



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий
Кафедра теории вероятностей и дискретной математики



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.32 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки профилями подготовки)	44.03.05	Педагогическое образование	(с двумя
Направленность (профиль) подготовки		Математика - Информатика	
Квалификация выпускника		бакалавр	
Форма обучения		очная	

Иркутск 2024 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели: познакомить студентов с основными положениями и методами теории вероятностей, помочь им развить своеобразную вероятностную интуицию, способность увязывать абстрактные идеи и методы с практическими ситуациями, познакомить их с методами решения теоретических и практических задач математической статистики, попытаться вызвать желание заняться самостоятельными теоретическими разработками.

Задачи. Студент должен усвоить основные понятия и законы теории вероятностей, научиться проводить доказательства, приводить примеры, обрабатывать опытные данные, решать задачи, представляющие как теоретический, так и практический интерес.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.32 Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: «Математический анализ», «Алгебра», «Дискретная математика».

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Теоретические основы прикладной математики и информатики», «Преподавание в классах с углубленным изучением математики», выполнение ВКР.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки):

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать: основные понятия и законы теории вероятностей, методы решения задач теории вероятностей и математической статистики;

уметь: проводить доказательства, приводить примеры, решать задачи, представляющие как теоретический, так и практический интерес;

владеть: информацией о проблематике и перспективах развития вероятностных дисциплин, о нерешённых задачах физики, оптимального управления, криптографии и др., требующих теоретико-вероятностного подхода .

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 6 зачетных ед., 216 час.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Самост. работа	Формы текущего контроля; Формы промежут. аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися					
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия			
Раздел 1. Случайные события	6	6	8	8	10	ДЗ, СР	
Раздел 2. Случайные величины	6	12	12	12	16	ДЗ, КР	
Раздел 3. Предельные теоремы	6	6	4	4	12	ДЗ, СР	
Раздел 4. Математическая статистика	6	8	8	8	19	РГР	
Итого (6 семестр):		32	32	32	57	экз.	

ДЗ – домашнее задание,

СР – самостоятельная работа,

КР – контрольная работа

РГР- расчётно-графическая работа

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Раздел 1. Случайные события	Проработка теоретического материала. Решение задач Подготовка к СР	1-3 нед.	10	Опрос Проверка ДЗ СР	Осн.лит.[1-4] Доп.лит.
Раздел 2. Случайные величины	Проработка теоретического материала. Решение задач Подготовка к КР	4-9 нед.	16	Опрос Проверка ДЗ КР	Осн, лит. [1-4] Доп.лит
Раздел 3. Предельные теоремы	Проработка теоретического материала. Решение задач Подготовка к СР	10-12 нед.	12	Опрос Проверка ДЗ СР	Осн.лит.[1-4] Доп.лит
Раздел 4. Математическая статистика	Выполнение РГР	13-16 нед.	19	Опрос РГР	Осн.лит.[2-3] Доп.лит
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			57		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)					

4.3. Содержание учебного материала

Введение. Из истории науки о случайном. Место теории вероятностей в системе наук

Раздел 1. Случайные события

Случайный эксперимент. Пространство элементарных исходов. События. Соотношения между событиями.

Вероятностная модель пространства с конечным числом исходов. Классическое определение вероятности. Вероятностная модель пространства со счётным числом исходов. Вероятностная модель пространства с несчётным числом исходов.

Геометрическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Вероятностное пространство. Теорема о вероятностной мере.

Теорема сложения вероятностей для совместных событий. Условные и безусловные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Прямое произведение вероятностных пространств. Последовательности независимых испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов. Полиномиальная схема испытаний

Раздел 2. Случайные величины

Понятие случайной величины. Примеры. Законы распределения: ряд распределения, функция распределения, функция плотности вероятности. Свойства.

Многомерные случайные величины. Законы распределения двумерных случайных величин. Условные законы распределения. Независимость случайных величин.

Числовые характеристики. Математическое ожидание и его свойства. Математическое ожидание функции случайного аргумента. Условное математическое ожидание.

Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение. Интеграл Лебега.

Математическое ожидание как интеграл Лебега. Интеграл Стильеса. Математическое ожидание как интеграл Стильеса

Важнейшие дискретные распределения: равномерное, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона, полиномиальное

Важнейшие непрерывные распределения: равномерное на отрезке, экспоненциальное, нормальное. Практическое применение нормального распределения

Моменты (начальные, центральные, абсолютные). Корреляционный момент.

