .

4) Частные производные и дифференциал функции многих переменных.  
Примерное содержание проверочной работы

- 1) Найдите экстремумы функции:  $z = -x^2 - xy - y^2 + x + y$ .
- 2) Найдите частные производные второго порядка функции:  $z = 5x^3y - y^2x$ .
- 3) Найдите градиент функции  $u = x^2y^3z^4$  в т.  $A(3, 2, 1)$ .
- 4) Найти полный дифференциал функции  $z = \arctg \frac{y}{\sqrt{x}}$ .

5) Кратные интегралы

Примерное содержание проверочной работы

1) Представить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного интеграла с внешним

интегрированием а) по  $x$ ; б) по  $y$ , если область  $D$  задана указанными линиями:

$$D: y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0.$$

2) Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанными линиями

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy, \quad D: y = x^2, x = y^2.$$

3) Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ , если об-

ласть  $V$  ограничена указанными поверхностями. Начертить область интегрирования.

$$V: x = 2, y = 4x, y = 3\sqrt{x}, z \geq 0, z = 4.$$

4) Вычислить интеграл:  $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz, V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$ .

**3 курс:**

1) Исследование положительных числовых рядов. Исследование рядов с произвольными членами на условную и абсолютную сходимость.

Примерное содержание контрольной работы

Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 1}{2^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \ln \frac{n+1}{n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}{n + \sqrt[3]{n^5}};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \arcsin \frac{1}{n} \right)^n; \quad 6) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}};$$

Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+3}{n^2+4}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 3^n \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n!}{2n^2}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{n+3}{2n+1}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln n + 2}}.$$

2) Сходимость функциональных рядов.

Примерное содержание проверочной работы

Найдите область сходимости рядов: 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sqrt[3]{n+1})^{x+3}}$ ; 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3(x^2 - 6x + 10)^n}$ .

Найдите область сходимости рядов:

1)  $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^n$ ; 2)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n n!}{(n+1)^n} x^n$ ; 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n(n+1)} x^n$ ;  
 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 9^n}$ ; 5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n+2) \cdot 2^n} (x+4)^n$ ; 6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(2n^3 + 3n) \cdot 4^n}$ .

## 8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

### Вопросы и задания к экзамену

#### 2 семестр (1 курс):

- 1) Понятие «последовательность». Предел числовой последовательности. Геометрический смысл определения предела последовательности.
- 2) Признак существования предела последовательности.
- 3) Основные теоремы о пределах.
- 4) Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
- 5) Арифметические операции над пределами.
- 6) Понятие «функция». Числовые функции. График функции. Способы задания функции.
- 7) Основные характеристики функций (свойства функций).
- 8) Обратная функция. Сложная функции. Элементарные функции и их графики.
- 9) Определение предела функции. Геометрический смысл предела функции.
- 10) Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций.
- 11) Признаки существования пределов.
- 12) Замечательные пределы.
- 13) Техника вычисления пределов. Раскрытие математических неопределенностей.
- 14) Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них
- 15) Применение эквивалентности бесконечно малых к вычислению пределов.
- 16) Непрерывность функций функции в точке. Непрерывность функции на промежутке.
- 17) Точки разрыва и их классификация.
- 18) Задачи, приводящие к понятию производной.
- 19) Определение производной, ее механический и геометрический смысл (таблица производных).
- 20) Уравнение касательной и нормали к кривой.
- 21) Непрерывность дифференцируемой функции.
- 22) Производная сложной и обратной функций.
- 23) Понятие производной высшего порядка.
- 24) Дифференциал функции и его геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах.
- 25) Дифференциалы высших порядков.
- 26) Основные свойства дифференцируемых функций. Теорема Ролля.
- 27) Основные свойства дифференцируемых функций. Теорема Коши.
- 28) Основные свойства дифференцируемых функций. Теорема Лагранжа и ее следствия.
- 29) Правило Лопиталя.

- 30) Монотонность функции.
- 31) Экстремумы функции.
- 32) Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
- 33) Выпуклость функции, точки перегиба.
- 34) Асимптоты графика функции.

### Примерный перечень заданий к экзамену

- Вычисление пределов последовательностей и функции
- Исследование функции на непрерывность и на точки разрывов.
- Вычисление производных функции, нахождение дифференциалов.
- Исследование функции с помощью производной, построение графиков.

