



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
ФГБОУ ВО «ИГУ»  
Кафедра гидрологии и природопользования



УТВЕРЖДАЮ

географич. С.Ж. Вологжина  
факультет

«18» июня 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Наименование дисциплины (модуля) Б1.О.39 «Математические методы и модели в задачах окружающей среды»

Направление подготовки 05.03.04 Гидрометеорология

Направленность (профиль) подготовки Информационные технологии в метеорологии

Квалификация выпускника - бакалавр  
Форма обучения заочная

Согласовано с УМК географического факультета

Протокол № 6 от «18» июня 2021 г.  
Председатель С.Ж. Вологжина

Рекомендовано кафедрой гидрологии и природопользования:

Протокол № 12 От «05» июня 2021 г.

Зав. кафедрой А.В. Аргучинцева

Иркутск 2021г.

## Содержание

	стр.
I. Цели и задачи дисциплины (модуля)	3
II. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.	3
III. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)	4
IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)	6
4.1 Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов	6
4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	10
4.3 Содержание учебного материала	12
4.3.1 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ	14
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение в рамках самостоятельной работы студентов	15
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов	19
V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	19
а) перечень литературы	19
б) базы данных, поисково-справочные и информационные системы	20
VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	20
6.1. Учебно-лабораторное оборудование	20
6.2. Программное обеспечение	20
6.3. Технические и электронные средства обучения	21
VII. Образовательные технологии	21
VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации	22

## I. Цели и задачи дисциплины (модуля):

**Цели:** формирование у студентов основ знаний по математическому моделированию различных природных процессов, обучение навыкам выявления закономерностей, путем правильной обработки экспериментального материала, анализа полученных материалов и результатов; умений использовать уравнения, описывающие природные процессы; навыки обоснованного упрощения для замыкания уравнений; в постановке дополнительных условий (начальных и граничных); наглядно представлять результаты с помощью графических редакторов.

**Задачи:** дисциплина направлена на решение задач математической и естественно-научной подготовки, фундаментальных основ профессиональной деятельности, посредством:

- изучения возможностей моделирования и его задачи для целей диагностики и прогноза;
- получения навыка правильно обрабатывать статистически эмпирический материал с точки зрения выявления закономерностей в виде теоретических линий связи, оценивать погрешности этих связей;
- изучить уравнения переноса и турбулентной диффузии примеси, получить навык обоснования упрощений, постановки начальных и граничных условий;
- познакомиться с простейшими методами аппроксимации частных производных и оценками точности аппроксимации;
- получить навык моделирования простейших экологических задач;
- изучить основные численные методы решения систем конечно-разностных уравнений;
- получить навык интерпретации полученных результатов и представления их для наглядности в графическом редакторе;
- изучить различные подходы к моделированию и уметь оценивать положительные и отрицательные возможности различных моделей.

## II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина (модуль) «Математические методы и модели в задачах окружающей среды» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Б1.О.12.01 «Введение в метеорологию»;

Б1.О.12.02 «Введение в гидрологию»;

Б1.О.16 «Математика»;

Б1.О.15 «Физика»;

Б1.О.16.01 «Аналитическая геометрия и высшая алгебра»;

Б1.О.16.02 «Математический анализ»;

Б1.О.16.03 «Теория вероятности и элементы математической статистики»;

Б1.О.34 «Механика жидкости и газа».

Таким образом, совокупность разделов, включенных в программу дисциплины «Математические методы и модели в задачах окружающей среды», представляет собой важный этап единой системы подготовки бакалавров по профилю информационные технологии в метеорологии. Успешное освоение материала данной дисциплины возможно при условии овладения студентами фундаментальными знаниями в рамках курса указанных выше дисциплин.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Б2.О.04 (Пд) Преддипломная практика;

Б3.01 (Д) Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы.

### III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по данному направлению подготовки 05.03.04 «Гидрометеорология»:

ОПК-1 – способен применять базовые знания в области математических и естественных наук при решении задач профессиональной деятельности;

ОПК-2 – способен проводить научные исследования объектов, систем и процессов в области гидрометеорологии, в том числе при решении проблем геоэкологии и охраны окружающей среды;

ОПК-3 - способен решать задачи профессиональной деятельности в области гидрометеорологии, в том числе осуществлять гидрометеорологические расчеты и участвовать в разработке прогнозов (погоды, химического состава атмосферы и гидросферы).

#### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<i>ОПК-1</i> способен применять базовые знания в области математических и естественных наук при решении задач профессиональной деятельности	<i>Б-ОПК-1.1.</i> Использует базовые знания в области математики при решении задач профессиональной деятельности	<i>Знать:</i> - существующие различные подходы к выявлению закономерностей и моделированию загрязняющих ингредиентов, попадающих в атмосферу, гидросферу и на подстилающую поверхность от антропогенных источников;
<i>ОПК-2</i> способен проводить научные исследования объектов, систем и процессов в области гидрометеорологии, в том числе при решении проблем геоэкологии и охраны окружающей среды	<i>Б-ОПК-2.2.</i> Владеет знаниями и подходами наук в области гидрометеорологии для реализации деятельности по предотвращению негативного воздействия на окружающую среду, охране природы, рациональному использованию природных ресурсов	<i>Владеть:</i> - базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию; способностью понимать, излагать и критически анализировать базовую информацию в области экологии и природопользования.

<p><i>ОПК-3</i>  способен решать задачи профессиональной деятельности в области гидрометеорологии, в том числе осуществлять гидрометеорологические расчеты и участвовать в разработке прогнозов (погоды, химического состава атмосферы и гидросферы)</p>	<p><i>Б-ОПК-3.3.</i>  Обрабатывает и систематизирует результаты наблюдений и измерений, а также результаты компьютерных экспериментов при решении прогностических задач и для оценки и контроля состояния окружающей среды</p>	<p><i>Уметь:</i>  - анализировать полученные закономерности и представлять результаты наглядно в виде графических материалов;</p>
--	--	---

#### IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет \_ зачетных единиц, **108** часа,  
в том числе \_ зачетных единиц

Форма промежуточной аттестации: зачет

##### 4.1 Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Курс/сессия	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
1	Раздел I. Введение. Основные задачи экологического прогнозирования.	5/2			0,5				Устный опрос
2	Раздел II. Простейшие статистические и параметрические модели.	5/2			0,5	1		8	Устный опрос; Отчет по практической работе; Отчет по самостоятельной работе

