



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»

Кафедра физико-химической биологии, биоинженерии и биоинформатики



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине:

Б1.О.45 «МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ»

Специальность: 06.05.01 «Биоинженерия и биоинформатика»

Специализация: «Биоинженерия и биоинформатика»

Квалификация выпускника: биоинженер и биоинформатик

Форма обучения: очная с элементами электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Согласовано с УМК биологического факультета
Протокол № 5 от 24 марта 2025 г.
Председатель М. А.Н. Матвеев

Рекомендовано кафедрой физико-химической биологии, биоинженерии и биоинформатики
Протокол № 12 от 19 марта 2025 г.
Зав. кафедрой В.П. Саловарова

Иркутск 2025 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Разработан для учебной дисциплины Б1.О.45 «МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ» специальности 06.05.01 «Биоинженерия и биоинформатика», специализация «Биоинженерия и биоинформатика». Фонд оценочных материалов (ФОМ) включает оценочные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации в форме зачета.

Оценочные материалы соотнесены с требуемыми результатами освоения образовательной программы 06.05.01 «Биоинженерия и биоинформатика», в соответствии с содержанием рабочей программы учебной дисциплины Б1.О.45 «Моделирование биологических процессов» с учетом ОПОП.

Нормативные документы, регламентирующие разработку ФОМ:

- статья 2, часть 9 Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации», ФЗ-273, от 29.12.2012 г.;
- ФГОС ВО по специальности 06.05.01 «Биоинженерия и биоинформатика», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации 12 августа 2020 г. № 973.

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины (4 курс, 8 семестр)

ОПК-2: Способен использовать специализированные знания фундаментальных разделов математики, физики, химии и биологии для проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики и смежных дисциплин (модулей)

ОПК-3: Способен проводить экспериментальную работу с организмами и клетками, использовать физико-химические методы исследования макромолекул, математические методы обработки результатов биологических исследований

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения	Формы и методы контроля и оценки
ОПК-2 Способен использовать специализированные знания фундаментальных разделов математики, физики, химии и биологии для проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики и смежных дисциплин (модулей)	<i>ИДК ОПК-2.1</i> Демонстрирует специализированные знания в области фундаментальных разделов математики, физики, химии, биологии и перспективы междисциплинарных исследований	Знать: литературу по теме, владеть навыками анализа информации сети «интернет» для поиска и освоения новых методов анализа данных и информационных технологий, применимых при изучении физиологии, генетики и экологии биосистем. Уметь: выбирать оптимальные методы и программы для решения задач в области анализа биологической информации по разным разделам биологических дисциплин включающих физиологию, генетику и экологию на уровне организмов и биосистем. Владеть: методами построение сложных алгоритмов, принцип нисходящего	Текущий контроль: - письменная работа (решение самостоятельных заданий) - Промежуточная аттестация: зачет

		программирования для анализа сложных биологических моделей и биосистем в физиологии, биохимии (метаболизме), генетики и экологии.	
	ИДК ОПК-2.2 Умеет использовать навыки проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики с учетом специализированных фундаментальных знаний	Знать: классификацию алгоритмов, основные типы алгоритмов, синтаксис базовых алгоритмов в языках программирования, процедуры и функции в языках программирования, базовые функции обработки и визуализации статистических данных и результатов моделирования научных экспериментов. Уметь: анализировать входные и выходные данные разрабатываемого алгоритма, производить отладку и тестирование разработанных алгоритмов описываемых биологических моделей и систем, научных экспериментов, обрабатывать и визуализировать статистические данные и результаты моделирования с помощью базовых средств языков программирования. Владеть: навыками анализа сложных данных в различных отраслях биологии и биоинформатики для планирования и проведения научных экспериментов.	Текущий контроль: - письменная работа (решение самостоятельных заданий) - Промежуточная аттестация: зачет
	ИДК ОПК-2.3 Владеет методами химии, физики и математического моделирования для проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики	Знать: классификацию основных типов математических моделей и математических функций для описания и исследования биологических систем и биологических процессов. Уметь: осуществлять интерпретацию результатов математического моделирования и математических расчетов. Владеть: методами анализа комплексных биологических данных с использованием различных	Текущий контроль: - письменная работа (решение самостоятельных заданий) - Промежуточная аттестация: зачет

		вычислительных и численных методов	
ОПК-3 Способен проводить экспериментальную работу с организмами и клетками, использовать физико-химические методы исследования макромолекул, математические методы обработки результатов биологических исследований	<i>ИДК ОПК-3.1</i> Проводит экспериментальную работу с организмами и клетками с использованием физико-химических методов исследования макромолекул	Знать: основные математические понятия и методы, применимые для анализа биологических систем и биологических данных, полученных при исследовании биологических объектов. Уметь: адекватно выбрать математический метод для описания биологических объектов и биологических процессов с учетом возможности применения современных вычислительных систем. Владеть: основными принципами формализации сложных биологических систем в виде математических моделей, анализируемых с помощью современного вычислительного оборудования.	Текущий контроль: - письменная работа (решение самостоятельных заданий) - Промежуточная аттестация: зачет
	<i>ИДК ОПК-3.2</i> Демонстрирует практические навыки математических методов обработки результатов экспериментальных исследований	Знать: цель, основные задачи и области применения математических и статистических методов в рамках направления подготовки. Уметь: формализовать исследуемую биологическую систему и биологический процесс в виде математической модели, использовать биологические данные для проверки и тестирования математических моделей и анализа достоверностей результатов. Владеть: методами анализа и исследования разработанных математических моделей для описания различных биологических процессов и биосистем, методами тестирования достоверностей получаемых данных.	Текущий контроль: - письменная работа (решение самостоятельных заданий) - Промежуточная аттестация: зачет
	<i>ИДК ОПК-3.3</i>	Знать: особенности и основные свойства	Текущий контроль: - письменная работа

	<p>Владеет опытом применения методов для исследования макромолекул, обработки результатов биологических исследований, прогнозирования перспектив и социальных последствий своей профессиональной деятельности.</p>	<p>биологических систем, описываемых с помощью математических методов, методов кластеризации и систематизации биологических объектов. Уметь: выбирать адекватные методы для анализа биологических данных систематизации и кластеризации биологических объектов. Владеть: навыками совершенствования своих профессиональных качеств в области построения математических моделей и анализа и систематизации биологических данных.</p>	<p>(решение самостоятельных заданий)</p> <p>- Промежуточная аттестация: зачет</p>
--	--	---	--

2. Оценочные материалы текущего контроля

В рамках дисциплины «Моделирование биологических процессов» используются следующие формы текущего контроля - письменная работа по решению самостоятельных заданий (все формулировки заданий для самостоятельного решения с необходимыми сопроводительными материалами выложены на образовательном портале ИГУ в темах курса «Моделирование биологических процессов»);

Перечень письменных работ для самостоятельного выполнения по разделам – темам дисциплины.

Задание по теме 1:

Цель: Разработать функцию на R, которая вычисляет координаты точки пересечения двух прямых на плоскости и визуализирует результат с помощью базовых графических возможностей R.

Описание:

В геометрии классическая задача - найти точку пересечения двух прямых. Зная уравнения прямых, можно математически определить координаты этой точки (если прямые не параллельны). В этом задании вам предстоит реализовать функцию на R, которая:

1. Принимает коэффициенты уравнений двух прямых в канонической форме ($Ax + By = C$).
2. Вычисляет координаты точки пересечения, если она существует.
3. Визуализирует прямые и точку пересечения на графике.

Задание:

1. Разработка функции `find_intersection(A1, B1, C1, A2, B2, C2)`:

Разработайте функцию на языке R под названием `find_intersection(A1, B1, C1, A2, B2, C2)`, которая принимает шесть числовых аргументов:

- $A1, B1, C1$: Коэффициенты первой прямой ($A1x + B1y = C1$).
- $A2, B2, C2$: Коэффициенты второй прямой ($A2x + B2y = C2$).

Функция должна выполнять следующие действия:

- Проверить, являются ли прямые параллельными. Если определитель матрицы коэффициентов равен нулю ($A1*B2 - A2*B1 == 0$), то прямые параллельны, и функция должна вернуть сообщение "Прямые параллельны, пересечения нет."
- Если прямые не параллельны, вычислить координаты точки пересечения (x, y), используя формулы:
 - $x = (C1*B2 - C2*B1) / (A1*B2 - A2*B1)$
 - $y = (A1*C2 - A2*C1) / (A1*B2 - A2*B1)$
- Создать график, на котором будут изображены обе прямые и точка пересечения. Используйте функции `plot()`, `abline()`, и `points()`. Ось X и Y должны быть в диапазоне, который отображает точку пересечения и позволяет увидеть линии. Убедитесь, что график имеет понятные подписи осей и заголовок. Используйте цветные линии для различия прямых. Точка пересечения должна быть выделена другим цветом и формой.
- Вернуть список, содержащий следующие элементы:
 - x : Координата x точки пересечения (если она существует).
 - y : Координата y точки пересечения (если она существует).
 - `message`: Строковое сообщение ("Прямые параллельны, пересечения нет." или "Точка пересечения найдена.").

2. Тестирование функции:

- Протестируйте функцию с различными наборами коэффициентов, чтобы убедиться, что она правильно определяет точку пересечения и обрабатывает случай параллельных прямых.
- Убедитесь, что визуализация корректна и легко читаема.

Ответ:

```
find_intersection <- function(A1, B1, C1, A2, B2, C2) {  
  # Вычисление определителя  
  determinant <- A1 * B2 - A2 * B1
```

```

# Проверка на параллельность
if (determinant == 0) {
  message <- "Прямые параллельны, пересечения нет."
  print(message) # Добавил для отображения в консоли
  return(list(x = NULL, y = NULL, message = message))
} else {
  # Вычисление координат точки пересечения
  x <- (C1 * B2 - C2 * B1) / determinant
  y <- (A1 * C2 - A2 * C1) / determinant

  # Создание графика
  # Определение диапазонов графика (автоматическое масштабирование)
  x_range <- c(x - 5, x + 5) # Расширяем диапазон вокруг x
  y_range <- c(y - 5, y + 5) # Расширяем диапазон вокруг y

  # Создание пустого графика с заданными диапазонами
  plot(x = NULL, y = NULL, xlim = x_range, ylim = y_range,
        xlab = "x", ylab = "y",
        main = "Пересечение двух прямых")

  # Добавление первой прямой
  abline(C1/B1, -A1/B1, col = "blue", lwd = 2) #  $y = C1/B1 - (A1/B1)*x$ 
  # Добавление второй прямой
  abline(C2/B2, -A2/B2, col = "red", lwd = 2) #  $y = C2/B2 - (A2/B2)*x$ 

  # Добавление точки пересечения
  points(x, y, pch = 19, col = "green", cex = 2)

  message <- "Точка пересечения найдена."
  return(list(x = x, y = y, message = message))
}
}

```

--- Пример использования и тестирования ---

```

# Тест 1: Пересекающиеся прямые
A1 <- 1
B1 <- 1
C1 <- 5
A2 <- 2
B2 <- -1
C2 <- 4

result1 <- find_intersection(A1, B1, C1, A2, B2, C2)
print(result1) # Expected: x = 3, y = 2

```

Задание по теме 2:

Цель: Реализовать алгоритм градиентного спуска на языке R для нахождения минимума заданной функции одной переменной и визуализировать процесс сходимости алгоритма на графике.

Описание:

Градиентный спуск - это итеративный алгоритм оптимизации первого порядка, используемый для нахождения локального минимума функции. Суть алгоритма заключается в том, чтобы двигаться в направлении, противоположном градиенту (наискорейшего спуска) функции в каждой точке, пока не будет достигнут минимум. В этом задании вы реализуете этот алгоритм для функции одной переменной и визуализируете шаги алгоритма на графике функции.

Задание:**1. Определение целевой функции:**

Определите функцию одной переменной, для которой будете искать минимум. В качестве примера можно использовать функцию $f(x) = x^2 - 4*x + 3$.