Коэффициент корреляции

Раздел 3. Предельные теоремы

Виды сходимости случайных величин. Взаимосвязь различных видов сходимости.

Массовые случайные явления и закон больших чисел. Неравенство Чебышёва. Теорема Маркова. Теорема Чебышёва. Теорема Пуассона. Теорема Бернулли. Необходимое и достаточное условие выполнения ЗБЧ.

Усиленный закон больших чисел

Характеристические функции. Свойства. Предельные теоремы для характеристических функций.

Условие Линдеберга. Центральная предельная теорема (теорема Линдеберга).

Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределённых случайных величин. Теорема Ляпунова. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Локальная теорема Муавра-Лапласа

Раздел 4. Математическая статистика

Генеральная и выборочная совокупности. Вариационные ряды. Графическое изображение вариационных рядов. Эмпирическая функция распределения

Точечные оценки параметров. Состоятельность. Несмещенность. Достаточные статистики. Эффективность. Неравенство Рао-Крамера. Точечные оценки для математического ожидания и дисперсии. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия

Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.

Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известном среднем квадратическом отклонении

σ . Распределение χ^2 . Распределение Стьюдента. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины при

σ .

известном σ . Построение доверительного интервала для дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины. .

Построение доверительных интервалов для величин, распределенных не по нормальному закону.

Статистическая проверка гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости.

Мощность статистического критерия. Проверка гипотезы о математическом ожидании .

σ .

нормально распределенной случайной величины при известном σ . Проверка гипотезы о математическом ожидании нормально распределенной случайной величины при

σ .

известном σ . Проверка гипотезы о дисперсии нормально распределенной случайной величины Критерий согласия Пирсона (критерий χ^2). Критерий согласия Колмогорова.

Статистические оценки для корреляционного момента и коэффициента корреляции.

Метод наименьших квадратов. Выборочное уравнение линейной регрессии

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов практ./лаб.	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Элементы комбинаторики	2 / 1	Проверка ДЗ	УК-1
Вероятностные модели различных вероятностных пространств.	3 / 3	Опрос Проверка ДЗ СР-1	УК-1
Теоремы сложения и умножения вероятностей	2 / 2	Опрос Проверка ДЗ СР-1	УК-1
Формула полной вероятности. Формула Байеса	1 / 2	Опрос Проверка ДЗ СР-1	УК-1

Случайные величины. Законы распределения и числовые характеристики	4 / 4	Опрос Проверка ДЗ КР	УК-1
Многомерные распределения	2 / 2	Опрос Проверка ДЗ Опрос Проверка ДЗ КР	УК-1
Важнейшие вероятностные распределения	4 / 4	Опрос Проверка ДЗ КР	УК-1
Корреляция	2 / 2	Опрос Проверка ДЗ КР	УК-1
Предельные теоремы	2 / 2	Опрос Проверка ДЗ СР-2	УК-1
Вариационные ряды. Точечные оценки	3 / 2	РГР	УК-1
Интервальное оценивание	2 / 1	РГР	УК-1
Проверка статистических гипотез	2 / 4	РГР	УК-1
Выборочное уравнение линейной регрессии	1 / 1	РГР	УК-1

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Тема	Задание	Формируемые компетенции
Раздел 1. Теорема о вероятностной мере.	Разобрать доказательство	УК-1
Раздел 2. Математическое ожидание как интеграл Лебега	Разобрать теоретический материал. Проиллюстрировать примерами	УК-1
Раздел 3. Теорема Ляпунова	Разобрать доказательство. Решить задачи	УК-1

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуются делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник / Б.В. Гнеденко. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. – 488 с.
2. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики / Б.А. Севастьянов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2019. – 272 с.
3. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: учеб. пособие / Под общей ред. А.А. Свешникова. – СПб.: Лань, 2008. – 448 с.
4. Зубков А.Н. Сборник задач по теории вероятностей / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – М.: Наука, 1989. – 320 с.