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Курс/сессия	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися				
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
3	Раздел III. Теоретические закономерности поведения случайных величин	5/2			1	1		13	Устный опрос; Отчет по практической работе; Отчет по самостоятельной работе
4	Раздел IV. Виды источников загрязнения	5/2			1			13	Устный опрос; Отчет по самостоятельной работе
5	Раздел V. Дифференциальные уравнения переноса и турбулентной диффузии примесей в газовых и жидких средах	5/2			1	1	1	13	Устный опрос; Отчет по практической работе; Отчет по самостоятельной работе

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Курс/сессия	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися				
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
6	Раздел VI. Возможности получения аналитических решений, их достоинства и недостатки	5/2			1	1		13	Устный опрос; Отчет по практической работе; Отчет по самостоятельной работе
7	Раздел VII. Расширение возможностей аналитических моделей	5/2			1	2		13	Устный опрос; Отчет по практической работе; Отчет по самостоятельной работе
8	Раздел VIII. Численные модели	5/2			1	2		13	Устный опрос; Отчет по практической работе;



№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Курс/сессия	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися				
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
								Отчет по самостоятельной работе	
9	Раздел IX. Сопряженные уравнения для простейшего уравнения диффузии.	5/2			1		2	Устный опрос	
	<b>Контроль самостоятельной работы</b>	5/2	2						
	<b>Промежуточная аттестация</b>							Зачет	
<b>Итого часов</b>			<b>108</b>		<b>8</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>86</b>	

#### 4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
7	Раздел II Тема 1	Работа с литературой	В течение семестра	1	Конспект	ОЛ*- 1,2 ДЛ** - 3
7	Раздел II Тема 2	Работа с литературой	В течение семестра	1	Устный опрос	ОЛ*- 1,2 ДЛ** - 3
7	Раздел II Тема 3	Работа с литературой	В течение семестра	2	Устный опрос	ДЛ** - 1
7	Раздел II Тема 4	Работа с литературой	В течение семестра	2	Конспект	ОЛ*- 1,2
7	Раздел II Тема 5	Работа с литературой	В течение семестра	2	Устный опрос	ДЛ** - 1
7	Раздел III Тема 1	Работа с литературой	В течение семестра	3	Конспект	ОЛ*- 1,2 ДЛ** - 4
7	Раздел III Тема 2	Работа с литературой	В течение семестра	5	Конспект	ОЛ*- 1,2 ДЛ** - 4
7	Раздел III Тема 3	Работа с литературой	В течение семестра	5	Конспект	ДЛ** - 4
7	Раздел IV Тема 1	Работа с литературой	В течение семестра	13	Конспект	ДЛ** - 1,6
7	Раздел V Тема 1	Работа с литературой	В течение семестра	6	Конспект	ДЛ** - 7

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
7	Раздел V Тема 2	Работа с литературой	В течение семестра	7	Конспект/ Устный опрос	ОЛ* - 1,2 ДЛ** - 3,4
7	Раздел VI Тема 1	Работа с литературой	В течение семестра	6	Конспект/ Устный опрос	ОЛ* - 2 ДЛ** - 3, 4
7	Раздел VI Тема 2	Работа с литературой	В течение семестра	7	Конспект/ Устный опрос	ОЛ* - 2
7	Раздел VII Тема 1	Работа с литературой	В течение семестра	6	Конспект/ Устный опрос	ОЛ* - 1,2
7	Раздел VII Тема 3	Работа с литературой	В течение семестра	7	Конспект	ОЛ* - 1,2 ДЛ** - 3, 4
7	Раздел VIII Тема 2	Работа с литературой	В течение семестра	3	Конспект	ОЛ* - 1,3
7	Раздел VIII Тема 3	Работа с литературой	В течение семестра	3	Конспект	ОЛ* - 1,4 ДЛ** - 7
7	Раздел VIII Тема 4	Работа с литературой	В течение семестра	2	Конспект	ОЛ* - 1 ДЛ** - 3,4
7	Раздел VIII Тема 5	Работа с литературой	В течение семестра	2	Конспект	ОЛ* - 1,3,4 ДЛ** - 7
7	Раздел VIII Тема 6	Работа с литературой	В течение семестра	3	Конспект	ОЛ* - 1,3,4 ДЛ** - 7
Общий объем самостоятельной работы по дисциплине (час)				<b>86</b>		
*ОЛ – Основная литература						
**ДЛ – Дополнительная литература						

### 4.3 Содержание учебного материала

#### **Раздел I. Введение. Основные задачи экологического прогнозирования.**

1. Функции математических моделей в задачах диагностики и прогноза.
2. Проблемы исходной информации.
3. Точность математических моделей.
4. Основные подходы к математическому моделированию. Проблемы замыкания.

#### **Раздел II. Простейшие статистические и параметрические модели.**

1. Модели отечественных и зарубежных авторов, предназначенные для описания распространения примесей в воздухе, водоемах и водотоках: стандартные методики, рекомендованные ГОСТ; метод распознавания образов (аналогий), метод разложения по естественным ортогональным составляющим, метод потенциалов, метод обобщенных показателей, метод Монте-Карло.
2. Возможности, достоинства и недостатки каждого из названных методов и границы их применимости.
3. Проблемы входной информации моделей.
4. Основные числовые характеристики, используемые в статистических моделях (начальные, центральные и смешанные моменты).
5. Статистические оценки гипотез вида экологических моделей.

#### **Раздел III. Теоретические закономерности поведения случайных величин**

1. Сигмальный масштаб
2. Метод наименьших квадратов.
3. Регрессионные линейные и нелинейные многомерные связи.

#### **Раздел IV. Виды источников загрязнения**

1. Типизация (формализация) источников загрязнения окружающей среды (форма, режим работы, подвижные и неподвижные источники). Их алгоритмизация в расчетах диффузии примесей.

#### **Раздел V. Дифференциальные уравнения переноса и турбулентной диффузии примесей в газовых и жидких средах**

1. Различные виды дифференциальных уравнений переноса и турбулентной диффузии примеси (сохраняющаяся примесь, учет распада примеси, учет гравитационного осаждения, учет источников, усреднение по Рейнольдсу).
2. Описание распространения примеси в однородной, изотропно однородной, анизотропной и неоднородной средах.
3. Вопросы замыкания, корректности и постановки граничных условий. Различные виды краевых задач.
4. Замечательная функция Дирака.
5. Различные возможности учета загрязняющих источников: путем включения их в правую часть дифференциального уравнения и через граничные условия. Калибровка и верификация моделей.