2. Реализация функции градиентного спуска `gradient_descent(f, df, x0, learning_rate, n_iter)`:

Разработайте функцию на языке R под названием `gradient_descent(f, df, x0, learning_rate, n_iter)`, которая принимает следующие аргументы:

- `f`: Целевая функция (функция одной переменной).
- `df`: Первая производная (градиент) целевой функции.
- `x0`: Начальная точка (стартовое значение x).
- `learning_rate`: Размер шага (learning rate).
- `n_iter`: Количество итераций алгоритма.

Функция должна выполнять следующие действия:

- Инициализировать вектор `x_history` для хранения истории значений x на каждой итерации. Первый элемент вектора должен быть `x0`.
- В цикле повторять `n_iter` раз:
 - Вычислить новую точку `x_new` как $x - learning_rate * df(x)$, где x - текущее значение x .
 - Добавить `x_new` в вектор `x_history`.
 - Обновить значение x на `x_new`.
- Вернуть вектор `x_history`.

3. Визуализация процесса сходимости:

- Создайте график функции $f(x)$ в заданном диапазоне (например, от -2 до 6).
- Нанесите на график точки, соответствующие значениям `x_history`, полученным в результате работы функции `gradient_descent`. Используйте разные цвета или размеры точек для отображения последовательности итераций.
- Добавьте заголовок и подписи осей, чтобы график был понятным.

Ответ:

```
# Функция градиентного спуска
gradient_descent <- function(f, df, x0, learning_rate, n_iter) {
  x_history <- numeric(n_iter + 1) # Создание числового вектора
  x_history[1] <- x0

  x <- x0
  for (i in 1:n_iter) {
    x_new <- x - learning_rate * df(x)
    x_history[i + 1] <- x_new
    x <- x_new
  }

  return(x_history)
}

# Целевая функция
f <- function(x) {
  x^2 - 4*x + 3
}
```

```

# Производная целевой функции
df <- function(x) {
  2*x - 4
}

# Параметры алгоритма
x0 <- -1
learning_rate <- 0.1
n_iter <- 20

# Запуск градиентного спуска
x_history <- gradient_descent(f, df, x0, learning_rate, n_iter)

# Визуализация процесса сходимости
x_range <- seq(-2, 6, length.out = 100) # Диапазон x для графика функции
y_values <- f(x_range) # Значения функции в диапазоне x

plot(x_range, y_values, type = "l",
      xlab = "x", ylab = "f(x)",
      main = "Градиентный спуск",
      col = "blue")
abline(v = 2, col = "gray", lty = 2) # Истинный минимум (x=2)

# Добавление точек на график - изменяем цвет от начала к концу
colors <- colorRampPalette(c("red", "green"))(n_iter + 1) # Создаем палитру цветов
points(x_history, f(x_history), pch = 19, col = colors, cex = 1.5)
text(x_history, f(x_history), labels = 1:(n_iter+1), pos = 3, cex = 0.7, col="black") # Adding
labels for each point representing the iteration number

# Вывод результатов
print(x_history)
print(paste("Минимум функции найден в точке x =", x_history[n_iter + 1]))

```

Задание по теме 3:

Цель: Научиться численно решать обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) с помощью библиотеки `deSolve` в R, применив это к модели гомостического роста, включающей в себя эффект Алли. Также следует визуализировать полученные результаты.

Описание:

Модель гомостического роста описывает изменение численности популяции во времени, учитывая ограничения ресурсов и эффект Алли, когда при низкой плотности популяции рост замедляется или становится отрицательным. Уравнение гомостического роста с эффектом Алли имеет вид:

$$dN/dt = r * N * ((N/K) - a) * (1 - (N/K))$$

где:

- N - численность популяции
- t - время
- r - максимальная скорость роста
- K - ёмкость среды
- a - параметр Алли (порог, ниже которого популяция не может расти)

В этом задании ваша задача - численно решить это уравнение, визуализировать кривую роста популяции и проанализировать влияние параметра Алли на динамику популяции.

Задание:

1. **Установка и загрузка библиотеки `deSolve`:** Установите библиотеку `deSolve`, если она еще не установлена, и загрузите ее в среду R.

2. **Определение функции, описывающей дифференциальное уравнение:** Создайте функцию на R, которая описывает дифференциальное уравнение гомостического роста с эффектом Алли. Функция должна принимать время t , состояние N (численность популяции), и параметры (r, K, a).
3. **Настройка параметров и начальных условий:** Задайте значения параметров r, K, a и начальную численность популяции N_0 . Рассмотрите несколько значений параметра a (например, $a = 0.1, a = 0.3, a = 0.5$) для исследования его влияния.
4. **Численное решение ОДУ с использованием ode():** Используйте функцию `ode()` из библиотеки `deSolve` для численного решения дифференциального уравнения. Задайте временной интервал, начальные условия, и параметры, определенные ранее.
5. **Визуализация результатов:** Создайте график, на котором по оси X будет время, а по оси Y - численность популяции N . Отобразите на графике кривые роста популяции для разных значений параметра a , используя разные цвета или типы линий. Пометьте оси и добавьте заголовок к графику. Добавьте легенду, указывающую, какая кривая соответствует какому значению a .
6. **Анализ результатов:** Проанализируйте полученные графики. Как влияет параметр Алли a на динамику популяции? При каких значениях a популяция вымирает, а при каких выживает и достигает равновесия?

Ответ:

```
# 1. Установка и загрузка библиотеки deSolve
# install.packages("deSolve") # Раскомментировать, если deSolve не установлена.
library(deSolve)
```

```
# 2. Функция, описывающая дифференциальное уравнение
holistic_growth <- function(t, state, parameters) {
```

```
  with(as.list(c(state, parameters)), {
    dN <- r * N * ((N/K) - a) * (1 - (N/K))
    list(dN)
  })
}
```

```
# 3. Настройка параметров и начальных условий
```

```
parameters <- c(
  r = 1, # Максимальная скорость роста
  K = 100 # Ёмкость среды
)
```

```
N0 <- 10 # Начальная численность популяции
```

```
state <- c(N = N0)
```

```
times <- seq(0, 200, by = 1) # Временной интервал
```

```
# Параметры Алли для анализа
```

```
a_values <- c(0.1, 0.3, 0.5)
```

```
# 4. Численное решение ОДУ с использованием ode() и сохранение результатов
```

```
results <- list() # Список для хранения результатов для каждого значения 'a'
```

```
for (i in 1:length(a_values)) {
```

```
  parameters_with_a <- c(parameters, a = a_values[i]) # adding 'a'
  out <- ode(y = state, times = times, func = holistic_growth, parms = parameters_with_a)
  results[[i]] <- as.data.frame(out)
  results[[i]]$a <- a_values[i] # Store the 'a' value for plotting
}
```

```

# 5. Визуализация результатов
colors <- c("blue", "red", "green")
linetypes <- c(1, 2, 3)

plot(times, results[[1]]$N, type = "l", col = colors[1], lty = linetypes[1],
      xlab = "Время", ylab = "Численность популяции (N)",
      main = "Голостический рост с эффектом Алли",
      ylim = c(0, K), # set limits for clearer visualization
      xlim = c(0, max(times))) # Adjust xlim for proper display

for (i in 2:length(a_values)) {
  lines(times, results[[i]]$N, col = colors[i], lty = linetypes[i])
}

legend("topright", legend = paste("a =", a_values),
       col = colors, lty = linetypes, title = "Параметр Алли")

```

Задание по теме 4:

Цель: Научиться численно решать системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с помощью библиотеки `deSolve` в R, применив это к классической модели "хищник-жертва" Лотки-Вольтерры. Также требуется визуализировать полученные результаты и проанализировать поведение системы.

Описание:

Модель Лотки-Вольтерры описывает динамику двух популяций: жертв (например, зайцы) и хищника (например, лисы). Система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= a*X - b*X*Y \\ \frac{dY}{dt} &= c*X*Y - d*Y \end{aligned}$$

где:

- X - численность жертвы
- Y - численность хищника
- t - время
- a - скорость роста жертвы в отсутствие хищника
- b - коэффициент влияния хищника на жертву (вероятность нападения)
- c - коэффициент эффективности превращения жертвы в хищника (увеличение популяции хищников за счёт жертв)
- d - скорость смертности хищника в отсутствие жертв

В этом задании вам предстоит численно решить эту систему уравнений, визуализировать динамику популяций и проанализировать влияние параметров на поведение системы.

Задание:

1. **Установка и загрузка библиотеки `deSolve`:** Установите библиотеку `deSolve`, если она еще не установлена, и загрузите ее в среду R.
2. **Определение функции, описывающей систему дифференциальных уравнений:** Создайте функцию на R, которая описывает систему дифференциальных уравнений Лотки-Вольтерры. Функция должна принимать время t, вектор состояний `state` (содержащий численности жертвы X и хищника Y), и параметры (a, b, c, d).
3. **Настройка параметров и начальных условий:** Задайте значения параметров a, b, c, d и начальные численности популяций X0 и Y0. Необходимо продумать логичные значения параметров, основываясь на их биологическом смысле.
4. **Численное решение ОДУ с использованием `ode()`:** Используйте функцию `ode()` из библиотеки `deSolve` для численного решения системы дифференциальных уравнений. Задайте временной интервал, начальные условия, и параметры, определенные ранее.
5. **Визуализация результатов:** Создайте два отдельных графика или один график с двумя линиями, отображающими динамику численности жертвы X и хищника Y во времени. Пометьте оси, добавьте заголовок к графику и легенду, указывающую, какая линия

соответствует какой популяции. Отобразите также фазовую плоскость (X vs. Y). Это позволит выявить характер движения системы.

6. **Анализ результатов:** Проанализируйте полученные графики. Опишите характерные особенности динамики популяций. Какие соотношения между параметрами приводят к устойчивым колебаниям, а какие - к вымиранию одной из популяций или всей системы? Проведите эксперименты с разными наборами параметров.

Ответ:

```
# 1. Установка и загрузка библиотеки deSolve
# install.packages("deSolve") # Раскомментировать, если deSolve не установлена.
library(deSolve)

# 2. Функция, описывающая систему дифференциальных уравнений Лотки-Вольтерры
lotka_volterra <- function(t, state, parameters) {
  with(as.list(c(state, parameters)), {
    dX <- a*X - b*X*Y
    dY <- c*X*Y - d*Y
    list(c(dX, dY))
  })
}

# 3. Настройка параметров и начальных условий
parameters <- c(
  a = 0.5, # Скорость роста жертвы
  b = 0.01, # Влияние хищника на жертву
  c = 0.01, # Эффективность превращения жертвы в хищника
  d = 0.3 # Скорость смертности хищника
)

state <- c(X = 100, Y = 20) # Начальные численности жертвы и хищника
times <- seq(0, 100, by = 0.1) # Временной интервал

# 4. Численное решение ОДУ с использованием ode()
out <- ode(y = state, times = times, func = lotka_volterra, parms = parameters)
out_df <- as.data.frame(out) # Convert to data frame for easier plotting

# 5. Визуализация результатов
par(mfrow = c(1,2)) # Устанавливаем layout для двух графиков в одной строке

# График динамики популяций во времени
plot(out_df$time, out_df$X, type = "l", col = "blue",
      xlab = "Время", ylab = "Численность",
      main = "Динамика хищник-жертва",
      ylim = c(0, max(out_df$X, out_df$Y))) # Adjust ylim for better display
lines(out_df$time, out_df$Y, type = "l", col = "red")
legend("topright", legend = c("Жертва", "Хищник"), col = c("blue", "red"), lty = 1)

# Фазовая плоскость
plot(out_df$X, out_df$Y, type = "l",
      xlab = "Численность жертвы", ylab = "Численность хищника",
      main = "Фазовая плоскость (X vs. Y)",
      col = "darkgreen")
points(out_df$X[1], out_df$Y[1], pch=16, col="blue") # Начальная точка
```

```
text(out_df$X[1], out_df$Y[1], "Начало", pos=4, col="blue") # Text for clarity
```

Задание по теме 5:

Цель: Изучить применение критерия Колмогорова-Смирнова для проверки гипотезы о том, что заданная выборка данных подчиняется биномиальному распределению. Развить навыки работы с функциями распределения, статистическими тестами и визуализацией данных в R.

Описание:

Критерий Колмогорова-Смирнова (K-S тест) – это непараметрический критерий для проверки согласия эмпирического распределения выборки с заданным теоретическим распределением. В данном задании вам предстоит:

1. Сгенерировать выборку случайных чисел.
2. Проверить, соответствует ли эта выборка биномиальному распределению с заданными параметрами, используя K-S тест.
3. Визуализировать результаты теста и обосновать вывод.