б) дополнительная литература:

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения: в 2 т. Пер. с англ. / В. Феллер. – Мир, 1984. – Т.1. – 528 с.; Т.2. – 752 с.
2. Галкин С.В. Краткий курс теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Галкин С.В., Панов В.Ф., Петрухина О.С.— Электрон. текстовые данные.— Москва: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2007.— 56 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31430.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Гурьянова И.Э. Теория вероятностей и математическая статистика. Теория вероятностей. Краткий курс с примерами [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гурьянова И.Э., Левашкина Е.В.— Электрон. текстовые данные.— Москва: Издательский Дом МИСиС, 2016.— 106 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/64202.html>.— ЭБС «IPRbooks»
4. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник/ Климов Г.П.— Электрон. текстовые данные.— Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011.— 368 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13115.html>.— ЭБС «IPRbooks»

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. <http://new.math.msu.su/department/probab/io/teorver-online/>
2. <https://stattrek.com/>
3. <https://almostsure.wordpress.com/>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

6.2. Программное обеспечение

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

Вид контроля	Контролируемые разделы	Контролируемые компетенции
Проверка выполнения домашних заданий	1-3	УК-1
Самостоятельная работа	1,3	УК-1
Контрольная работа	2	УК-1
Расчётно-графическая работа	4	УК-1

Примеры оценочных средств текущего контроля

1. Демонстрационный вариант самостоятельной работы №1

1. В контрольной работе 3 задачи. Рассмотрим события:
 А – студент решит первую задачу,
 В – студент решит вторую задачу.
 С – студент решит третью задачу.
 В чем заключается а) событие, противоположное А,
 б) сумма событий А и С,
 в) произведение событий А, В, С,
 г) событие, противоположное событию А+В+С?
2. В группе 4 девушки и 6 юношей. Случайным образом выбирают 6 человек. Найти вероятность того, что среди выбранных будет 3 юноши.
3. Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу в мишень. Первый стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,8, а второй – с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что
 - а) будет одно попадание,
 - б) будет хотя бы одно попадание.
4. В коробке 6 белых шаров и 4 черных. Последовательно без возвращения вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что
 - а) шары появятся в таком порядке: белый, черный, белый, белый;
 - б) будет вынута 3 белых и 1 черный шар.
5. В связке 5 ключей, из которых к замку подходит один. Ключи испытываются по одному до тех пор, пока замок не будет открыт. Найти вероятность того, что замок будет открыт с третьей попытки (использованный ключ убирается из связки).
6. В трёх одинаковых коробках неразличимые на ощупь шары: в первой 3 белых и 4 чёрных, во второй 5 белых и 2 чёрных, в третьей – только белые шары. Из наудачу выбранной коробки извлечён шар, оказавшийся белым. Какова вероятность того, что он был извлечён из второй коробки?
7. В некотором вузе 75% юношей и 25 % девушек. Среди юношей курящих 20%, а среди девушек 10%. Наудачу выбранное лицо оказалось курящим. Какова вероятность того, что это юноша?

Демонстрационный вариант самостоятельной работы №2

1. Сколько нужно провести опытов, чтобы с вероятностью 0,8 утверждать, что относительная частота интересующего нас события будет отличаться от вероятности его появления в каждом опыте, равной 0,4, не более, чем на 0,1?
2. Найти характеристическую функцию случайной величины, распределённой по нормальному закону с параметрами $\mu = 3, \sigma = 2$.
3. В районе находится 100 автономных метеопунктов. Вероятность того, что метеопункт находится на профилактическом ремонте или не задействован, равна 0,3. Оценить вероятность того, что в данный момент работают от 50 до 90 метеопунктов.
4. Доказать, что сумма двух независимых случайных величин, распределённых по закону Пуассона, также является величиной, распределённой по закону Пуассона.

Демонстрационный вариант контрольной работы

1. Два стрелка стреляют в мишень. Вероятность попадания при одном выстреле для первого стрелка равна 0,6, а для второго 0,9. Пусть X – число пробоин в мишени после того, как каждый стрелок произвел по одному выстрелу. Найти ряд распределения, функцию распределения этой величины и её числовые характеристики.
2. Из 10 билетов 3 выигрышных. Наудачу берут 4 билета. Найти ряд распределения числа взятых выигрышных билетов, а также числовые характеристики этой величины.
3. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,001. Найти вероятность того, что при залпе из 5000 выстрелов будет 4 попадания в цель.
4. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного по модулю не превышает 10 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 5$ мм и математическим ожиданием $a=0$. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?
5. Система случайных величин задана таблицей:

X \ Y	1	2
0	0,4	0,3
2	0,1	0,2

Найти коэффициент корреляции.