#### **Раздел VI. Возможности получения аналитических решений, их достоинства и недостатки**

1. Последовательные упрощения дифференциального уравнения переноса и турбулентной диффузии примесей с целью получения простейших аналитических решений для описания переноса субстанций вдоль траекторий; оценки времени распада субстанций с учетом действующего источника и без него; для описания только диффузии примесей.

2. Формулировка простейших одно- и двумерных задач переноса и диффузии примеси в водотоке, водоеме и атмосфере при различных предположениях об изменении скорости и коэффициентов турбулентности, позволяющих получать аналитические решения.

3. Аналитические решения, описывающие изменения концентрации примеси в атмосфере, озере и морской среде при постоянных и переменных коэффициентах турбулентной диффузии.

### **Раздел VII. Расширение возможностей аналитических моделей**

1. Вероятностный подход к описанию климатических факторов и флуктуаций источников выброса загрязняющих ингредиентов.

2. Теоретические основы метода нахождения функций плотности вероятностей распределения входной информации.

3. Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова и его возможности при описании вероятностей превышения установленных нормативных ограничений для загрязняющих выбросов.

### **Раздел VIII. Численные модели**

1. Возможности реализации моделей с помощью численных методов. Различие этих моделей от условий замыкания. Постановка начальных и граничных условий. Возможности, достоинства и недостатки этих моделей.

2. Метод сеток. Необходимость аппроксимации производных конечно-разностными аналогами. Методы представления производных конечно-разностными аналогами: разложение в ряд Тейлора, полиномиальная аппроксимация, интегральный метод, метод контрольного объема. Ошибки аппроксимации производных конечно-разностными схемами "вперед", "назад", центральными разностями.

3. Явные и неявные конечно-разностные схемы, преимущества и недостатки каждой из них при реализации.

4. Алгоритмы численных схем для уравнений переноса примесей и аппроксимация граничных условий для простейших сеточных областей.

5. Особенности конечно-разностных схем (плохая обусловленность, сильная разреженность матрицы коэффициентов полученной системы алгебраических уравнений, преобладание диагональных членов - ленточная структура).

6. Численные методы решения (монотонная и немонотонная прогонка). Вопросы устойчивости и сходимости решений.

### **Раздел IX. Сопряженные уравнения для простейшего уравнения диффузии.**

1. Проблемы оптимизации выбросов с помощью основных и сопряженных уравнений в простейшей модели.

### 4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)		Оценочные средства	Формируемые компетенции* (индикаторы)
			Всего часов	Из них практическая подготовка		
1	2	3	4	5	6	7
1	<b>Раздел II Темы 1,3,4</b>	В компьютерном классе – обучение эксплуатации стандартной методики «Эколог» и расчеты зон воздушного загрязнения по реальным данным наблюдений параметров выбросов источниками промышленных предприятий	1		Расчетная работа	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
2	<b>Раздел III Тема 3</b>	В компьютерном классе – статистическая обработка данных наблюдений по загрязнению окружающей среды	1		Расчетная работа	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
3	<b>Раздел V Тема 1,3</b>	Постановка задач о распределении примесей от точечных и линейных источников	1		Расчетная работа	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
4	<b>Раздел VI Тема 1,3</b>	В компьютерном классе – обработка гидрометеорологической информации для получения климатических характеристик в качестве входной информации в авторские модели	1		Расчетная работа	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
5	<b>Раздел VII Тема 1,3</b>	В компьютерном классе – расчеты по моделям переноса примесей от источника в атмосфере	2		Расчетная работа	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
6	<b>Раздел VIII Тема 3</b>	В компьютерном классе – расчеты по моделям переноса примесей от источника в водной среде	2		Расчетная работа	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>

**4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)**

п/п	Тема	Задание	Формируемая компетенция	ИДК
1	<b>Раздел II Тема 1</b>	Краткий письменный обзор (2-3 с.) по возможностям стандартных методик, рекомендованных для расчета антропогенного загрязнения. Обзор на проверку преподавателю	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
2	<b>Раздел II Тема 2</b>	Устное (внеаудиторное) усвоение возможностей моделей, их разновидностей. Беседа в аудитории	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
3	<b>Раздел II Тема 3</b>	Устное (внеаудиторное) усвоение требований к точности задания входной информации. Беседа в аудитории	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
4	<b>Раздел II Тема 4</b>	Выполнение задания в виде домашней контрольной работы по расчету различных начальных и центральных моментов случайной величины с анализом полученных результатов и последующей проверкой преподавателем	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
5	<b>Раздел II Тема 5</b>	Устное усвоение. Есть ли необходимость в оценке статистических гипотез? Зачем этот раздел нужен или не нужен? Беседа в аудитории	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>

6	<b>Раздел III Тема 1</b>	Самостоятельная подготовка: Разновидность методов решения системы алгебраических уравнений (их возможности и недостатки – решение 3-4 линейных уравнений по формулам Крамера и методом исключения Гаусса). Собеседование ведет назначенный студент в присутствии преподавателя	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
7	<b>Раздел III Тема 2</b>	Домашняя подготовка: преимущества и недостатки метода «сигмальных масштабов» и метода наименьших квадратов. Собеседование ведет назначенный студент в присутствии преподавателя	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
8	<b>Раздел III Тема 3</b>	Самостоятельная подготовка: изобарические поверхности, геопотенциал, для чего необходимы данные наблюдений на различных изобарических поверхностях, политропная среда, уравнение статики. Собеседование ведет назначенный студент в присутствии преподавателя	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
9	<b>Раздел IV Тема 1</b>	Выполнение задания в виде домашней контрольной работы: рассеяние антропогенных примесей от высотных источников в зависимости от условий температурной стратификации	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>