Задание:

1. **Генерация выборки:**
 - Сгенерируйте выборку из $n = 100$ случайных чисел, представляющих собой результаты k успехов в $m = 10$ независимых испытаниях по схеме Бернулли с вероятностью успеха $p = 0.4$. Используйте функцию `rbinom()` в R. Таким образом, каждое число в вашей выборке будет целым числом от 0 до 10.
2. **Функция для критерия K-S:**
 - Используйте функцию `ks.test()` в R. В качестве первого аргумента передайте вашу выборку. В качестве второго аргумента - `pbinom`, а также задайте параметры `size = m` и `prob = p`. Например: `ks.test(your_sample, "pbinom", size = m, prob = p)`.
3. **Интерпретация результатов:**
 - Проанализируйте результаты, возвращенные функцией `ks.test()`. Обратите внимание на `p-value`. Сформулируйте нулевую гипотезу (H_0) и альтернативную гипотезу (H_1) для этого теста. Какой вывод вы можете сделать на основе полученного `p-value` при уровне значимости `alpha = 0.05`?
4. **Визуализация (Дополнительно):**
 - Постройте гистограмму вашей выборки.
 - Поверх гистограммы постройте график функции вероятности биномиального распределения с параметрами m и p . Для этого можно использовать функцию `dbinom()`.

Ответ:

```
# 1. Генерация выборки
```

```
n <- 100      # Размер выборки  
m <- 10       # Количество испытаний Бернулли  
p <- 0.4       # Вероятность успеха в одном испытании  
set.seed(123)  # Для воспроизводимости результатов  
sample_data <- rbinom(n, size = m, prob = p)
```

```
# 2. Критерий K-S
```

```
ks_result <- ks.test(sample_data, "pbinom", size = m, prob = p)
```

```
# 3. Интерпретация результатов
```

```
print(ks_result)
```

```
# Нулевая гипотеза ( $H_0$ ): Выборка происходит из биномиального распределения с параметрами size = m, prob = p.
```

```
# Альтернативная гипотеза ( $H_1$ ): Выборка не происходит из биномиального распределения с параметрами size = m, prob = p.
```

```
alpha <- 0.05
```

```

if (ks_result$p.value > alpha) {
  cat("P-value =", ks_result$p.value, "> alpha =", alpha, "\n")
  cat("Не отклоняем нулевую гипотезу. Выборка, вероятно, происходит из биномиального
распределения.\n")
} else {
  cat("P-value =", ks_result$p.value, "<= alpha =", alpha, "\n")
  cat("Отклоняем нулевую гипотезу. Выборка, вероятно, не происходит из биномиального
распределения.\n")
}
# 4. Визуализация (Дополнительно)
# Гистограмма выборки
hist(sample_data, breaks = seq(-0.5, m + 0.5, by = 1), # центрируем столбцы по
целочисленным значениям
      main = "Гистограмма выборки и биномиальное распределение",
      xlab = "Количество успехов", ylab = "Частота",
      freq = FALSE, # Нормализуем для отображения плотности вероятности
      col = "lightblue")

# График функции вероятности биномиального распределения
x_values <- 0:m
binom_probs <- dbinom(x_values, size = m, prob = p)

lines(x_values, binom_probs, type = "h", lwd = 2, col = "red")
points(x_values, binom_probs, pch = 16, col = "red")
legend("topright", legend = c("Выборка", "Биномиальное распределение"),
       col = c("lightblue", "red"), lty = 1, lwd = 2)

```

Задание по теме 6:

Цель: Научиться применять критерий Колмогорова-Смирнова для проверки гипотезы о том, что выборка данных следует логнормальному распределению. Студенты должны продемонстрировать понимание логнормального распределения, умение оценивать его параметры, и навыки работы с функциями распределения, статистическими тестами и визуализацией в R.

Описание:

Логнормальное распределение широко используется для моделирования данных, которые неотрицательны и могут иметь асимметричную форму. Оно характеризуется двумя параметрами: `meanlog` (среднее логарифма данных) и `sdlog` (стандартное отклонение логарифма данных).

Ваша задача – проверить, действительно ли сгенерированная выборка, или загруженная из файла, подчиняется логнормальному распределению.

Задание:

1. Генерация или загрузка данных:

- **Вариант 1 (Генерация):** Сгенерируйте выборку из `n = 100` случайных чисел, подчиняющихся логнормальному распределению с параметрами `meanlog = 0` и `sdlog = 1`. Используйте функцию `rlnorm()` в R.
 - **Вариант 2 (Загрузка из файла):** Предположим, у вас есть файл `data.csv`, содержащий столбец числовых данных. Загрузите данные из файла в R. Убедитесь, что данные положительные.
- ```
R # Загрузка данных из CSV файла (пример)
data <- read.csv("data.csv") # sample_data <- data$ваш_столбец
```

##### **2. Оценка параметров логнормального распределения:**

- Оцените параметры `meanlog` и `sdlog` для вашей выборки. Для этого можно использовать следующие формулы:
  - `meanlog = mean(log(sample_data))`
  - `sdlog = sd(log(sample_data))`

##### **3. Критерий Колмогорова-Смирнова:**

- Используйте функцию `ks.test()` в R для проверки гипотезы о соответствии выборки логнормальному распределению.
    - В качестве первого аргумента передайте вашу выборку (`sample_data`).
    - В качестве второго аргумента укажите "plnorm" (функция распределения логнормального распределения).
    - Задайте параметры `meanlog` и `sdlog`, оцененные в предыдущем шаге:  
`ks.test(sample_data, "plnorm", meanlog = estimated_meanlog, sdlog = estimated_sdlog)`.
4. **Интерпретация результатов:**
- Проанализируйте результаты, выведенные функцией `ks.test()`. Сформулируйте нулевую ( $H_0$ ) и альтернативную ( $H_1$ ) гипотезы. На основе `p-value` сделайте вывод о том, можно ли отклонить  $H_0$  на уровне значимости  $\alpha = 0.05$ .
5. **Визуализация (Дополнительно):**
- Постройте гистограмму вашей выборки.
  - Постройте график теоретической функции плотности вероятности логнормального распределения с оцененными параметрами поверх гистограммы. Для этого используйте функцию `dlnorm()`.

**Ответ:**

```
1. Генерация выборки
n <- 100
meanlog <- 0
sdlog <- 1
set.seed(123) # Для воспроизводимости результатов
sample_data <- rlnorm(n, meanlog = meanlog, sdlog = sdlog)

Альтернативный вариант: Загрузка данных из файла (раскомментируйте и адаптируйте)
data <- read.csv("data.csv")
sample_data <- data$your_column

2. Оценка параметров логнормального распределения
estimated_meanlog <- mean(log(sample_data))
estimated_sdlog <- sd(log(sample_data))

cat("Оцененные параметры: meanlog =", estimated_meanlog, ", sdlog =", estimated_sdlog,
"\n")

3. Критерий Колмогорова-Смирнова
ks_result <- ks.test(sample_data, "plnorm", meanlog = estimated_meanlog, sdlog = estimated_sdlog)

4. Интерпретация результатов
print(ks_result)

H0: Выборка происходит из логнормального распределения с оцененными параметрами.
H1: Выборка не происходит из логнормального распределения с оцененными параметрами.

alpha <- 0.05

if (ks_result$p.value > alpha) {
 cat("P-value =", ks_result$p.value, "> alpha =", alpha, "\n")
```

```

cat("Не отклоняем нулевую гипотезу. Выборка, вероятно, происходит из логнормального
распределения.\n")
} else {
 cat("P-value =", ks_result$p.value, "<= alpha =", alpha, "\n")
 cat("Отклоняем нулевую гипотезу. Выборка, вероятно, не происходит из логнормального
распределения.\n")
}

5. Визуализация (Дополнительно)
hist(sample_data, freq = FALSE, main = "Гистограмма и логнормальное распределение",
 xlab = "Значения", ylab = "Плотность", col = "lightblue")

x <- seq(min(sample_data), max(sample_data), length = 100)
y <- dlnorm(x, meanlog = estimated_meanlog, sdlog = estimated_sdlog)
lines(x, y, col = "red", lwd = 2)
legend("topright", legend = c("Выборка", "Логнормальное распределение"),
 col = c("lightblue", "red"), lty = 1, lwd = 2)

```

### **Задание по теме 7:**

**Цель:** Разработать алгоритм для генерации случайных нуклеотидных последовательностей и научиться записывать сгенерированные последовательности в формат FASTA. Развить навыки работы со строками, циклами и файлами в R.

#### **Описание:**

Нуклеотидные последовательности являются основой генетической информации. Формат FASTA – это стандартный текстовый формат для представления нуклеотидных или аминокислотных последовательностей. Последовательность в FASTA файле начинается со строки заголовка (иногда называемой комментарием или описанием), которая начинается с символа ">", за которым следует описание последовательности. Далее следуют сами нуклеотиды (A, T, C, G) или аминокислоты (для белковых последовательностей).

#### **Задание:**

##### **1. Разработка алгоритма генерации:**

- Разработайте алгоритм, который будет генерировать случайную нуклеотидную последовательность длиной 1000 пар оснований. Каждый нуклеотид в последовательности должен быть случайно выбран из набора {A, T, C, G} с равной вероятностью.
- Реализуйте этот алгоритм в виде функции на языке R.

##### **2. Генерация набора последовательностей:**

- Используя созданную функцию, сгенерируйте набор из 20 случайных нуклеотидных последовательностей.

##### **3. Форматирование в FASTA:**

- Для каждой последовательности создайте строку заголовка в формате FASTA:  
>sequence\_i, где i – номер последовательности (от 1 до 20).
- Разделите каждую последовательность на строки длиной не более 80 символов (это стандартная практика для удобства чтения FASTA файлов).

##### **4. Запись в файл:**

- Запишите все последовательности в файл с именем random\_sequences.fasta. Каждая последовательность (включая заголовок и отформатированные нуклеотиды) должна быть записана в файл в правильном формате FASTA.

#### **Ответ:**

```

1. Функция для генерации случайной нуклеотидной последовательности
generate_random_sequence <- function(length) {
 nucleotides <- c("A", "T", "C", "G")
 sequence <- paste(sample(nucleotides, length, replace = TRUE), collapse = "") # replace =
TRUE разрешает повторение нуклеотидов
 return(sequence)
}

```

```

}

2. Генерация набора последовательностей
num_sequences <- 20
sequence_length <- 1000
sequences <- list() # Создаем список для хранения последовательностей

for (i in 1:num_sequences) {
 sequences[[i]] <- generate_random_sequence(sequence_length) # Сохраняем
 сгенерированную последовательность в список
}

3. Форматирование в FASTA
format_fasta <- function(sequence, sequence_number) {
 header <- paste0(">sequence_", sequence_number)
 # Разделение последовательности на строки длиной до 80 символов
 sequence_split <- paste(strsplit(sequence, paste0("(.{1,", 80, "})"))[[1]][-1], collapse = "\n")
 fasta_string <- paste0(header, "\n", sequence_split, "\n")
 return(fasta_string)
}

4. Запись в файл
output_file <- "random_sequences.fasta"

Создание (или перезапись) файла и запись последовательностей
file_conn <- file(output_file, open = "w") # Открываем файл для записи

for (i in 1:num_sequences) {
 fasta_string <- format_fasta(sequences[[i]], i)
 writeLines(fasta_string, file_conn) # Записываем строку FASTA в файл
}

close(file_conn) # Закрываем соединение с файлом

cat("Сгенерированные последовательности записаны в файл:", output_file, "\n")

```

### **Задание по теме 8:**

**Цель:** Научиться использовать программу SimCoal2 для моделирования эволюционного сценария популяции с постоянным размером численности. Студенты должны освоить синтаксис файлов параметров SimCoal2, научиться запускать программу и интерпретировать результаты моделирования.

**Описание:**

SimCoal2 - это мощная программа, позволяющая моделировать эволюцию генетического материала в популяциях, с учетом различных демографических и селективных сценариев. Данное задание фокусируется на базовом сценарии: популяция с постоянным размером численности.