### Экзамен может включать задания, подобные следующим:

1) Вычислите пределы функций:

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}; \\
 & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{\operatorname{ctg} \pi x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^3 + 8}{3x^2 + 10} \right)^{\cos x}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{9 - 2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\sin x - \sin a}{x - a} \right)^{\frac{x^2}{a^2}}.
 \end{aligned}$$

2) Исследовать функции на непрерывность и построить схематический график функции:

$$\text{а) } y = \frac{3x}{10x - 21 - x^2}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x \leq -1, \\ x^2 - 2, & -1 < x < 2, \\ x, & x \geq 2 \end{cases}$$

3) Найдите производные: а)  $y = \ln \operatorname{tg} 5x$ ; б)  $y = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x)$ ; в)  $y = \frac{\sin x}{1 + \ln \sin x}$ ; г)

$$\text{д) } y = \frac{1}{2} \arcsin \frac{x^2}{\sqrt{3}}; \quad \text{е) } dy - ?, y = \sqrt{1 + x^2}; \quad \text{ж) } y'' - ?, y = \frac{1}{2} \ln^2 x.$$

4) Определить промежутки монотонности функции:  $f(x) = 2x^2 - \ln x$ .

5) Найти максимумы и минимумы функций:  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 3}$ .

6) Найти интервалы выпуклости и точки перегиба, графика функций:  $y = \frac{2x^2}{1 + x^2}$ .

7) Найти асимптоты графиков функций:  $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1} + 2x$

### 3 семестр: зачет с оценкой

#### Примерный перечень вопросов к зачету

1. Понятие первообразной. Основные теоремы о первообразной.
2. Понятие неопределенного интеграла, его свойства.
3. Простейшие правила интегрирования.
4. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод интегрирования по частям, метод замены переменной.
5. Интегрирование простейших рациональных дробей.



6. Интегрирование иррациональных выражений, содержащих иррациональность от переменной интегрирования и дробно-линейную иррациональность.
7. Интегрирование тригонометрических выражений универсальной подстановкой и частными подстановками.
8. Задача о площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл.
9. Задача о работе силы переменной величины. Понятие определенного интеграла, его физический смысл.
10. Основные свойства определенного интеграла.
11. Оценки определенного интеграла. Теорема о среднем.
12. Доказательство формулы Ньютона-Лейбница.
13. Доказательство свойств определенного интеграла.
14. Приложения определенного интеграла.
15. Несобственные интегралы I и II рода.

### Примерный перечень заданий к зачету

- Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод интегрирования по частям, метод замены переменной.
- Интегрирование простейших рациональных дробей.
- Интегрирование иррациональных выражений, содержащих иррациональность от переменной интегрирования и дробно-линейную иррациональность.
- Интегрирование тригонометрических выражений универсальной подстановкой и частными подстановками.
- Вычисление определенных интегралов
- Задача о площади криволинейной трапеции

**Зачет может включать задания, подобные следующим:**

Неопределенные интегралы:

$$\begin{aligned}
 &1) \int x^2 \cdot e^{-3x^3} dx \quad 2) \int x \cdot \cos x dx \quad 3) \int (1 - \sin^2 x) dx \quad 4) \int \frac{dx}{(\arcsin^3 x) \cdot \sqrt{1-x^2}} \\
 &5) \int x^2 \cdot \ln x dx \quad 6) \int \frac{2x^2 - 13x}{x^3 - 5x^2 + 2x + 8} dx \quad 7) \int \frac{x^2 + 1}{x(x^2 - 1)} dx \quad 8) \int \frac{dx}{\sin x + \operatorname{tg} x} \\
 &9) \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx \quad 10) \int x \cdot \cos x^2 dx \quad 11) \int x \cdot e^{-x} dx \quad 12) \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} \\
 &13) \int \frac{2 dx}{(x-1)(x-2)(x-3)} \quad 14) \int \frac{\cos 2x dx}{1 + \cos 2x} \quad 15) \int x^2 \cdot \sin x^3 dx \quad 16) \int \ln x dx
 \end{aligned}$$

Определенный интеграл и его приложения

$$\begin{aligned}
 &1) \int_1^4 (x^2 - 1) dx, \quad 2) \int_4^9 \left( \frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx, \quad 3) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad 4) \int_0^5 x \sqrt{x+4} dx, \quad 5) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}, \\
 &6) \int_1^e \ln x dx, \quad 7) \int_0^\pi x \sin x dx, \quad 8) \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}, \quad 9) \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \cos x},
 \end{aligned}$$

10) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

- а)  $y = 1 - x^2$  и  $y = x$ ; б)  $y = 1 - x^2$ ,  $y = x^2 + 2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ;
- в)  $xy = 6$ ,  $x = 1$ ,  $x = e$ ,  $y = 0$ ; г)  $y = 6x - x^2 - 5$  и осью  $Ox$ ; д)  $y = 6x - x^2 - 5$  и  $y = 3$ .