		атмосферы с последующей проверкой преподавателем		
10	<b>Раздел V Тема 1</b>	Домашняя работа с литературой и др. источниками с целью подбора материала по проблемам: необходимость перехода к средним величинам, свойства средних, как можно учесть в уравнениях спектр частиц. Предоставляется краткое эссе.	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
11	<b>Раздел V Тема 2</b>	Самостоятельное выполнение задания: ламинарное и турбулентное течения в зависимости от динамических и температурных параметров. Доклад студента и обсуждение	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
12	<b>Раздел VI Тема 1</b>	Зачем нужно изучать производные? Общность и отличия обыкновенных, частных, индивидуальных производных. Беседа со студентами по подготовленному им материалу.	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
13	<b>Раздел VI Тема 2</b>	Для чего необходимы аналитические решения уравнений, положительные и отрицательные моменты? Беседа со студентами по подготовленному им материалу.	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
14	<b>Раздел VII Тема 1</b>	Что такое климат? Возможности пересчета данных наблюдений на гидрометеорологических постах в полярной системе координат на данные в локальной	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>

		декартовой системе координат. Собеседование ведет назначенный студент в присутствии преподавателя		
15	<b>Раздел VII Тема 3</b>	Работа с литературой о возможностях использования уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова. Краткое эссе.	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
16	<b>Раздел VIII Тема 2</b>	Беседа на заданную тему: суть численных методов, возможности, достоинства и недостатки	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
17	<b>Раздел VIII Тема 3</b>	Домашняя самостоятельная: предложенные преподавателем уравнения в частных производных записать в виде конечно-разностной аппроксимации. Задание сдается на проверку преподавателю	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
18	<b>Раздел VIII Тема 4</b>	Домашняя самостоятельная: предложенные преподавателем уравнения в частных производных записать в виде явной и неявной конечно-разностной аппроксимации. Задание сдается на проверку преподавателю	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>
19	<b>Раздел VIII Тема 5</b>	Домашняя самостоятельная: предложенное преподавателем уравнение в частных производных записать в виде системы	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>

		алгебраических уравнений для определенного числа узлов сетки. Задание сдается на проверку преподавателю		
20	<b>Раздел VIII Тема 6</b>	Продолжить предыдущее задание: полученную систему алгебраических уравнений представить записью «ленточной структуры». Задание сдается на проверку преподавателю	ОПК-1 ОПК-2 ОПК-3	<i>Б-ОПК-1.1.</i> <i>Б-ОПК-2.2.</i> <i>Б-ОПК-3.3.</i>

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Методические указания по организации самостоятельной работы, с подробным описанием каждого задания, представленного в таблице 4.3.2, размещены в ЭИОС по соответствующей дисциплине «Математические методы и модели в задачах окружающей среды». Код доступа: уруfjv.

### V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### а) перечень литературы

##### Основная:

1. Аргучинцева, Алла Вячеславовна. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды [Текст] : учеб. пособие / А. В. Аргучинцева, В.К. Аргучинцев ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2015. - 133 с.; 20 см. - Библиогр.: с. 110. - ISBN 978-5-9624-1260-3 (44 экз.)

2. Аргучинцева, Алла Вячеславовна. Методы статистической обработки и анализа гидрометеорологических наблюдений [Текст] : учеб. пособие / А. В. Аргучинцева ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2007. - 106 с.; 20 см. - Библиогр.: с. 102-105. - ISBN 978-5-9624-0165-2 (44 экз.)

3. Аргучинцев, Валерий Куприянович. Математическое моделирование пространственного распределения загрязняющих веществ в атмосфере и гидросфере Монголии [Электронный ресурс] : научное издание / В. К. Аргучинцев. - ЭВК. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-9624-1093-7

4. Аргучинцев, Валерий Куприянович. Моделирование мезомасштабных гидротермодинамических процессов и переноса антропогенных примесей в атмосфере и гидросфере региона оз. Байкал / В. К. Аргучинцев, А. В. Аргучинцева ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2007. - 255 с. (2 экз.)

##### Дополнительная:

1. Юдович, Виктор Иосифович. Математические модели естественных наук [Электронный ресурс] / В. И. Юдович. - Москва : Лань, 2011. - 335 с. : ил. ; 21 см. - (Учебники для вузов : специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр.: с. 327-329. - ISBN 978-5-8114-1118-4

2. Наац, В. И. Математические модели и численные методы в задачах экологического мониторинга атмосферы [Текст] : [монография] / В. И. Наац, И. Э. Наац. - Москва :

ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 330 с. ; нет. - Режим доступа: ЭБС "Рукопт". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-9221-1160-7

3. Аргучинцев, Валерий Куприянович. Модели и методы для решения задач охраны атмосферы, гидросферы и подстилающей поверхности [Текст] / В.К. Аргучинцев, А.В. Аргучинцева ; ИГУ. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2001. - 114 с. (1 экз.)

4. Аргучинцева, Алла Вячеславовна. Численный анализ гидрометеорологической информации [Текст] : уч.пособие / А.В. Аргучинцева ; Гос.комитет РФ по высш.обр.;ИГУ. - Иркутск : ИГУ, 1995. - 65 с. (1 экз.)

5. Пузаченко, Юрий Георгиевич. Математические методы в экологических и географических исследованиях [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по геогр. и эколог. спец. / Ю.Г. Пузаченко. - М. : Академия, 2004. - 409 с. : ил., табл. ; 22 см. - (Высшее профессиональное образование: естественные науки). - Библиогр.: с. 400-406. - ISBN 5-7695-1348-9 (1 экз.)

6. Бызова, Наталья Леонтьевна. Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси [Текст] : научное издание / Н. Л. Бызова, Е. К. Гаргер, В. Н. Иванов. - Л. : Гидрометеоздат, 1991. - 277 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 258-272 - Предм. указ.: с. 273-276. - ISBN 5-286-00634-5 (3 экз.)

7. Марчук, Гурий Иванович. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды [Текст] : научное издание / Г. И. Марчук. - М. : Наука, 1982. - 319 с. (3 экз.)