**Задание:**

1. **Установка SimCoal2:** (Предполагается, что программа уже установлена)
  - о Убедитесь, что программа SimCoal2 установлена в вашей системе и доступна из командной строки. Проверьте это, запустив `simcoal2 -h` в терминале. Если команда найдена, значит SimCoal2 установлен корректно.
2. **Создание файла параметров:**

- Создайте файл параметров SimCoal2 (например, `constant_size.par`) с настройками для моделирования популяции с постоянным размером численности. Файл должен содержать следующую информацию:
    - Число популяций: 1
    - Размер популяции: Задайте размер популяции (например, 10000 особей).
    - Тип хромосомы: Задайте длину участка ДНК (например, 10000 нуклеотидов).
    - Частоту мутаций: Укажите частоту мутаций (например, 1.45e-8 на нуклеотид на поколение).
    - Тип выходного файла: укажите формат выходного файла.
    - Число симуляций: Задайте количество симуляций (например, 100).
3. **Запуск SimCoal2:**
- Запустите SimCoal2 из командной строки, указав файл параметров в качестве аргумента: `bash simcoal2 constant_size.par`
4. **Анализ результатов (на R):**
- SimCoal2 создаст файл с данными (обычно в формате `arl` или `ms`). Программа `simcoal2` создаст `.arg` файл.
  - Используя R (или другой инструмент), прочтайте и проанализируйте данные из файла.
  - Рассчитайте статистические показатели, характеризующие генетическое разнообразие в популяции. Примеры показателей:
    - Нуклеотидное разнообразие ( $P_i$ )
    - Тета Ватта ( $\Theta_W$ )
    - Число сегрегирующих сайтов ( $S$ )
    - Можно рассчитать Tajima's D.
5. **Интерпретация результатов:**
- Объясните, что означают calculated статистические показатели.
  - Соответствуют ли полученные результаты теоретическим ожиданиям для популяции с постоянным размером численности?

**Ответ:**

Текст файла с заданным популяционным сценарием:

```
//Number of population samples (demes)
1 nbr of population samples
//Population sizes
10000
//Samples sizes
20
//Growth rates : negative rates imply population expansion
0
//Number of migration matrices : if 0 : no migration between demes
0
// historical event: time, source, destination, migration parameter, relative size change
0 historical event
//Chromosome 1 : number of loci, relative recombination rates among loci
1 1 1
//Locus 1 : type, number of categories, relative mutation rates, scheme, parameters
DNA 1 1 1 0 10000
//Number of independent blocks [chromosome 1]
1
//Block 1 : first and last locus
1 1
//range of simulation
1 100
//seed number
12345
```

## **Задание по теме 9:**

**Цель:** Освоить моделирование динамики популяций с использованием системы дифференциальных уравнений, научиться использовать пакет `deSolve` в R для решения дифференциальных уравнений, а также визуализировать результаты моделирования.

### **Описание:**

В этом задании студенты будут моделировать динамику популяции двух конкурирующих видов, используя модель Лотки-Вольтерра для конкуренции. Нужно будет:

1. Определить систему дифференциальных уравнений, описывающую конкуренцию двух видов.
2. Реализовать эту систему уравнений в виде R-функции.
3. Использовать пакет `deSolve` для решения системы уравнений численными методами.
4. Визуализировать результаты моделирования с помощью графиков.

### **Задание:**

#### **1. Теоретическая модель:**

- Определите систему дифференциальных уравнений Лотки-Вольтерра для двух конкурирующих видов:
- 2.  $dN1/dt = r1 * N1 * (K1 - N1 - alpha12 * N2) / K1$
- 3.  $dN2/dt = r2 * N2 * (K2 - N2 - alpha21 * N1) / K2$

где:

- $N1$  и  $N2$  - численности популяций первого и второго видов соответственно.
- $r1$  и  $r2$  - коэффициенты рождаемости первого и второго видов соответственно.
- $K1$  и  $K2$  - ёмкости среды для первого и второго видов соответственно.
- $alpha12$  - коэффициент конкуренции, описывающий влияние второго вида на первый вид.
- $alpha21$  - коэффициент конкуренции, описывающий влияние первого вида на второй вид.

#### **4. Реализация в R:**

- Создайте R-функцию, которая принимает на вход время  $t$ , текущие численности популяций  $N1$  и  $N2$ , а также параметры модели ( $r1, r2, K1, K2, alpha12, alpha21$ ).
- Функция должна возвращать список, содержащий производные  $dN1/dt$  и  $dN2/dt$ .

#### **5. Решение уравнений с `deSolve`:**

- Используйте функцию `ode` из пакета `deSolve` для решения системы дифференциальных уравнений.
- Задайте начальные условия для  $N1$  и  $N2$ , а также значения параметров модели.
- Укажите временной интервал для моделирования.

#### **6. Визуализация:**

- Используйте функции `plot` или `ggplot2` для визуализации результатов моделирования.
- Постройте графики изменения численности популяций  $N1$  и  $N2$  во времени.
- Подпишите оси графиков.
- Добавьте легенду.

### **Ответ:**

```
Загрузка пакета deSolve
library(deSolve)
library(ggplot2)
```

```
1. Функция для моделирования системы уравнений Лотки-Вольтерра
```

```
lotka_volterra_competition <- function(t, state, parameters) {
 with(as.list(c(state, parameters)), {
 dN1 <- r1 * N1 * (K1 - N1 - alpha12 * N2) / K1
 dN2 <- r2 * N2 * (K2 - N2 - alpha21 * N1) / K2
 list(c(dN1, dN2))
 })
}
```

```

2. Задание параметров модели
parameters <- c(
 r1 = 0.5, # Коэффициент рождаемости вида 1
 r2 = 0.3, # Коэффициент рождаемости вида 2
 K1 = 1000, # Ёмкость среды для вида 1
 K2 = 800, # Ёмкость среды для вида 2
 alpha12 = 0.8, # Влияние вида 2 на вид 1
 alpha21 = 1.2 # Влияние вида 1 на вид 2
)

3. Задание начальных условий
initial_state <- c(
 N1 = 100, # Начальная численность вида 1
 N2 = 50 # Начальная численность вида 2
)

4. Задание временного интервала для моделирования
times <- seq(0, 200, by = 1) # Время от 0 до 200 с шагом 1

5. Решение системы уравнений с помощью ode
out <- ode(y = initial_state, times = times, func = lotka_volterra_competition, parms =
parameters)

6. Преобразование результатов в data frame для ggplot2
out_df <- as.data.frame(out)

7. Визуализация результатов с помощью ggplot2
ggplot(out_df, aes(x = time)) +
 geom_line(aes(y = N1, color = "Вид 1"), linewidth = 1) +
 geom_line(aes(y = N2, color = "Вид 2"), linewidth = 1) +
 labs(
 x = "Время",
 y = "Численность",
 title = "Динамика популяций двух конкурирующих видов",
 color = "Вид"
) +
 scale_color_manual(values = c("Вид 1" = "blue", "Вид 2" = "red")) +
 theme_minimal()

Дополнительная визуализация (альтернативный график)
plot(out[, "time"], out[, "N1"], type = "l", col = "blue",
 xlab = "Время", ylab = "Численность",
 main = "Динамика популяций двух конкурирующих видов",
 ylim = c(0, max(out[, "N1"], out[, "N2"])))
lines(out[, "time"], out[, "N2"], col = "red")
legend("topright", legend = c("Вид 1", "Вид 2"), col = c("blue", "red"), lty = 1)

```

### **Задание по теме 10:**

**Цель:** Научиться применять критерий хи-квадрат для проверки гипотезы о соответствии наблюдаемых результатов эксперимента теоретическим ожиданиям. В данном случае, студенты будут проверять соответствие результатов опытов Менделя с горохом теоретическому расщеплению признаков.

**Описание:**

Студентам необходимо будет реализовать алгоритм, который принимает на вход наблюдаемые частоты фенотипов в потомстве, теоретическое ожидаемое соотношение фенотипов и вычисляет статистику хи-квадрат, степени свободы и р-значение. На основе полученного р-значения нужно интерпретировать, подтверждают ли наблюдаемые данные гипотезу о менделевском расщеплении.

**Задание:**

1. **Ввод данных:**
  - Создайте функцию на R, которая принимает на вход вектор наблюдаемых частот фенотипов (`observed`) и вектор теоретических ожидаемых вероятностей (`expected_probabilities`).
  - Функция должна проверять, что сумма элементов в `expected_probabilities` равна 1. Если нет, выводить сообщение об ошибке и прекращать работу.
  - Функция должна проверять, что длина векторов `observed` и `expected_probabilities` совпадает. Если нет, выводить сообщение об ошибке и прекращать работу.
2. **Вычисление ожидаемых частот:**
  - Вычислите ожидаемые частоты для каждого фенотипа, умножив общую численность потомства (сумма элементов в `observed`) на соответствующие элементы в `expected_probabilities`.
3. **Вычисление статистики хи-квадрат:**
  - Вычислите статистику хи-квадрат ( $\chi^2$ ) по формуле:
$$\chi^2 = \sum ((\text{observed}_i - \text{expected}_i)^2 / \text{expected}_i)$$
где:
    - `observed_i` - наблюдаемая частота i-го фенотипа.
    - `expected_i` - ожидаемая частота i-го фенотипа.
4.  $\chi^2 = \sum ((\text{observed}_i - \text{expected}_i)^2 / \text{expected}_i)$   
где:
  - `observed_i` - наблюдаемая частота i-го фенотипа.
  - `expected_i` - ожидаемая частота i-го фенотипа.
5. **Вычисление степеней свободы:**
  - Вычислите число степеней свободы (df):
$$df = \text{number\_of\_phenotypes} - 1$$
6.  $df = \text{number\_of\_phenotypes} - 1$
7. **Вычисление р-значения:**
  - Используйте функцию `pchisq` в R для вычисления р-значения на основе статистики хи-квадрат и числа степеней свободы. Р-значение = `pchisq(chi_square_statistic, degrees_of_freedom, lower.tail = FALSE)`
8. **Интерпретация результатов:**
  - Функция должна возвращать список, содержащий значения статистики хи-квадрат, числа степеней свободы и р-значения.
  - Напишите код, который интерпретирует р-значение. Если р-значение меньше заданного уровня значимости (например, 0.05), то делается вывод об отклонении гипотезы о менделевском расщеплении (т.е. наблюдаемые результаты значительно отличаются от теоретических). В противном случае, принимается вывод о том, что наблюдаемые данные не противоречат менделевскому расщеплению.

**Ответ:**

```
Функция для анализа результатов опытов Менделя с использованием критерия хи-квадрат
mendeleev_chi_square <- function(observed, expected_probabilities, alpha = 0.05) {

 # 1. Проверка входных данных
 if (abs(sum(expected_probabilities) - 1) > 1e-6) {
 stop("Сумма вероятностей должна быть равна 1") # Сумма вероятностей должна быть
 равна 1
 }

 if (length(observed) != length(expected_probabilities)) {
 stop("Длина векторов наблюдаемых и ожидаемых значений должна совпадать") # Длина
 векторов наблюдаемых и ожидаемых значений должна совпадать
 }
}
```

```

2. Вычисление ожидаемых частот
total_observations <- sum(observed)
expected_counts <- total_observations * expected_probabilities

3. Вычисление статистики хи-квадрат
chi_square_statistic <- sum((observed - expected_counts)^2 / expected_counts)

4. Вычисление степеней свободы
degrees_of_freedom <- length(observed) - 1

5. Вычисление p-значения
p_value <- pchisq(chi_square_statistic, degrees_of_freedom, lower.tail = FALSE)

6. Интерпретация результатов
result <- list(
 chi_square = chi_square_statistic,
 df = degrees_of_freedom,
 p_value = p_value
)

cat("Статистика хи-квадрат:", result$chi_square, "\n")
cat("Степени свободы:", result$df, "\n")
cat("Р-значение:", result$p_value, "\n")

if (result$p_value < alpha) {
 cat("Р-значение меньше уровня значимости", alpha, "\n")
 cat("Гипотеза о менделевском расщеплении отклоняется.\n")
 cat("Наблюдаемые данные значительно отличаются от теоретических.\n")
} else {
 cat("Р-значение больше или равно уровню значимости", alpha, "\n")
 cat("Нет оснований отклонять гипотезу о менделевском расщеплении.\n")
 cat("Наблюдаемые данные не противоречат теоретическим.\n")
}

return(result)
}

Пример использования функции
Скрещивание дигетерозиготы (AaBb) -> 9:3:3:1
observed_counts <- c(315, 101, 108, 32) #Наблюдаемые частоты фенотипов (например, при скрещивании дигетерозигот по Менделию)
expected_probabilities <- c(9/16, 3/16, 3/16, 1/16) #Теоретическое ожидаемое соотношение

#Проверка работы функции
result <- mendeleev_chi_square(observed_counts, expected_probabilities)

```

**Критерий оценивания самостоятельной работы** – результаты по каждой работе оформляются по указанным требованиям (смотрите в описании задания) и загружаются на образовательный портал ИГУ (<https://educa.isu.ru/>). Преподаватель оценивает задания, если все решено верно, студент получает зачет по заданию, если имеются недочеты или ошибки, задание отправляется на доработку с указанием допущенных ошибок. Отчет по

переработанному заданию загружается на образовательный портал для повторного оценивания.