#### 4 семестр (2 курс):

##### Примерный перечень вопросов к экзамену

- 1) Понятие функции двух переменных, ее область определения, график. Линии уровня.
- 2) Понятие функции многих переменных. Предел и непрерывность функции многих переменных.
- 3) Понятие частных производных функции двух переменных и их геометрический смысл.
- 4) Понятие полного дифференциала и дифференцируемости функции двух переменных.
- 5) Достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных.
- 6) Геометрический смысл полного дифференциала.
- 7) Производные и полный дифференциал сложной функции многих переменных. Инвариантность формы полного дифференциала от сложной функции.
- 8) Частные производные и полный дифференциал высших порядков. Равенство смешанных частных производных.
- 9) Понятие экстремума функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума. Достаточное условие.
- 10) Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
- 11) Двойной интеграл. Основные понятия и определения.
- 12) Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
- 13) Основные свойства двойного интеграла.
- 14) Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах.
- 15) Тройной интеграл. Основные понятия.
- 16) Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
- 17) Замена переменных в тройном интеграле, вычисление в цилиндрических и сферических координатах.

##### Примерный перечень заданий к экзамену

- Вычисление частных производных первого, второго и т.д. порядков.
- Нахождение градиентов функции и производных по направлению.
- Исследование функции на экстремум.
- Нахождение наибольшего и наименьшего значений.
- Вычисление двойных интегралов.
- Вычисление тройных интегралов.

Экзамен может включать задания, подобные следующим:

- 1) Найдите полный дифференциал функции:  $z = \ln \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ .
- 2) Найдите частные производные второго порядка:  $z = \frac{x^2}{1-2y}$ .
- 3) Найдите производные  $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}$  и  $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y \partial x}$  функции  $z = e^{2x} \sin 5x$ .
- 4) Найдите дифференциал второго порядка:  $z = x \sin^2 y$ .
- 5) Найдите экстремумы функции:  $z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$

6) Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $z = x^2 + y^2$  в области  $\bar{D} = \{-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ .

7) Вычислите  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $y = x^2$ ,  $y^2 = x$ .

8) Вычислите  $\iint_D x^3 y^2 dx dy$ , где область  $D$  ограничена  $x^2 + y^2 = 9$ .

9) Расставить пределы интегрирования в повторном интеграле для двойного интеграла  $\iint_D f(x; y) dx dy$ , если известно, что область интегрирования  $D$ :

а) ограничена прямыми  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $3x - 2y + 4 = 0$ ,  $3x - 2y - 1 = 0$ ;

б) ограничена линией  $x^2 + y^2 - 4x = 0$ ;

в) является треугольной областью с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $A(1;3)$ ,  $B(1;5)$ ;

г) ограничена линиями  $y = x^3 + 1$ ,  $x = 0$ ,  $x + y = 3$ .

10) Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:

а)  $I = \int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x; y) dy$ , б)  $I = \int_0^1 dx \int_{2x}^{5x} f(x; y) dy$ ; в)  $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x; y) dx$

11) Вычислите  $\iint_D dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $y = x$ ,  $y = x + 3$ ,  $y = -2x + 1$ ,  $y = -2x + 5$ .

12) Вычислите  $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$ , где область  $D = \{(x; y): x^2 + y^2 \leq 1\}$ , переходя к полярной системе координат.

13) Вычислите  $\iiint_V dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x + y = 2$ ,  $2z = x^2 + y^2$ .

14) Вычислите  $\iiint_V xy^2 z^3 dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $z = xy$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $z = 0$ .

15) Вычислите  $\iiint_V (2x + y) dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $z = 1 + x^2 + y^2$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $z = 1$ .

### 5 семестр (3 курс):

#### Примерный перечень вопросов к экзамену

- 1) Понятие числового ряда и его суммы. Примеры сходящихся и расходящихся рядов. Исследование геометрической прогрессии.
- 2) Признак сравнения положительных числовых рядов. Предельный вариант признака сравнения.
- 3) Признак Даламбера сходимости положительных числовых рядов.
- 4) Радикальный признак Коши сходимости положительных числовых рядов.
- 5) Интегральный признак сходимости положительных числовых рядов.
- 6) Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.