#### **б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <https://integral.ru> – группа компаний «Интеграл»

2. <https://forum.integral.ru/index.php> - форум для экологов «Интеграл»

3. [http://wiki.integral.ru/index.php/База\\_знаний\\_Фирмы\\_Интеграл](http://wiki.integral.ru/index.php/База_знаний_Фирмы_Интеграл) - база знаний фирмы Интеграл

4. [http://wiki.integral.ru/index.php/Категория:Программные\\_термины](http://wiki.integral.ru/index.php/Категория:Программные_термины) – Термины и определения, присутствующие в программах серии «Эколог»

5. <https://eco-s.ru/public/emission/УПРЗА%20«ЭКО%20центр».%20Руководство%20пользователя.pdf> – Руководство пользователя УПРЗА «ЭКО центр»

6. [https://integral.ru/Integral/userguides/ecoMaster\\_manual.pdf](https://integral.ru/Integral/userguides/ecoMaster_manual.pdf) - Руководство пользователя серии программ «ЭкоМастер»

## **VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **6.1. Учебно-лабораторное оборудование:**

Лекционные занятия проходят в аудитории на 30 посадочных мест с мультимедийным оборудованием и учебной мебелью.

Практические занятия, требующие использование персональных компьютеров проходят в компьютерном классе на 14 посадочных мест.

### **6.2. Программное обеспечение:**

Для выполнения практических работ используются следующие пакеты специализированных программ:

- Унифицированная программа расчета загрязнения атмосферы «Эколог»;
- Программа для расчета нормативов допустимых сбросов «НДС-Эколог»;
- Специализированные стандартные компьютерные программы для создания экологической отчетности («2-ТП (воздух)», «2-ТП (водхоз)», «2-ТП (отходы)», «Экологические платежи предприятия»);
- Microsoft Excel.

### 6.3. Технические и электронные средства:

Учебный материал подается с использованием современных средств визуализации с применением мультимедийного оборудования.

Персональные компьютеры для выполнения практических и самостоятельных работ.

По каждой теме дисциплины подготовлены презентации, размещенные в открытом доступе в ЭИОС.

## VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

**Информационные технологии:** использование электронных образовательных ресурсов при подготовке к занятиям, занятия сопровождаются мультимедийными презентациями, просмотром роликов по проходимым темам.

**Проектная технология:** организация самостоятельной работы студентов, когда обучение происходит в процессе деятельности, направленной на разрешение проблемы, возникшей в ходе изучения темы

**Проблемное обучение:** стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы, его элементы используются в ходе занятий.

**Контекстное обучение:** мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением;

**Обучение на основе опыта:** активизация познавательной деятельности студента проводится за счет ассоциации и собственного опыта.

**Обучение критическому мышлению:** построение занятия по определенному алгоритму – последовательно, в соответствии с тремя фазами: вызов, осмысление и рефлексия. Цель данной образовательной технологии – развитие мыслительных навыков обучающихся, необходимых не только при изучении учебных предметов, но и в обычной жизни, и в профессиональной деятельности (умение принимать взвешенные решения, работать с информацией и др.).

**Станционное обучение:** организация целенаправленной и планомерной самостоятельной работы студентов на занятии в мини-группах в целях более эффективного усвоения проходимого материала, когда каждая группа выбирает свою образовательную траекторию, и студенты сами оценивают свою работу.

### Наименование тем занятий с использованием активных форм обучения:

№	Тема занятия	Вид занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	Кол-во часов
1	Введение. Основные Задачи Экологического прогнозирования	Лекция	Информационные технологии	0,5
2	Простейшие статистические и параметрические модели.	Лекция	Информационные технологии	0,5

3	Теоретические закономерности поведения случайных величин	Лекция	Информационные технологии	1
4	Виды источников загрязнения	Лекция	Информационные технологии	1
5	Дифференциальные уравнения переноса и турбулентной диффузии примесей в газовых и жидких средах	Лекция	Информационные технологии	1
6	Возможности получения аналитических решений, их достоинства и недостатки	Лекция	Информационные технологии	1
7	Расширение возможностей аналитических моделей	Лекция	Информационные технологии	1
8	Численные модели	Лекция	Информационные технологии	1
9	Сопряженные уравнения для простейшего уравнения диффузии.	Лекция	Информационные технологии	1
Итого часов				8

## VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.1 Оценочные материалы (ОМ):

*Оценочные материалы для входного контроля – не предусмотрены.*

*Оценочные материалы текущего контроля*

Тема или раздел дисциплины	Показатель	Критерий оценивания	Формируемые компетенции и индикаторы
Введение. Основные	Знает функции математических	Владеет материалом данного раздела.	ОПК-1 Б-ОПК-1.1.

Тема или раздел дисциплины	Показатель	Критерий оценивания	Формируемые компетенции и индикаторы
Задачи Экологического прогнозирования.	моделей в задачах диагностики и прогноза; проблемы исходной информации; точность математических моделей; основные подходы к математическому моделированию. Проблемы замыкания.	Знает ответы на контрольные вопросы.	ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
Простейшие статистические и параметрические модели.	Знает модели отечественных и зарубежных авторов, предназначенные для описания распространение примесей в воздухе, водоемах и водотоках: стандартные методики, рекомендованные ГОСТ; метод распознавания образов (аналогий), метод разложения по естественным ортогональным составляющим, метод потенциалов, метод обобщенных показателей, метод Монте-Карло. Возможности, достоинства и недостатки каждого из названных методов и границы их применимости. Проблемы входной информации моделей. Основные числовые характеристики, используемые в статистических моделях (начальные, центральные и смешанные моменты).	Владеет материалом данного раздела. Знает ответы на контрольные вопросы. Выполнил практическую и самостоятельную работу с оценкой не ниже «удовлетворительно».	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>

Тема или раздел дисциплины	Показатель	Критерий оценивания	Формируемые компетенции и индикаторы
	Статистические оценки гипотез вида экологических моделей.		
Теоретические закономерности поведения случайных величин	Умеет работать с сигмальным масштабom. Знает метод наименьших квадратов. Регрессионные линейные и нелинейные многомерные связи.	Владеет материалом данного раздела. Знает ответы на контрольные вопросы. Выполнил практическую и самостоятельную работу с оценкой не ниже «удовлетворительно».	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
Виды источников загрязнения	Умеет осуществить типизацию (формализацию) источников загрязнения окружающей среды (форма, режим работы, подвижные и неподвижные источники). Их алгоритмизацию в расчетах диффузии примеси	Владеет материалом данного раздела. Знает ответы на контрольные вопросы. самостоятельную работу с оценкой не ниже «удовлетворительно».	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>
Дифференциальные уравнения переноса и турбулентной диффузии примесей в газовых и жидких средах	Знает и умеет выводить различные виды дифференциальных уравнений переноса и турбулентной диффузии примеси (сохраняющаяся примесь, учет распада примеси, учет гравитационного осаждения, учет источников, усреднение по Рейнольдсу). Умеет осуществить описание распространения примеси в однородной, изотропно однородной,	Владеет материалом данного раздела. Знает ответы на контрольные вопросы. Выполнил практическую и самостоятельную работу с оценкой не ниже «удовлетворительно».	ОПК-1 <i>Б-ОПК-1.1.</i>  ОПК-2 <i>Б-ОПК-2.2.</i>  ОПК-3 <i>Б-ОПК-3.3.</i>