### **3.Оценочные средства для промежуточной аттестации и**

*Промежуточная аттестация* проходит в форме зачета (8 семестр), к которому допускаются студенты, выполнившие в полном объеме аудиторную нагрузку, самостоятельную работу. Студенты, имеющие задолженность, должны выполнить все обязательные виды деятельности.

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации включает:

- тестовые задания для зачета.

Назначение оценочных средств: выявить сформированность компетенций ОПК-2, ОПК-3 (см. п. III).

Тестовое задание включает два варианта по 20 вопросов по всем темам курса. К тесту допускаются студенты, выполнившие все домашние задания и получившие по каждому заданию зачет.

#### **Критерий оценивания тестового задания для зачета**

| <b>№</b> | <b>Тип задания</b>                                                                                              | <b>Критерии оценки</b>                                                                                                                     | <b>Результат оценивания</b>                                                       |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Задание закрытого типа на установление соответствие                                                             | Считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции одного столбца верно соотнесены с позициями другого столбца)        | Полное совпадение с верным ответом – 1 балл<br>Все остальные случаи – 0 баллов    |
| 2        | Задание закрытого типа на установление последовательности                                                       | Считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр                                                                       | Полное совпадение с верным ответом – 1 балл<br>Все остальные случаи – 0 баллов    |
| 3        | Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора     | Считается верным, если правильно указана цифра (буква) правильного ответа и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа | Полное совпадение с верным ответом – 1 балл<br>Все остальные случаи – 0 баллов    |
| 4        | Задание комбинированного типа с выбором нескольких верных ответов из четырех предложенных и обоснованием выбора | Считается верным, если правильно указаны цифры (буквы) правильного ответа и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа | Полное совпадение с верным ответом – 1 балл<br>Все остальные случаи – 0 баллов    |
| 5        | Задание открытого типа с развернутым ответом                                                                    | Считается верным, если ответ совпадает с эталонным ответом по содержанию и полноте                                                         | Полное соответствие эталонному ответу – 1 балл<br>Все остальные случаи – 0 баллов |

## **Система получения баллов за тестирование**

| <b>Оценка</b> | <b>критерий</b>   |
|---------------|-------------------|
| зачтено       | 15 и более баллов |
| незачтено     | 14 баллов и менее |

### 3.1 Оценочные материалы для промежуточной аттестации (зачет)

#### Тестирование (Вариант 1).

| Индекс и содержание формируемой компетенции                                                                                                                                                                             | Индикаторы компетенций                                                                                                                                                            | Тестовые задания для промежуточной аттестации                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-2<br>Способен использовать специализированные знания фундаментальных разделов математики, физики, химии и биологии для проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики и смежных дисциплин (модулей) | <i>ИДК ОПК-2.1</i><br>Демонстрирует специализированные знания в области фундаментальных разделов математики, физики, химии, биологии и перспективы междисциплинарных исследований | <p><b>Задание комбинированного типа с выбором одного или нескольких верных ответов из четырех предложенных с аргументацией выбора</b></p> <p><b>Вопрос 1.</b><br/>Что представляет собой линейное уравнение с двумя переменными?<br/>           a) Описание нелинейной динамики<br/>           b) Уравнение прямой линии на плоскости<br/>           c) Описание экспоненциального роста<br/>           d) Уравнение параболы<br/>           Ответ _____<br/>           Правильный ответ: b<br/>           Аргументация: Линейное уравнение с двумя переменными задает прямую на координатной плоскости.</p> |
|                                                                                                                                                                                                                         | <i>ИДК ОПК-2.2</i><br>Умеет использовать навыки проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики с учетом специализированных фундаментальных знаний                 | <p><b>Вопрос 2.</b><br/>Как называется функция, описывающая скорость изменения популяции по времени?<br/>           a) Алгебраическая функция<br/>           b) Производная<br/>           c) Интеграл<br/>           d) Модулятор<br/>           Ответ _____<br/>           Правильный ответ: b<br/>           Аргументация: Производная функции численности популяции по времени показывает скорость её изменения.</p>                                                                                                                                                                                     |
|                                                                                                                                                                                                                         | <i>ИДК ОПК-2.3</i><br>Владеет методами химии, физики и                                                                                                                            | <p><b>Вопрос 3.</b><br/>Какой тип уравнений используется для описания взаимодействующих популяций?<br/>           a) Алгебраические уравнения<br/>           b) Линейные уравнения<br/>           c) Дифференциальные уравнения<br/>           d) Интегральные уравнения</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

|                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                        | математического моделирования для проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики                                                      | Ответ _____<br>Правильный ответ: с<br>Аргументация: Взаимодействие популяций описывается через системы дифференциальных уравнений.                                                                                                                                                                                                           |
| ОПК-3<br>Способен проводить экспериментальную работу с организмами и клетками, использовать физико-химические методы исследования макромолекул, математические методы обработки результатов биологических исследований | <i>ИДК ОПК-3.1</i><br>Проводит экспериментальную работу с организмами и клетками с использованием физико-химических методов исследования макромолекул | <b>Вопрос 4.</b><br>акой метод численного интегрирования основан на использовании линейного приближения?<br>а) Метод Рунге-Кутты<br>б) Метод Монте-Карло<br>в) Метод Эйлера<br>г) Метод Ньютона<br>Ответ _____<br>Правильный ответ: с<br>Аргументация: Метод Эйлера использует линейное приближение для расчета следующего значения функции. |
|                                                                                                                                                                                                                        | <i>ИДК ОПК-3.2</i><br>Демонстрирует практические навыки математических методов обработки результатов экспериментальных исследований                   | <b>Вопрос 5.</b><br>Какова вероятность выпадения «1» при броске честного кубика?<br>а) 1/6<br>б) 1/2<br>в) 1/3<br>г) 1/4<br>Ответ _____<br>Правильный ответ: а<br>Аргументация: У кубика 6 граней, каждая равновероятна.                                                                                                                     |
|                                                                                                                                                                                                                        | <i>ИДК ОПК-3.3</i><br>Владеет опытом применения методов для исследования                                                                              | <b>Вопрос 6.</b><br>Как называется гипотеза, принимаемая по умолчанию в статистическом тестировании?<br>а) Альтернативная<br>б) Нулевая<br>в) Основная<br>г) Обратная<br>Ответ: б<br>Аргументация: Нулевая гипотеза предполагает отсутствие эффекта или различия и проверяется на статистическую значимость                                  |
|                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                       | <b>Вопрос 7.</b><br>Какой процесс описывается как случайная величина, зависящая от времени?<br>а) Статистическая дисперсия<br>б) Гауссов процесс                                                                                                                                                                                             |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>макромолекул, обработки результатов биологических исследований, прогнозирования перспектив и социальных последствий своей профессиональной деятельности.</p> <p>c) Случайный процесс<br/>d) Плотность вероятности<br/>Ответ _____<br/>Правильный ответ: с<br/>Аргументация: Случайный процесс — это множество случайных величин, зависящих от времени</p> <p><b>Вопрос 8.</b><br/>Что используется в имитационном моделировании для генерации случайных чисел?<br/>a) Интеграл<br/>b) Производная<br/>c) Генератор псевдослучайных чисел<br/>d) Дифференциальный оператор<br/>Ответ _____<br/>Правильный ответ: c<br/>Аргументация: Генераторы псевдослучайных чисел — основа имитационного моделирования стохастических процессов.</p> <p><b>Вопрос 9.</b><br/>Какая модель описывает конкуренцию двух видов?<br/>a) Модель Лотки-Вольтерры<br/>b) Модель Хардди-Вайнберга<br/>c) Модель Монте-Карло<br/>d) Модель Эйлера<br/>Ответ _____<br/>Правильный ответ: a<br/>Аргументация: Модель Лотки-Вольтерры описывает взаимодействие видов — хищник-жертва или конкуренция.</p> <p><b>Вопрос 10.</b><br/>Какое уравнение описывает динамику аллелей в популяции без мутаций и отбора?<br/>a) Уравнение Шрёдингера<br/>b) Уравнение Хардди-Вайнберга<br/>c) Уравнение Пуассона<br/>d) Уравнение Фишера<br/>Ответ _____<br/>Правильный ответ: b<br/>Аргументация: Закон Хардди-Вайнберга — математическая модель популяционной генетики при идеальных условиях.</p> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Вопрос 11.**

Как называется комбинация элементарных функций для моделирования биологического процесса?

- a) Функциональная группа
- b) Модельная система
- c) Композиция функций
- d) Биохимический каскад

Ответ \_\_\_\_\_

Правильный ответ: с

Аргументация: Композиция функций — это вложение одной функции в другую, применяемое при моделировании.

**Вопрос 12.**

Какой из методов решения дифференциальных уравнений является аналитическим?

- a) Метод Эйлера
- b) Метод Рунге-Кутты
- c) Метод разделения переменных
- d) Метод Монте-Карло

Ответ \_\_\_\_\_

Правильный ответ: с

Аргументация: Метод разделения переменных позволяет получить точное решение без приближений.

**Вопрос 13.**

Какой вид моделирования используют в биохимии для исследования динамики молекул?

- a) Дискретное моделирование
- b) Имитационное моделирование
- c) Квантово-механическое моделирование
- d) Стохастическое моделирование

Ответ \_\_\_\_\_

Правильный ответ: с

Аргументация: В биохимии молекулярная динамика часто включает квантово-механические расчеты.

**Задание закрытого типа на установление соответствия**

**Вопрос 14.**

Сопоставьте термин и определение:

- а) Метод Эйлера
- б) Начальные условия
- в) Общее решение

- г) Частное решение
1. Численный метод интегрирования дифференциальных уравнений
  2. Значения переменных в начальный момент времени
  3. Формула с произвольными постоянными, описывающая класс решений
  4. Конкретное решение, удовлетворяющее начальному условию

Ответ \_\_\_\_\_

Правильный ответ:

- а — 1  
б — 2  
в — 3  
г — 4

**Вопрос 15.**

Сопоставьте термин и определение:

- а) Математическое ожидание  
б) Дисперсия  
в) Нормальное распределение  
г) р-значение
1. Среднее значение случайной величины
  2. Средний квадрат отклонения от среднего
  3. Колоколообразная функция плотности вероятности
  4. Вероятность наблюдаемого эффекта при верной нулевой гипотезе

Ответ \_\_\_\_\_

Правильный ответ:

- а — 1  
б — 2  
в — 3  
г — 4

**Задание закрытого типа на установление последовательности**

**Вопрос 16.**

Численное интегрирование методом Эйлера, реализация на языке программирования R.

Рассмотрим следующее дифференциальное уравнение первого порядка:

$$dy/dt = f(t, y) = -2 * y + t$$

с начальным условием:

$$y(0) = 1$$

Используя метод Эйлера, необходимо численно решить данное уравнение на интервале  $[0, 5]$  с шагом  $h = 0.1$ .

Требуется выполнить следующие шаги в правильной последовательности (пронумеровать их от 1 до N):  
(Перемешайте представленные ниже шаги случайным образом перед выдачей их пользователю для усложнения задачи.)