- 7) Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость.
- 8) Понятие функционального ряда, его области сходимости и суммы.
- 9) Понятие равномерной сходимости функциональных рядов.
- 10) Непрерывность суммы функционального ряда.
- 11) Интегрируемость суммы функционального ряда.
- 12) Дифференцируемость суммы функционального ряда.
- 13) Степенные ряды. Теорема Абеля и ее следствия.
- 14) Исследование области сходимости степенного ряда.
- 15) Ряд Тейлора и Маклорена. Вывод коэффициентов.
- 16) Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
- 17) Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена)
- 18) Периодические функции. Периодические процессы. 19) Тригонометрический ряд Фурье. Вывод коэффициентов.
- 20) Разложение в ряд Фурье функций периода  $2\pi$ . Теорема Дирихле.
- 21) Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
- 22) Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода  $2L \neq 2\pi$ .
- 23) Представление непериодической функции рядом Фурье.

### Примерный перечень заданий к экзамену

- Исследование на сходимость знакоположительных рядов
- Исследование на сходимость знакочередующихся рядов
- Исследование области сходимости степенного ряда
- Разложение в ряд Тейлора
- Разложение в ряд Фурье

### Экзамен может включать задания, подобные следующим:

Исследовать на сходимость ряды.

А) Используя признаки сравнения:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{1+3^{2n}}; \quad 2) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n - n}; \quad 4) \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{11} + \dots;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n(n^2 + 10n - 5)}}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln(n+2)}; \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2 + n + 1}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n+2}}{\sqrt{n^6 + 2n - 2}}.$$

Б) Используя признак Даламбера:

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}; \quad 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}.$$

В) Радиальный признак Коши:

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; \quad 13) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2}; \quad 14) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^{3n+1}; \quad 15) \sum_{n=1}^{\infty} n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

Г) Интегральный признак Коши:

$$16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1}; \quad 17) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}.$$

Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2};$$

$$4) 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \dots; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n;$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{10n+1}; \quad 7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

Функциональные ряды.

1) Исследовать сходимость ряд в точках  $x=0$  и  $x=1$

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3} \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n + \dots$$

Найдите область сходимости рядов

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(2x)^{2n}}{n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n^2 + \sqrt{n+1})^{x+1}}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^3(x^2 - 4x + 7)^n}.$$

Степенные ряды.

Найдите область сходимости рядов:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} n! x^n; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{\sqrt[3]{n}}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n-1} \sqrt{n}}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} n! (x-5)^n;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (x-2)^n; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} (x+1)^n}{n}; \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{(2n)!} x^{2n}.$$

**6 семестр (3 курс):**

**Примерный перечень вопросов к экзамену**

- 1) Криволинейный интеграл I рода. Основные понятия. Вычисление.
- 2) Криволинейный интеграл II рода. Основные понятия. Вычисление.
- 3) Формула Остроградского-Грина.
- 4) Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
- 5) Поверхностный интеграл I рода. Основные понятия. Вычисление.
- 6) Поверхностный интеграл II рода. Основные понятия. Вычисление.
- 7) Формула Остроградского-Гаусса
- 8) Формула Стокса.
- 9) Понятие скалярного поля. Поверхности и линии уровня.
- 10) Дифференцируемые скалярное поля.
- 11) Градиент скалярного поля и его свойства.
- 12) Производная по направлению.
- 13) Понятие векторного поля. Векторные линии поля. Поток поля.
- 14) Дифференцируемые векторные поля.
- 15) Дивергенция поля. Формула Остроградского-Гаусса.
- 16) Циркуляция поля.
- 17) Ротор поля. Формула Стокса.

- 18) Оператор Гамильтона.
- 19) Соленоидальное поле. Потенциальное поле. Гармоническое поле.
- 20) Преобразование Лапласа. Оригиналы и их изображения.
- 21) Свойства преобразования Лапласа.
- 22) Обратное преобразование Лапласа.
- 23) Теоремы разложения. Формула Римана-Меллина.

#### **Примерный перечень заданий к экзамену**

- Вычисление криволинейных интегралов
- Вычисление поверхностных интегралов
- Нахождение градиента и производной по направлению скалярного поля
- Нахождение дивергенции, циркуляции и ротора векторного поля
- Прямое и обратное преобразование Лапласа

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

**Разработчик:**

Артемьева С.В, к.ф.-м.н., доцент,  
доцент кафедры математики и методики обучения  
математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**