Тема или раздел дисциплины	Показатель	Критерий оценивания	Формируемые компетенции и индикаторы
	<p>анизотропной и неоднородной средах. Разбирается в вопросах замыкания, корректности и постановки граничных условий. Различные виды краевых задач. Имеет представление о замечательной функции Дирака. Владеет различными возможностями учета загрязняющих источников: путем включения их в правую часть дифференциального уравнения и через граничные условия. Калибровка и верификация моделей.</p>		
<p>Возможности получения аналитических решений, их достоинства и недостатки</p>	<p>Умеет осуществлять последовательные упрощения дифференциального уравнения переноса и турбулентной диффузии примесей с целью получения простейших аналитических решений для описания переноса субстанций вдоль траекторий; оценки времени распада субстанций с учетом действующего источника и без него; для описания только диффузии примесей. Способен формулировать простейшие одно- и двумерных задачи переноса и диффузии примеси в водотоке,</p>	<p>Владеет материалом данного раздела. Знает ответы на контрольные вопросы. Выполнил практическую и самостоятельную работу с оценкой не ниже «удовлетворительно».</p>	<p>ОПК-1 Б-ОПК-1.1.  ОПК-2 Б-ОПК-2.2.  ОПК-3 Б-ОПК-3.3.</p>

Тема или раздел дисциплины	Показатель	Критерий оценивания	Формируемые компетенции и индикаторы
	<p>водоеме и атмосфере при различных предположениях об изменении скорости и коэффициентов турбулентности, позволяющих получать аналитические решения.</p> <p>Знает аналитические решения, описывающие изменения концентрации примеси в атмосфере, озере и морской среде при постоянных и переменных коэффициентах турбулентной диффузии.</p>		
<p>Расширение возможностей аналитических моделей</p>	<p>Умеет применять вероятностный подход к описанию климатических факторов и флуктуаций источников выброса загрязняющих ингредиентов.</p> <p>Знает теоретические основы метода нахождения функций плотности вероятностей распределения входной информации.</p> <p>Знает уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова и его возможности при описании вероятностей превышения установленных нормативных ограничений для</p>	<p>Владеет материалом данного раздела.</p> <p>Знает ответы на контрольные вопросы.</p> <p>Выполнил практическую и самостоятельную работу с оценкой не ниже «удовлетворительно».</p>	<p>ОПК-1 Б-ОПК-1.1.</p> <p>ОПК-2 Б-ОПК-2.2.</p> <p>ОПК-3 Б-ОПК-3.3.</p>

Тема или раздел дисциплины	Показатель	Критерий оценивания	Формируемые компетенции и индикаторы
	загрязняющих выбросов.		
Численные модели	<p>Знает возможности реализации моделей с помощью численных методов. Различие этих моделей от условий замыкания. Постановка начальных и граничных условий. Возможности, достоинства и недостатки этих моделей.</p> <p>Знает метод сеток. Необходимость аппроксимации производных конечно-разностными аналогами. Методы представления производных конечно-разностными аналогами: разложение в ряд Тейлора, полиномиальная аппроксимация, интегральный метод, метод контрольного объема. Ошибки аппроксимации производных конечно-разностными схемами "вперед", "назад", центральными разностями.</p> <p>Знает и умеет применять явные и неявные конечно-разностные схемы, преимущества и недостатки каждой из них при реализации. Алгоритмы численных схем для уравнений переноса примесей и аппроксимация граничных условий</p>	<p>Владеет материалом данного раздела. Знает ответы на контрольные вопросы. Выполнил практическую и самостоятельную работу с оценкой не ниже «удовлетворительно».</p>	<p>ОПК-1 Б-ОПК-1.1.</p> <p>ОПК-2 Б-ОПК-2.2.</p> <p>ОПК-3 Б-ОПК-3.3.</p>

Тема или раздел дисциплины	Показатель	Критерий оценивания	Формируемые компетенции и индикаторы
	для простейших сеточных областей. Знает особенности конечно-разностных схем (плохая обусловленность, сильная разряженность матрицы коэффициентов полученной системы алгебраических уравнений, преобладание диагональных членов - ленточная структура). Знает и применяет на практике численные методы решения (монотонная и немонотонная прогонка). Вопросы устойчивости и сходимости решений.		
Сопряженные уравнения для простейшего уравнения диффузии.	Знает проблемы оптимизации выбросов с помощью основных и сопряженных уравнений в простейшей модели.	Владеет материалом данного раздела. Знает ответы на контрольные вопросы.	ОПК-1 Б-ОПК-1.1.  ОПК-2 Б-ОПК-2.2.  ОПК-3 Б-ОПК-3.3.

Полный перечень контрольных вопросов для устного контроля представлен в ЭИОС по коду дисциплины: уруfjv. Ниже приведен примерный перечень вопросов:

1. Законы распределения дискретных величин (ряд или таблица, многоугольник, полигон, гистограмма). Интегральная функция распределения и ее свойства.
2. Интегральный и дифференциальный законы распределения случайных величин и их свойства. Функция обеспеченности. Привести примеры.
3. Замечательная функция Дирака и возможности ее использования.
4. Характеристики положения случайных величин: математическое ожидание и его свойства, среднее арифметическое, мода, медиана.
5. Характеристики разброса случайных величин: размах, среднее абсолютное отклонение, дисперсия и ее свойства, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, асимметрия, эксцесс. Проиллюстрировать на примерах.
6. Нормальный закон распределения. Исследование поведения нормальной кривой распределения.