Шаги (В СЛУЧАЙНОМ ПОРЯДКЕ):

- A. `y[i+1] <- y[i] + h * f(t[i], y[i])` (Вычисление следующего значения  $y$  с использованием формулы метода Эйлера)
- B. `t <- seq(0, 5, by = h)` (Создание вектора значений времени  $t$  от 0 до 5 с шагом  $h$ )
- C. `h <- 0.1` (Определение размера шага  $h$  равного 0.1)
- D. `y <- numeric(length(t))` (Создание числового вектора  $y$  для хранения результатов численного решения, соответствующего размеру вектора  $t$ )
- E. `plot(t, y, type = "l", xlab = "t", ylab = "y(t)", main = "Численное решение dy/dt = -2y + t методом Эйлера")` (Визуализация полученного решения: построение графика зависимости  $y(t)$ )
- F. `y[1] <- 1` (Установка начального условия  $y(0) = 1$  в первый элемент вектора  $y$ )
- G. `f <- function(t, y) { -2 * y + t }` (Определение функции  $f(t, y)$ , представляющей правую часть дифференциального уравнения)
- H. `for (i in 1:(length(t) - 1)) { ... }` (Начало цикла для итеративного вычисления значений  $y$  для каждого шага времени)

Правильный ответ:

- 1. C
- 2. B
- 3. D
- 4. F
- 5. G
- 6. H
- 7. A
- 8. E

### ***Вопрос 17.***

Численное решение нелинейного уравнение построением графика функции в R

Пусть необходимо найти приближенное решение нелинейного уравнения:

$$f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$$

графическим методом, используя язык программирования R. Предположим, что решение находится в интервале  $[1, 3]$ .

Ниже представлены фрагменты кода, необходимые для построения графика функции и визуального определения корня. Расположите эти фрагменты в правильной последовательности, чтобы получилась работающая программа на R.

Фрагменты кода (В СЛУЧАЙНОМ ПОРЯДКЕ):

- A. `f <- function(x) { x^3 - 2*x - 5 }`
- B. `abline(h = 0, col = "red")`

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>C. plot(x, y, type = "l", xlab = "x", ylab = "f(x)", main = "Графическое решение уравнения <math>x^3 - 2x - 5 = 0</math>")<br/> D. x &lt;- seq(1, 3, length.out = 100)<br/> E. y &lt;- f(x)</p> <p>Требуется: Укажите правильную последовательность букв, соответствующих фрагментам кода, чтобы получить работающую программу, отображающую график функции и позволяющую визуально оценить корень уравнения.</p> <p>Правильный ответ: A, D, E, C, B</p> <p><b>Задание открытого типа с развернутым ответом</b></p> <p><b>Вопрос 18.</b></p> <p>Опишите принцип работы критерия Стьюдента для тестирования достоверности различий между средними значениями при неравных дисперсиях?</p> <p>Ответ:</p> <p>Когда дисперсии двух сравниваемых групп значительно отличаются (т.е., не выполняется предположение о гомогенности дисперсий), для проверки достоверности различий между средними значениями используется модификация t-критерия Стьюдента, известная как t-критерий Уэлча (Welch's t-test) или t-критерий с поправкой Уэлча. Принцип работы этого критерия практически такой же, как и у стандартного t-критерия, но с двумя ключевыми отличиями:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Формула для t-статистики: Формула немного отличается, чтобы учесть неравные дисперсии.</li> <li>Расчет степеней свободы (df): Расчет df также модифицирован, обычно приводит к нецелым значениям, и более сложный, чем для стандартного t-критерия.</li> </ol> <p>Давайте рассмотрим подробнее:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Гипотезы:<br/>Гипотезы формулируются так же, как и в стандартном t-критерии: <ul style="list-style-type: none"> <li>H0 (Нулевая гипотеза): Средние значения двух групп равны (<math>\mu_1 = \mu_2</math>).</li> <li>H1 (Альтернативная гипотеза): Средние значения двух групп не равны (<math>\mu_1 \neq \mu_2</math>) (двусторонняя) или <math>\mu_1 &gt; \mu_2</math> (односторонняя) или <math>\mu_1 &lt; \mu_2</math> (односторонняя).</li> </ul> </li> <li>Расчет t-статистики (t-критерий Уэлча):<br/>Формула для t-статистики Уэлча выглядит следующим образом:<br/> <math display="block">t = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) / \sqrt{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}</math> где: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\bar{x}_1</math> и <math>\bar{x}_2</math> - средние значения первой и второй групп</li> <li><math>s_1^2</math> и <math>s_2^2</math> - дисперсии первой и второй групп</li> <li><math>n_1</math> и <math>n_2</math> - размеры выборок первой и второй групп</li> </ul> </li> </ol> <p>Ключевое отличие: В знаменателе используется <i>непосредственная оценка стандартной ошибки разницы между средними значениями</i>, рассчитанная на основе <i>индивидуальных дисперсий</i> каждой группы и размеров выборок, без объединения дисперсий в одну общую оценку (как делается в стандартном t-критерии).</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

3. Расчет степеней свободы ( $df$  - t-критерий Уэлча):

Это наиболее сложное отличие. Степени свободы для t-критерия Уэлча вычисляются с использованием формулы,

известной как формула Велча-Саттертуэйта:

$$df = \left( \frac{(s_1^2 / n_1) + (s_2^2 / n_2)}{\left( \frac{(s_1^2 / n_1)^2}{n_1 - 1} + \left( \frac{(s_2^2 / n_2)^2}{n_2 - 1} \right) \right)} \right)^2$$

где:

- $s_1^2$  и  $s_2^2$  - дисперсии первой и второй групп
- $n_1$  и  $n_2$  - размеры выборок первой и второй групп

Важно отметить, что полученное значение  $df$  часто не является целым числом. В большинстве случаев его округляют до ближайшего целого числа, но некоторые статистические пакеты и калькуляторы используют не округленное значение для большей точности.

4. Определение p-значения:

После вычисления t-статистики и степеней свободы, p-значение определяется с использованием t-распределения с соответствующими степенями свободы. Этот шаг аналогичен стандартному t-критерию.

5. Принятие решения:

P-значение сравнивается с уровнем значимости ( $\alpha$ ), обычно 0.05.

- Если p-значение  $\leq \alpha$ : Нулевая гипотеза отклоняется. Делается вывод, что существует статистически значимая разница между средними значениями групп, даже при неравных дисперсиях.
- Если p-значение  $> \alpha$ : Нулевая гипотеза не отклоняется. Делается вывод о том, что нет достаточных оснований утверждать о наличии статистически значимой разницы между средними значениями групп при данном уровне значимости.

**Вопрос 19.**

Принцип построения уравнения Колмогорова для переходных вероятностей в теории случайных процессов?

Ответ:

Уравнение Колмогорова (точнее, прямое уравнение Колмогорова или уравнение Чепмена-Колмогорова) является фундаментальным уравнением в теории случайных процессов, описывающим эволюцию переходных вероятностей во времени. Оно выражает связь между вероятностью перехода системы из одного состояния в другое в разные моменты времени. Важно отметить, что существует два типа уравнений Колмогорова: прямое (forward) и обратное (backward). Здесь речь пойдет о прямом уравнении.

Общая идея:

Основная идея заключается в том, что переход из состояния  $i$  в состояние  $j$  в момент времени  $t + \Delta t$  может произойти через любое промежуточное состояние  $k$  в момент времени  $t$ . То есть, система сначала переходит из состояния  $i$  в состояние  $k$  за время  $t$ , а затем из состояния  $k$  в состояние  $j$  за время  $\Delta t$ . Уравнение суммирует вероятности всех таких путей.

Основные понятия:

- Случайный процесс: Это семейство случайных величин  $\{X_t, t \in T\}$ , где  $t$  - параметр времени, а  $X_t$  - состояние системы в момент времени  $t$ . Т может быть дискретным или непрерывным.
- Состояние: Значение, которое может принимать случайная величина  $X_t$ . Состояния могут быть дискретными

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>или непрерывными.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Переходная вероятность: Вероятность того, что система, находящаяся в состоянии <math>i</math> в момент времени <math>s</math>, перейдет в состояние <math>j</math> в момент времени <math>t</math> (где <math>t &gt; s</math>). Обозначается как: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>P(X_t = j   X_s = i)</math> или, более компактно, <math>P_{ij}(s, t)</math>.</li> </ul> </li> <li>Марковское свойство (отсутствие последействия): Будущее состояние процесса зависит только от текущего состояния и не зависит от прошлых состояний. Это критическое условие для применения уравнения Колмогорова. Формально: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>P(X_t = j   X_s = i, X_r = k \text{ для всех } r &lt; s) = P(X_t = j   X_s = i)</math></li> </ul> </li> </ul> <p>Построение уравнения Чепмена-Колмогорова (основа для уравнения Колмогорова):</p> <p>Уравнение Чепмена-Колмогорова выражает связь между переходными вероятностями для трех моментов времени <math>s &lt; u &lt; t</math>:</p> $P_{ij}(s, t) = \sum_k P_{ik}(s, u) * P_{kj}(u, t) \quad (\text{для дискретных состояний})$ $P_{ij}(s, t) = \int P_{ik}(s, u) * P_{kj}(u, t) dk \quad (\text{для непрерывных состояний})$ <p>Где:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>P_{ij}(s, t)</math> - вероятность перехода из состояния <math>i</math> в состояние <math>j</math> за время <math>(t - s)</math>.</li> <li><math>P_{ik}(s, u)</math> - вероятность перехода из состояния <math>i</math> в состояние <math>k</math> за время <math>(u - s)</math>.</li> <li><math>P_{kj}(u, t)</math> - вероятность перехода из состояния <math>k</math> в состояние <math>j</math> за время <math>(t - u)</math>.</li> <li><math>\sum_k</math> или <math>\int dk</math> - суммирование (или интегрирование) по всем возможным состояниям <math>k</math>.</li> </ul> <p>Построение прямого уравнения Колмогорова (уравнение эволюции):</p> <p>Прямое уравнение Колмогорова получается из уравнения Чепмена-Колмогорова путем рассмотрения очень малого интервала времени <math>\Delta t</math> после момента времени <math>t</math>. Предполагается, что интенсивность переходов между состояниями известна.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Предположение о малом времени: Предполагаем, что <math>\Delta t</math> достаточно мало, чтобы за это время произошел только один переход (либо вообще не произошло переходов).</li> <li>Определение интенсивностей переходов: Вводим понятие интенсивности перехода <math>q_{ij}(t)</math>, которое представляет собой скорость, с которой система переходит из состояния <math>i</math> в состояние <math>j</math> в момент времени <math>t</math>. Формально:</li> <li><math>q_{ij}(t) = \lim(\Delta t \rightarrow 0) [P_{ij}(t, t + \Delta t) / \Delta t] \quad \text{для } i \neq j</math></li> <li><math>q_{ii}(t) = \lim(\Delta t \rightarrow 0) [(P_{ii}(t, t + \Delta t) - 1) / \Delta t]</math></li> <li>Разложение <math>P_{ij}(t, t + \Delta t)</math> в ряд Тейлора (или аналогичное представление): Используя предположение о малом <math>\Delta t</math>, мы можем аппроксимировать переходные вероятности: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>P_{ij}(t, t + \Delta t) \approx q_{ij}(t) * \Delta t \quad (\text{для } i \neq j)</math></li> <li><math>P_{ii}(t, t + \Delta t) \approx 1 + q_{ii}(t) * \Delta t</math></li> </ul> </li> <li>Подстановка в уравнение Чепмена-Колмогорова: Подставляем эти аппроксимации в уравнение Чепмена-Колмогорова:</li> <li><math>P_{ij}(s, t + \Delta t) = \sum_k P_{ik}(s, t) * P_{kj}(t, t + \Delta t)</math></li> <li><math>P_{ij}(s, t + \Delta t) \approx P_{ik}(s, t) * (1 + q_{kk}(t) * \Delta t) + \sum(k \neq j) P_{ik}(s, t) * (q_{kj}(t) * \Delta t)</math></li> <li>Перегруппировка и предел: Переносим <math>P_{ij}(s, t)</math> в левую часть, делим обе части на <math>\Delta t</math> и берем предел при <math>\Delta t \rightarrow 0</math>:</li> </ol> |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>0:</p> <p>10. <math>[P_{ij}(s, t + \Delta t) - P_{ij}(s, t)] / \Delta t \approx \sum_{k \neq j} P_{ik}(s, t) * q_{kj}(t) + P_{jj}(s, t) * q_{jj}(t)</math></p> <p>11. <math>\partial P_{ij}(s, t) / \partial t = \sum_k P_{ik}(s, t) * q_{kj}(t)</math></p> <p><b>Вопрос 20.</b></p> <p>Имитационные модели для исследования процессов видеообразования?</p> <p>Ответ:</p> <p>Имитационные модели играют важную роль в исследовании процессов видеообразования, поскольку они позволяют исследователям экспериментировать с различными сценариями, параметрами и генетическими механизмами, которые сложно изучить в реальных популяциях или в контролируемых лабораторных условиях. Эти модели помогают понять, какие факторы могут приводить к дивергенции популяций и, в конечном итоге, к образованию новых видов.</p> <p>Вот основные типы имитационных моделей, используемых для изучения видеообразования:</p> <p><b>1. Индивидуально-ориентированные модели (Agent-Based Models, ABM):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Принцип работы:</b> Эти модели имитируют поведение отдельных особей в популяции. Каждая особь обладает набором характеристик (генотип, фенотип, местоположение и т.д.) и правил поведения (размножение, миграция, взаимодействие с другими особями). Моделирование происходит дискретно во времени, и поведение каждой особи обновляется на каждом временном шаге.</li> <li>• <b>Преимущества:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Позволяют моделировать сложные взаимодействия между особями и окружающей средой.</li> <li>○ Легко включать различные типы генетических механизмов (мутации, рекомбинация, генетический дрейф).</li> <li>○ Позволяют отслеживать генеалогию особей и анализировать структуру популяций.</li> </ul> </li> <li>• <b>Применение для исследования видеообразования:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Изучение роли географической изоляции (аллопатрическое видеообразование).</li> <li>○ Исследование влияния экологического отбора (экологическое видеообразование).</li> <li>○ Моделирование репродуктивной изоляции (пре- и пост-зиготические барьеры).</li> <li>○ Анализ влияния полового отбора на дивергенцию популяций.</li> </ul> </li> </ul> |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Тестирование (Вариант 2).