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных исходов. События. Соотношения между событиями.
2. Вероятностная модель пространства с конечным числом исходов. Классическое определение вероятности. Вероятностная модель пространства со счётным числом исходов.
3. Вероятностная модель пространства с несчётным числом исходов. Геометрическое определение вероятности. Свойства вероятностей.
4. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Вероятностное пространство. Теорема о вероятностной мере.
5. Условные и безусловные вероятности. Теорема умножения вероятностей
6. Теорема умножения вероятностей для независимых событий
7. Теорема сложения вероятностей для совместных событий
8. Формула полной вероятности
9. Формула Байеса
10. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли
11. Понятие случайной величины. Примеры
12. Случайные величины дискретного типа. Примеры. Ряд распределения. Функция распределения

13. Случайные величины непрерывного типа. Примеры. Функция плотности вероятности
14. Числовые характеристики (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение)
15. Биномиальное распределение
16. Геометрическое распределение
17. Распределение Пуассона
18. Равномерное распределение на отрезке
19. Экспоненциальное распределение
20. Нормальное распределение. Нахождение вероятности попадания нормально распределённой случайной величины в интервал
21. Многомерные случайные величины. Законы распределения двумерных случайных величин.
22. Условные законы распределения. Независимость случайных величин.
23. Математическое ожидание функции случайного аргумента. Условное математическое ожидание.
24. Математическое ожидание как интеграл Лебега.
25. Интеграл Стильтьеса. Математическое ожидание как интеграл Стильтьеса
26. Моменты (начальные, центральные, абсолютные). Корреляционный момент. Коэффициент корреляции
27. Виды сходимости случайных величин. Взаимосвязь различных видов сходимости.
28. Массовые случайные явления и закон больших чисел.
29. Неравенство Чебышёва.
30. Теорема Маркова. Теорема Чебышёва.
31. Теорема Пуассона. Теорема Бернулли
32. Необходимое и достаточное условие выполнения ЗБЧ.
33. Усиленный закон больших чисел
34. Характеристические функции. Свойства
35. Предельные теоремы для характеристических функций.
36. Условие Линдеберга
37. Центральная предельная теорема (теорема Линдеберга)
38. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределённых случайных величин
39. Теорема Ляпунова
40. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Локальная теорема Муавра-Лапласа
41. Основные понятия математической статистики. Репрезентативность выборки
42. Дискретный вариационный ряд. Частоты и относительные частоты Полигон частот
43. Интервальный вариационный ряд. Гистограмма относительных частот
44. Эмпирическая функция распределения
45. Точечные оценки параметров (выборочное среднее, мода, медиана, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение)
46. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам
47. Эффективность. Неравенство Рао-Крамера
48. Доверительная вероятность. Доверительный интервал. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределённой случайной величины при известном среднем квадратическом отклонении
49. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределённой случайной величины при неизвестном среднем квадратическом отклонении

50. Построение доверительного интервала для дисперсии нормально распределённой случайной величины
51. Двумерные выборки. Выборочный корреляционный момент. Выборочный коэффициент корреляции
52. Уравнение линейной регрессии
53. Проверка статистических гипотез (основные понятия). Порядок проверки гипотезы
54. Проверка гипотезы о математическом ожидании . нормально распределенной

σ .

случайной величины при известном

55. Проверка гипотезы о математическом ожидании нормально распределенной

σ .

случайной величины при неизвестном

56. Проверка гипотезы о дисперсии нормально распределенной случайной величины
57. Критерий согласия Пирсона
58. Критерий согласия Колмогорова

Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:

Экзаменационный билет (демонстрационный вариант)

1. Понятие случайной величины. Случайные величины дискретного типа. Примеры. Ряд распределения. Функция распределения
2. Из 20 лотерейных билетов 3 выигрышных. Наудачу приобретают 4 билета. Какова вероятность того, что один из билетов окажется выигрышным?
3. Книга издана тиражом 1000 экземпляров. Вероятность брака равна 0,001. Какова вероятность, что тираж содержит 2 бракованные книги?
4. Система случайных величин задана таблицей:

X Y	- 1	2	3
1	0,3	0,2	0,1
2	0,1	0,1	0,2

Найти коэффициент корреляции.

5. В результате наблюдения количественного признака X получены следующие результаты:
0,5; 2,3; 1; 6,1; 5,4; 3,1; 2,7; 0; 7,9; 4,4; 4,7; 3,9; 8; 3,3; 5,2; 5; 2,4; 5; 5,5; 4,8.

Составить интервальный вариационный ряд, разбив интервал, которому принадлежат наблюдаемые значения, на 4 частичных интервала. Построить гистограмму относительных частот.

Разработчик: **Колокольникова Наталья Арсеньевна**, к.ф.-м.н., доцент.