7. Коэффициент корреляции и его свойства. Уравнение регрессии в сигмальном масштабе для функции одной переменной.
8. Уравнение регрессии в сигмальном масштабе для функции двух переменных.
9. Уравнение регрессии в сигмальном масштабе для функции N переменных.
10. Множественный коэффициент линейной корреляции. Смысл коэффициентов, входящих в формулу его определения
11. Систематические и случайные ошибки. Требования к оценкам: состоятельность, несмещенность, эффективность. Каким требованиям отвечают оценки для дисперсии?
12. Метод наименьших квадратов. Вывод нормальной системы уравнений для линейной зависимости (вывод).
13. Метод наименьших квадратов. Вывод нормальной системы уравнений для степенной зависимости (вывод).
14. Множественное линейное уравнение регрессии (вывод).
15. Уравнение переноса сохраняющейся примеси в недивергентном и дивергентном видах. Его решение.
16. Уравнение переноса распадающейся примеси. Возможности получения его аналитического решения.
17. Уравнение переноса распадающейся и поступающей примеси. Возможности получения его аналитического решения.
18. Усредненное по Рейнольдсу уравнение переноса и турбулентной диффузии примеси.
19. Возможности получения аналитических решений. Их недостатки и положительные стороны.
20. Начальные и граничные условия. Типы краевых задач. Корректность постановки задач.
21. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация «вперед» первых производных методом Тейлора (вывод).
22. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация «назад» первых производных методом Тейлора (вывод).
23. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация «центральными разностями» первых производных методом Тейлора (вывод).
24. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация вторых производных методом Тейлора (вывод).
25. Конечно-разностная аппроксимация производных. Полиномиальная аппроксимация (вывод).
26. Явные и неявные конечно-разностные схемы.

Демонстрационные варианты контрольных работ

а) контрольная работа №1, выполняемая в компьютерном классе по дисциплине «Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды»

Удельные показатели выбросов вредных веществ в атмосферу от объектов энергетики в городах Иркутской области, кг/т

Пыль неорганическая (z)	SO <sub>2</sub> (x)	NO <sub>x</sub> (y)
20,4	16,8	4,7
13,9	9,4	8,0
29,3	10,2	5,3
26,3	4,4	2,6
5,0	5,7	1,6
109,2	24,4	4,1
23,8	13,1	1,6
18,2	11,4	4,3
12,2	4,6	0,8

8,2	12,9	3,9
21,5	12,5	4,6
25,2	4,3	2,5
41,2	11,1	1,7
9,5	14,3	1,7
17,9	5,6	3,2
9,6	11,8	4,7
165,0	18,6	1,7
6,1	4,1	2,2
70,5	23,2	5,1
13,9	10,3	1,8
7,7	0,7	0,1
42,9	22,3	1,2
45,1	19,1	3,0
4,6	17,9	10,7
5,7	1,5	0,3
4,3	6,1	0,5
17,1	28,6	10,7
28,3	5,8	16,7
6,7	6,7	20,0
15,6	44,4	15,6
20,1	4,3	10,1
4,0	2,1	5,2

Найти:

1. Характеристики положения для  $z$  - среднее значение  $z$ ,
2. Характеристики разброса для  $z$  - разброс, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс.

По полученным результатам сделать выводы о поведении рассматриваемой характеристики.

3. Найти парные коэффициенты корреляции между  $z$  и  $x$ ;  $z$  и  $y$ ,  $x$  и  $y$ . Проанализируйте их и сделайте выводы.
3. Найти уравнения регрессии  $z = ax + b$  и  $z = ax^b$ . Построить графики. Выявите лучшую аппроксимацию.
4. Найти множественный коэффициент корреляции и построить множественное линейное уравнение регрессии  $z = a_0 + a_1x + a_2y$ .

#### Рекомендации.

Контрольную работу необходимо выполнять на ПК с использованием любого из пакетов прикладных программ со встроенными математическими функциями, например Microsoft Excel.

Для лучшего понимания и усвоения выполняемой работы рекомендуется те же вычисления выполнить путем прямого набора формул.

Для отчета по работе необходимо все используемые формулы и полученные результаты набрать в текстовом редакторе.

Рассчитанные характеристики необходимо проанализировать и сделать выводы о поведении рядов случайных наблюдений.

б) контрольная работа №2, выполняемая в компьютерном классе по дисциплине «Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды»

Распределение примеси описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + (w - w_g) \frac{\partial q}{\partial z} - \alpha q = f + \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial q}{\partial z},$$

где  $q$  - концентрация примеси, мг/м<sup>3</sup>;  $t$  - время, с;  $u, v, w$  - компоненты скорости среды, в которой распространяется примесь, соответственно по осям декартовой прямоугольной системы координат  $x, y, z$ , м/с;  $w_g$  - скорость осаждения примеси на подстилающую поверхность, м/с;  $\alpha$  - коэффициент распада примеси, 1/с;  $f$  - источник примеси, мг/(м<sup>3</sup> с);  $K_x, K_y, K_z$  - коэффициенты турбулентной диффузии по соответствующим осям, м<sup>2</sup>/с.

### Задания.

1. Задачу распространения примеси рассмотреть при следующих условиях:

- 1) процесс стационарен,
- 2) примесь консервативна и пассивна,
- 3) примесь легкая,
- 4) горизонтальные и вертикальный коэффициенты турбулентной диффузии постоянны,
- 5) источник примеси задан в виде функции Дирака.
- 6) описать только перенос примеси,
- 7) описать только диффузию примеси,
- 8) описать двумерное нестационарное распределение примеси

Для каждого из пунктов 1-8 записать соответствующее дифференциальное уравнение.

2. Для упрощенного записанного уравнения

$$u \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial q}{\partial z}$$

найден аналитическое решение для концентрации примеси  $q$  при граничных условиях:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0, \quad uq &= M\delta(x)\delta(y)\delta(z), \\ |x| \rightarrow \infty, \quad |y| \rightarrow \infty, \quad z \rightarrow \infty \quad q &= 0, \\ z = 0 \quad K_z \frac{\partial q}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

$$q = \frac{M}{4\pi(K_y K_z x^2 + K_x K_z y^2 + K_y K_x z^2)^{1/2}},$$

где  $M$  – интенсивность источника, выбрасывающего примесь, мг/с

$$\text{При } M = 10^6 \text{ мг/с, } K_x = K_y = K = 10^5 \text{ м}^2/\text{с, } K_z = 5 \text{ м}^2/\text{с}$$

на сетке 10x10 с шагом  $d = 2$  км рассчитать концентрацию примеси по записанному аналитическому решению.