| Индекс и содержание формируемой компетенции | Индикаторы компетенций       | Тестовые задания для промежуточной аттестации                                                                                      |
|---------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-2<br>Способен                           | ИДК ОПК-2.1<br>Демонстрирует | <b>Задание комбинированного типа с выбором одного или нескольких верных ответов из четырех предложенных и аргументацией выбора</b> |

|                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>использовать специализированные знания фундаментальных разделов математики, физики, химии и биологии для проведения исследований в области биоинженерии, биоинформатики и смежных дисциплин (модулей)</p> | <p>специализированные знания в области фундаментальных разделов математики, физики, химии, биологии и перспективы междисциплинарных исследований</p> | <p><b>Вопрос 1.</b><br/>Что такое определитель матрицы?<br/>           a) Среднее значение вектора<br/>           b) Характеристика обратимости матрицы<br/>           c) Сумма диагональных элементов<br/>           d) Скалярное произведение векторов<br/>           Ответ: b<br/>           Аргументация: Если определитель матрицы равен нулю, она необратима.</p> <p><b>Вопрос 2.</b><br/>Какая функция описывает экспоненциальный рост бактерий?<br/>           a) <math>y = \sin(x)</math><br/>           b) <math>y = x^2</math><br/>           c) <math>y = e^x</math><br/>           d) <math>y = \log(x)</math><br/>           Ответ: c<br/>           Аргументация: Экспоненциальный рост описывается функцией вида <math>y = e^{(kx)}</math>.</p> <p><b>Вопрос 3.</b><br/>Что такое начальное условие для дифференциального уравнения?<br/>           a) Значение переменной<br/>           b) Значение производной в начале<br/>           c) Функция роста<br/>           d) Диапазон времени<br/>           Ответ: b<br/>           Аргументация: Начальное условие задает значение функции или производной в начальный момент времени.</p> <p><b>Вопрос 4.</b><br/>В чем недостаток метода Эйлера?<br/>           a) Сложная реализация<br/>           b) Высокая точность<br/>           c) Низкая точность при больших шагах<br/>           d) Требует символьных вычислений<br/>           Ответ: c<br/>           Аргументация: Метод Эйлера точен лишь при малом шаге, иначе дает грубые ошибки.</p> <p><b>Вопрос 5.</b><br/>Какой закон распределения применим к числу мутаций на участке ДНК?<br/>           a) Нормальный<br/>           b) Равномерный</p> |
| ОПК-3                                                                                                                                                                                                        | <i>ИДК ОПК-3.1</i>                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

|                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Способен проводить экспериментальную работу с организмами и клетками, использовать физико-химические методы исследования макромолекул, математические методы обработки результатов биологических исследований</p> | <p>Проводит экспериментальную работу с организмами и клетками с использованием физико-химических методов исследования макромолекул</p>                                                   | <p>c) Пуассоновский<br/>d) Биномиальный<br/>Ответ: c<br/>Аргументация: Пуассоновское распределение описывает редкие случайные события, например, мутации.</p> <p><i>Вопрос 6.</i><br/>Какой метод статистики используется для проверки различий между средними двух групп?<br/>a) Регрессия<br/>b) Корреляция<br/>c) t-тест<br/>d) Кластеризация<br/>Ответ: c<br/>Аргументация: t-тест используется для проверки различий между двумя средними значениями.</p> <p><i>Вопрос 7.</i><br/>Какой процесс описывается уравнением Колмогорова?<br/>a) Нелинейная динамика<br/>b) Стохастический процесс<br/>c) Дифференцирование функции<br/>d) Упрощенное моделирование<br/>Ответ: b<br/>Аргументация: Уравнения Колмогорова описывают переходные вероятности в случайных процессах.</p> <p><i>Вопрос 8.</i><br/>Что является выходом имитационного моделирования?<br/>a) Абстрактная формула<br/>b) Статистическое распределение результатов<br/>c) График дифференциального уравнения<br/>d) Дифференциальная система<br/>Ответ: b<br/>Аргументация: Имитационное моделирование многократно повторяет процесс и анализирует распределение результатов.</p> <p><i>Вопрос 9.</i><br/>Какое уравнение описывает рост популяции с учетом ограничений среды?<br/>a) Экспоненциальное<br/>b) Логистическое<br/>c) Синусоидальное<br/>d) Линейное<br/>Ответ: b<br/>Аргументация: Логистическая модель учитывает ограниченность ресурсов и насыщение популяции.</p> <p><i>Вопрос 10.</i></p> |
|                                                                                                                                                                                                                      | <p><i>ИДК ОПК-3.2</i><br/>Демонстрирует практические навыки математических методов обработки результатов экспериментальных исследований</p>                                              | <p><i>Вопрос 7.</i><br/>Какой процесс описывается уравнением Колмогорова?<br/>a) Нелинейная динамика<br/>b) Стохастический процесс<br/>c) Дифференцирование функции<br/>d) Упрощенное моделирование<br/>Ответ: b<br/>Аргументация: Уравнения Колмогорова описывают переходные вероятности в случайных процессах.</p> <p><i>Вопрос 8.</i><br/>Что является выходом имитационного моделирования?<br/>a) Абстрактная формула<br/>b) Статистическое распределение результатов<br/>c) График дифференциального уравнения<br/>d) Дифференциальная система<br/>Ответ: b<br/>Аргументация: Имитационное моделирование многократно повторяет процесс и анализирует распределение результатов.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|                                                                                                                                                                                                                      | <p><i>ИДК ОПК-3.3</i><br/>Владеет опытом применения методов для исследования макромолекул, обработки результатов биологических исследований, прогнозирования перспектив и социальных</p> | <p><i>Вопрос 9.</i><br/>Какое уравнение описывает рост популяции с учетом ограничений среды?<br/>a) Экспоненциальное<br/>b) Логистическое<br/>c) Синусоидальное<br/>d) Линейное<br/>Ответ: b<br/>Аргументация: Логистическая модель учитывает ограниченность ресурсов и насыщение популяции.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>последствий своей профессиональной деятельности.</p> <p>Какая модель используется для описания частоты аллелей с учетом мутации и отбора?</p> <p>a) Модель Монте-Карло<br/>     b) Модель Рунге-Кутты<br/>     c) Модель Кимуры<br/>     d) Модель Хардди-Вайнберга</p> <p>Ответ: c</p> <p>Аргументация: Модель Кимуры учитывает мутации и отбор в популяционной генетике.</p> <p><i>Вопрос 11.</i></p> <p>Какая функция описывает поведение колебательной системы?</p> <p>a) Логарифмическая<br/>     b) Синусоидальная<br/>     c) Квадратичная<br/>     d) Ступенчатая</p> <p>Ответ: b</p> <p>Аргументация: Колебания описываются синусом или косинусом во времени.</p> <p><i>Вопрос 12.</i></p> <p>Какой метод позволяет находить точные решения некоторых ОДУ?</p> <p>a) Метод Монте-Карло<br/>     b) Метод разделения переменных<br/>     c) Метод Эйлера<br/>     d) Имитационное моделирование</p> <p>Ответ: b</p> <p>Аргументация: Разделение переменных позволяет аналитически решать некоторые дифференциальные уравнения.</p> <p><i>Вопрос 13.</i></p> <p>Какой метод моделирования используется для эволюционной динамики?</p> <p>a) Имитационное моделирование<br/>     b) Системы линейных уравнений<br/>     c) Теорема Байеса<br/>     d) Уравнение Пуассона</p> <p>Ответ: a</p> <p>Аргументация: Имитационное моделирование помогает проследить эволюционные сценарии и динамику популяций.</p> <p>Задание закрытого типа на установление соответствия</p> <p><b>Задание закрытого типа на установление соответствия</b></p> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Вопрос 14.**

Сопоставьте термин и определение:

- а) Ранг матрицы
- б) Определитель
- в) Собственные значения
- г) Линейная зависимость

- Количество линейно независимых строк или столбцов матрицы
- Число, характеризующее матрицу и определяющее её обратимость
- Числа, при которых  $Ax=\lambda x$ ,  $\lambda x = \lambda x$  имеет ненулевое решение
- Существование нетривиальной линейной комбинации векторов, дающей ноль

Ответ \_\_\_\_\_

Правильный ответ:

- а — 1
- б — 2
- в — 3
- г — 4

**Вопрос 15.**

Сопоставьте термин и определение:

- а) Производная
- б) Интеграл
- в) Периодическая функция
- г) Логарифм

- Показывает скорость изменения функции
- Вычисление площади под графиком функции
- Значения функции повторяются через равные промежутки
- Обратная функция к показательной

Ответ \_\_\_\_\_

Правильный ответ:

- а — 1
- б — 2
- в — 3
- г — 4

**Задание закрытого типа на установление последовательности**

**Вопрос 16.**

Численное интегрирование методом Эйлера с пересчетом, реализация на языке программирования R.  
Предположим, вам необходимо численно решить следующее дифференциальное уравнение методом Эйлера в R:  
 $dy/dx = f(x, y) = y * \cos(x)$   
с начальным условием:  
 $y(0) = 0.5$   
Решение необходимо найти на интервале  $[0, 10]$  с шагом  $h = 0.05$ .  
Ниже представлены фрагменты кода, необходимые для решения этой задачи. Ваша задача - расположить эти фрагменты в правильной последовательности, чтобы получилась работающая программа на R, реализующая метод Эйлера и визуализирующую результат.  
Фрагменты кода (В СЛУЧАЙНОМ ПОРЯДКЕ):  
A. `y <- numeric(length(x))`  
B. `plot(x, y, type="l", xlab="x", ylab="y(x)", main="Решение методом Эйлера")`  
C. `f <- function(x, y) { y * cos(x) }`  
D. `for (i in 1:(length(x)-1)) { y[i+1] <- y[i] + h * f(x[i], y[i]) }`  
E. `x <- seq(0, 10, by=h)`  
F. `h <- 0.05`  
G. `y[1] <- 0.5`  
Требуется: Укажите правильную последовательность букв, соответствующих фрагментам кода, чтобы получить рабочую программу, реализующую метод Эйлера.  
Правильный ответ: F, E, A, G, C, D, B

**Вопрос 17.**  
Численное решение нелинейного уравнение построением графика функции в R.  
Рассмотрим нелинейное уравнение:  
 $g(x) = \sin(x) - x/3 = 0$   
Необходимо найти приближенное решение этого уравнения графическим методом с использованием R. Известно, что один из корней находится в окрестности  $x = 2$ . Для этого необходимо построить график функции на интервале, позволяющем визуально определить этот корень.  
Ниже представлены фрагменты кода, необходимые для построения графика функции  $g(x)$  в R. Ваша задача - расположить их в правильной последовательности, чтобы получить график, позволяющий визуально оценить корень уравнения  $g(x) = 0$ .  
Фрагменты кода (В СЛУЧАЙНОМ ПОРЯДКЕ):  
A. `x <- seq(0, 4*pi, length.out = 200) # Создаем вектор x для построения графика`  
B. `y <- g(x) # Вычисляем значения функции g(x)`  
C. `plot(x, y, type="l", xlab="x", ylab="g(x)", main="Графическое решение sin(x) - x/3 = 0") # Строим график функции`  
D. `abline(h=0, col="blue", lty=2) # Добавляем горизонтальную линию y=0 для визуализации корней`  
E. `g <- function(x) { sin(x) - x/3 } # Определяем функцию g(x)`

Требуется: Укажите правильную последовательность букв, соответствующих фрагментам кода, чтобы получить график функции  $g(x)$  с линией  $y=0$ , позволяющий оценить корень уравнения.

Правильный ответ: E, A, B, C, D

### **Задание открытого типа с развернутым ответом**

#### **Вопрос 18.**

Опишите принцип работы критерия Стьюдента для тестирования достоверности различий между средними значениями при равных дисперсиях?

Ответ:

Критерий Стьюдента (t-критерий) используется для определения, существует ли статистически значимая разница между средними значениями двух групп. Он основан на оценке отношения между величиной разницы между средними значениями и величиной внутригрупповой изменчивости. Чем больше разница между средними и чем меньше изменчивость внутри групп, тем больше вероятность, что разница статистически значима (не случайна). Вот основные принципы работы критерия Стьюдента:

1. Формулирование гипотез:

- Нулевая гипотеза ( $H_0$ ): Предполагает отсутствие различий между средними значениями двух групп. ( $\mu_1 = \mu_2$ )
- Альтернативная гипотеза ( $H_1$ ): Утверждает наличие различий между средними значениями двух групп. Альтернативная гипотеза может быть двусторонней ( $\mu_1 \neq \mu_2$ ) или односторонней ( $\mu_1 > \mu_2$  или  $\mu_1 < \mu_2$ ), в зависимости от того, предполагаем ли мы просто различие или различие в определенном направлении.

2. Расчет статистики t (t-статистика):

Критерий Стьюдента вычисляет t-статистику, которая представляет собой отношение разницы между средними значениями двух групп к стандартной ошибке разницы. Формула для t-статистики зависит от того, какой вариант t-критерия используется:

- Независимый t-критерий (для двух независимых групп):
- $t = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) / s_{\text{pooled}} * \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$

где: \*  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$  - средние значения первой и второй групп \*  $s_{\text{pooled}}$  - объединенная оценка стандартного отклонения (предполагается равенство дисперсий) или скорректированная оценка, если дисперсии не равны (например, t-критерий Уэлча). \*  $n_1$  и  $n_2$  - размеры выборок первой и второй групп

- Парный t-критерий (для двух зависимых групп - например, "до" и "после" для одной и той же группы):  $t = \bar{x}_{\text{diff}} / (s_{\text{diff}} / \sqrt{n})$  где: \*  $\bar{x}_{\text{diff}}$  - среднее значение разности между парными наблюдениями \*  $s_{\text{diff}}$  - стандартное отклонение разности между парными наблюдениями \*  $n$  - количество пар

3. Определение степеней свободы (df):

Степени свободы определяют форму t-распределения, которое используется для оценки p-значения.

- Независимый t-критерий:
  - Если дисперсии считаются равными:  $df = n_1 + n_2 - 2$
  - Если дисперсии не считаются равными (t-критерий Уэлча): расчет df более сложный и обычно

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>округляется до ближайшего целого числа.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Парный t-критерий: <math>df = n - 1</math>, где <math>n</math> - количество пар.</li> </ul> <p>4. Определение р-значения:</p> <p>Р-значение (probability value) - это вероятность получить наблюдаемую разницу между средними значениями (или еще более экстремальную), при условии, что нулевая гипотеза верна. Р-значение находится с использованием t-статистики и степеней свободы, обращаясь к t-распределению.</p> <p>5. Принятие решения:</p> <p>Р-значение сравнивается с заранее выбранным уровнем значимости (<math>\alpha</math>), обычно 0.05.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Если р-значение <math>\leq \alpha</math>: Нулевая гипотеза отклоняется. Делается вывод о том, что существует статистически значимая разница между средними значениями групп.</li> <li>• Если р-значение <math>&gt; \alpha</math>: Нулевая гипотеза не отклоняется. Делается вывод о том, что нет достаточных оснований утверждать о наличии статистически значимой разницы между средними значениями групп. Это <i>не</i> означает, что разницы нет, это означает, что у нас недостаточно доказательств для ее подтверждения на данном уровне значимости.</li> </ul> <p><b>Вопрос 19.</b></p> <p>Модель Джукса-Кантора накопления мутаций, объяснения принципа работы с точки зрения теории случайных процессов?</p> <p>Ответ:</p> <p>Модель Джукса-Кантора (Jukes-Cantor model) - это самая простая модель эволюции последовательностей ДНК. С точки зрения теории случайных процессов, она представляет собой непрерывный во времени, однородный марковский процесс на дискретном пространстве состояний, где состояниями являются четыре нуклеотида: А, С, Г и Т.</p> <p>Основные принципы модели Джукса-Кантора (JC69):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Состояния: Модель рассматривает каждый сайт (позицию) в последовательности ДНК как независимую случайную величину, которая может находиться в одном из четырех состояний: А, С, Г или Т.</li> <li>• Марковское свойство: Состояние сайта в будущем зависит только от его текущего состояния и не зависит от его прошлых состояний.</li> <li>• Однородность во времени: Вероятность замены нуклеотида не зависит от времени. Скорость мутаций постоянна на протяжении всего времени эволюции.</li> <li>• Однаковая вероятность замены: Любой нуклеотид имеет одинаковую вероятность быть замененным на любой из трех других нуклеотидов. Другими словами, все замены равновероятны.</li> <li>• Непрерывное время: Эволюция происходит непрерывно во времени.</li> </ul> <p>Представление как марковского процесса:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пространство состояний: <math>S = \{A, C, G, T\}</math> (четыре нуклеотида).</li> <li>• Время: <math>t</math> (непрерывное время, обычно измеряемое в единицах времени эволюции).</li> <li>• Переходные вероятности: <math>P_{ij}(t)</math> - вероятность того, что нуклеотид <math>i</math> будет заменен на нуклеотид <math>j</math> за время</li> </ul> |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

- t.
- Матрица интенсивностей (Q-матрица): Это ключевой элемент, описывающий скорости переходов между состояниями. В модели Джукса-Кантора она имеет следующий вид:

- A C G T
- A -3μ μ μ
- C μ -3μ μ μ
- G μ μ -3μ μ
- T μ μ μ -3μ

Где:

- μ (мю) - это скорость мутации, общая для всех замен.
- $q_{ij} = \mu$  для  $i \neq j$  (скорость замены нуклеотида i на нуклеотид j).
- $q_{ii} = -3\mu$  (диагональные элементы), которые соответствуют сумме скоростей выхода из состояния i. Отрицательное значение необходимо, чтобы строки матрицы в сумме давали 0.

Уравнение Колмогорова (прямое уравнение) для модели Джукса-Кантора:

Как и в общих марковских процессах, эволюцию переходных вероятностей в модели JC69 можно описать с помощью прямого уравнения Колмогорова:

$$dP(t)/dt = P(t) * Q$$

Где:

- $P(t)$  - матрица переходных вероятностей в момент времени t. Элемент  $(i, j)$  этой матрицы -  $P_{ij}(t)$ .
- $Q$  - матрица интенсивностей, описанная выше.

Решение уравнения Колмогорова для модели Джукса-Кантора:

Решение этого матричного дифференциального уравнения дает формулы для переходных вероятностей:

$$P_{ij}(t) = 0.25 + 0.75 * \exp(-4\mu t) \quad (\text{если } i = j) \quad (\text{вероятность остаться в том же состоянии})$$

$$P_{ij}(t) = 0.25 - 0.25 * \exp(-4\mu t) \quad (\text{если } i \neq j) \quad (\text{вероятность замены на другой нуклеотид})$$

Эти формулы показывают, что:

- Со временем вероятность остаться в том же состоянии ( $P_{ii}(t)$ ) уменьшается, приближаясь к 0.25 (вероятность случайного выбора этого нуклеотида).
- Со временем вероятность замены на другой нуклеотид ( $P_{ij}(t), i \neq j$ ) увеличивается, также приближаясь к 0.25.
- В конечном итоге, система достигает равновесия, где каждый нуклеотид встречается с вероятностью 0.25.

Расстояние Джукса-Кантора:

Наблюдая за количеством различий между двумя последовательностями ДНК, мы можем оценить время (или эволюционное расстояние) между ними. Однако наблюдаемое количество различий ( $r$ ) недооценивает истинное количество замен, поскольку некоторые позиции могли муттировать несколько раз. Модель Джукса-Кантора позволяет скорректировать эту недооценку.

Эволюционное расстояние  $d$  (количество замен на сайт) оценивается как:

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p><math>d = -3/4 * \ln(1 - 4/3 * p)</math></p> <p>Где:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>p</math> - доля сайтов, где последовательности различаются (наблюданное расстояние).</li> <li>• <math>d</math> - скорректированное расстояние (Джукса-Кантора).</li> </ul> <p><b>Вопрос 20.</b></p> <p>Имитационные модели при исследовании процессов динамики популяций?</p> <p>Ответ:</p> <p>Имитационные модели играют ключевую роль в исследовании динамики популяций, предоставляя мощный инструмент для понимания и прогнозирования изменений в размере и структуре популяций живых организмов. Эти модели позволяют исследователям:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Изучать сложные взаимодействия: Учитывать влияние различных факторов, таких как рождаемость, смертность, миграция, конкуренция, хищничество, болезни и изменения окружающей среды.</li> <li>• Проверять гипотезы: Оценивать, насколько хорошо различные теоретические модели соответствуют наблюдаемым данным.</li> <li>• Прогнозировать будущее: Предсказывать изменения в численности популяций в различных сценариях.</li> <li>• Оценивать эффективность управления популяциями: Оценивать влияние стратегий управления, таких как регулирование охоты, создание охраняемых территорий или борьба с инвазивными видами.</li> </ul> <p>Имитационные модели учитывают случайные колебания в рождаемости, смертности, миграции и других параметрах, которые могут влиять на динамику популяции. Они используют вероятностные распределения для описания этих случайных событий.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Типы: <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Дискретные модели (матричные модели Лесли): Популяция делится на возрастные классы, и изменение численности каждого класса описывается с помощью матрицы. Параметры модели (выживаемость, плодовитость) могут быть стохастическими.</li> <li>◦ Непрерывные модели (стохастические дифференциальные уравнения): Добавляют случайный шум к детерминированным дифференциальным уравнениям.</li> <li>◦ Модели Монте-Карло: Имитируют случайные события большое количество раз, чтобы оценить вероятность различных исходов.</li> </ul> </li> <li>• Преимущества: <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Более реалистичны, чем детерминированные модели.</li> <li>◦ Учитывают влияние случайных событий на динамику популяций, особенно в малых популяциях.</li> <li>◦ Позволяют оценивать риск вымирания.</li> </ul> </li> <li>• Недостатки: <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Более сложны в анализе, чем детерминированные модели.</li> <li>◦ Требуют больше вычислительных ресурсов.</li> <li>◦ Труднее интерпретировать результаты.</li> </ul> </li> </ul> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Разработчик:**

Букин доцент Букин Ю.С.  
(подпись)