3. По данным преподавателя об источниках выбросов промышленными предприятиями определенного промышленного центра выполнить расчеты по программе «Эколог», результаты оформить в виде карт-схем загрязнения окружающей среды определенным ингредиентом.

*Текущий контроль в виде проверки отчета по практической или самостоятельной работе, предполагает следующие варианты оценивания:*

Оценка выполнения практических (самостоятельных) работ. Отметка "отлично" ставится, если студент:

- 1) правильно определил цель задания;

2) выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения измерений или расчетов;

3) самостоятельно и рационально выбрал для работы необходимые методы, все измерения выполнил в условиях и режимах, обеспечивающих получение результатов и выводов с наибольшей точностью;

4) научно грамотно, логично описал результаты и сформулировал выводы. В представленном отчете правильно и аккуратно выполнил все записи, таблицы, рисунки, графики, вычисления и сделал выводы;

5) проявляет организационно-трудовые умения;

7) измерения осуществляет по плану с учетом правил работы с оборудованием.

Отметка "хорошо" ставится, если студент выполнил требования к оценке "отлично", но:

1) измерения проводил в условиях, не обеспечивающих достаточной точности измерений;

2) или было допущено два-три недочета;

3) или измерения/расчет проведен не полностью;

5) или в описании результатов допустил неточности, выводы сделал неполные.

Отметка "удовлетворительно" ставится, если студент:

1) правильно определил цель задания; работу выполняет правильно не менее чем наполовину, однако объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы по основным, принципиально важным задачам работы;

2) или подбор материалов, методов работы по началу опыта провел с помощью преподавателя; или в ходе проведения измерений были допущены ошибки в описании наблюдений, формулировании выводов;

3) измерения/расчет проводился в нерациональных условиях, что привело к получению результатов с большей погрешностью; или в отчете были допущены в общей сложности не более двух ошибок (в записях единиц, измерениях, в вычислениях, графиках, таблицах, схемах, и т.д.) не принципиального для данной работы характера, но повлиявших на результат выполнения;

4) допускает грубую ошибку в ходе измерения/расчета (в объяснении, в оформлении работы, в соблюдении правил при работе с приборами), которая исправляется по требованию преподавателя.

Отметка "неудовлетворительно" ставится, если студент:

1) не определил самостоятельно цель задания; выполнил работу не полностью, объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2) или измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно;

3) или в ходе работы и в отчете обнаружилось в совокупности все недостатки, отмеченные в требованиях к оценке "удовлетворительно";

4) допускает две (и более) грубые ошибки в ходе измерений/расчетов, в объяснении, в оформлении работы, в соблюдении правил работы с приборами, которые не может исправить даже по требованию преподавателя.

### **Оценочные материалы для промежуточной аттестации в форме зачета.**

Примерный перечень вопросов и заданий к зачету:

1. Законы распределения дискретных величин (ряд или таблица, многоугольник, полигон, гистограмма). Интегральная функция распределения и ее свойства.

2. Интегральный и дифференциальный законы распределения случайных величин и их свойства. Функция обеспеченности. Привести примеры.

3. Замечательная функция Дирака и возможности ее использования.


4. Характеристики положения случайных величин: математическое ожидание и его свойства, среднее арифметическое, мода, медиана.



5. Характеристики разброса случайных величин: размах, среднее абсолютное отклонение, дисперсия и ее свойства, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, асимметрия, эксцесс. Проиллюстрировать на примерах.
6. Нормальный закон распределения. Исследование поведения нормальной кривой распределения.
7. Коэффициент корреляции и его свойства. Уравнение регрессии в сигмальном масштабе для функции одной переменной.
8. Уравнение регрессии в сигмальном масштабе для функции двух переменных.
9. Уравнение регрессии в сигмальном масштабе для функции  $N$  переменных.
10. Множественный коэффициент линейной корреляции. Смысл коэффициентов, входящих в формулу его определения
11. Систематические и случайные ошибки. Требования к оценкам: состоятельность, несмещенность, эффективность. Каким требованиям отвечают оценки для дисперсии?
12. Метод наименьших квадратов. Вывод нормальной системы уравнений для линейной зависимости (вывод).
13. Метод наименьших квадратов. Вывод нормальной системы уравнений для степенной зависимости (вывод).
14. Множественное линейное уравнение регрессии (вывод).
15. Уравнение переноса сохраняющейся примеси в недивергентном и дивергентном видах. Его решение.
16. Уравнение переноса распадающейся примеси. Возможности получения его аналитического решения.
17. Уравнение переноса распадающейся и поступающей примеси. Возможности получения его аналитического решения.
18. Усредненное по Рейнольдсу уравнение переноса и турбулентной диффузии примеси.
19. Возможности получения аналитических решений. Их недостатки и положительные стороны.
20. Начальные и граничные условия. Типы краевых задач. Корректность постановки задач.
21. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация «вперед» первых производных методом Тейлора (вывод).
22. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация «назад» первых производных методом Тейлора (вывод).
23. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация «центральными разностями» первых производных методом Тейлора (вывод).
24. Конечно-разностная аппроксимация производных. Аппроксимация вторых производных методом Тейлора (вывод).
25. Конечно-разностная аппроксимация производных. Полиномиальная аппроксимация (вывод).
26. Явные и неявные конечно-разностные схемы;
27. Консервативная и пассивная примесь;
28. Зависимость распространения примеси от условий температурной стратификации среды;
29. Начальный подъем факела и возможности учета его высоты (эффективная высота);
30. Методы монотонной и немонотонной прогонки;
31. Жидкости сжимаемые и несжимаемые;
32. Дивергенция;
33. Уравнение неразрывности в общем виде;
34. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости;
35. Уравнение неразрывности для безвихревого движения несжимаемой жидкости;

36. Конечно-разностная аппроксимация перечисленных дифференциальных уравнений (запись).


**Разработчики:**

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

доцент  
(занимаемая должность)

А.В. Ахтиманкина  
(инициалы, фамилия)

Программа рассмотрена на заседании кафедры гидрологии и природопользования  
«05» июня 2021 г. Протокол №12  
(наименование)

Зав. Кафедрой  Аргучинцева А.В.

*Настоящая программа, не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы*

