



## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФГБОУ ВО «ИГУ»

Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета

/Н.М. Буднев

«31» августа 2021 г.



### Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.О.26 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность (профиль) подготовки: Физика-информатика: углубленная подготовка

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета

Протокол №30 от «31» августа 2021 г.

Председатель

Н.М.Буднев

Рекомендовано кафедрой:

Протокол №1

От «30» августа 2021 г.

И.о. зав. кафедрой

С.В. Ловцов

Иркутск 2021 г.

## Содержание

|  |   |
|--|---|
| I. Цели и задачи дисциплины:.....  | 3 |
| II. Место дисциплины в структуре ОПОП.....   | 4 |
| III. Требования к результатам освоения дисциплины.....   | 4 |
| IV. Содержание и структура дисциплины.....   | 4 |
| 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов..... | 5 |
| 4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....   | 5 |
| 4.3. Содержание учебного материала.....  | 5 |
| 4.3.1 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....   | 7 |
| 4.3.2 Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы.....                               | 7 |
| 4.4 Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....   | 8 |
| 4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....   | 8 |
| V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):.....  | 8 |
| а) список литературы.....  | 8 |
| б) периодические издания.....  | 9 |
| в) список авторских методических разработок.....   | 9 |
| г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы.....  | 9 |
| VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....  | 9 |
| VII. Образовательные технологии:.....  | 9 |
| VIII. Оценочные средства (ОС):.....  | 9 |
| Приложение: фонд оценочных средств   |   |

## I. Цели и задачи дисциплины:

Многие физические законы, которым подчиняются те или иные явления, записываются в виде математического уравнения, выражающего определенную зависимость между какими-то величинами. Часто речь идет о соотношении между величинами, изменяющимися с течением времени, например, экономичность двигателя, измеряемая расстоянием, которое автомашина может проехать на одном литре горючего, зависит от скорости движения автомашины. Соответствующее уравнение содержит одну или несколько функций и их производных и называется дифференциальным уравнением. (Темп изменения расстояния со временем определяется скоростью; следовательно, скорость – производная от расстояния; аналогично, ускорение – производная от скорости, так как ускорение задает темп изменения скорости со временем.) Большое значение, которое имеют дифференциальные уравнения для математики особенно для ее приложений, объясняются тем, что к решению таких уравнений сводится исследование многих физических и технических задач.

Дифференциальные уравнения играют существенную роль и в других науках, таких, как биология, экономика и электротехника; в действительности, они возникают везде, где есть необходимость количественного (числового) описания явлений. Все дифференциальные уравнения можно разделить на обыкновенные (ОДУ), в которые входят только функции (и их производные) от одного аргумента, и уравнения с частными производными (УРЧП), в которых входящие функции зависят от многих переменных. Существуют также стохастические дифференциальные уравнения (СДУ), включающие случайные процессы.

Дифференциальное уравнение содержит в своей записи неизвестную функцию, ее производные и независимые переменные; однако не любое уравнение, содержащее производные неизвестной функции, является дифференциальным уравнением. Стоит также отметить, что дифференциальное уравнение может вообще не содержать неизвестную функцию, некоторые её производные и свободные переменные, но обязано содержать хотя бы одну из производных.

Порядок, или степень дифференциального уравнения — наибольший порядок производных, входящих в него.

Решением (интегралом) дифференциального уравнения порядка  $n$  называется функция  $y(x)$ , имеющая на некотором интервале  $(a, b)$  производные  $y'(x), y''(x), \dots, y^{(n)}(x)$  до порядка  $n$  включительно и удовлетворяющая этому уравнению. Процесс решения дифференциального уравнения называется интегрированием. Вопрос об интегрировании дифференциального уравнения считается решенным, если нахождение неизвестной функции удастся привести к квадратуре, независимо от того, выражается ли полученный интеграл в конечном виде или нет.

**Целью курса** является изучение однородных и неоднородных линейных и нелинейных дифференциальных уравнений и их свойств, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении. Знания, полученные при изучении курса, формируют математическую культуру, составляют основу естественнонаучного подхода исследования природных явлений.

### **Задачи**

Данная дисциплина призвана решать следующие задачи:

- изучение и овладение методами решения дифференциальных уравнений;
- изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений;
- овладение методами интегрирования различных типов и видов дифференциальных уравнений;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
- овладение студентами знаний по применению ДУ в различных разделах физики при исследовании физических явлений.

Программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как числовые и функциональные множества, алгебраические структуры и их свойства. Приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

## II. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина дифференциальные уравнения является обязательной для освоения по данному профилю. Основные требования к входным знаниям связаны со знаниями и навыками, владением вычислительными методами и приемами решения стандартных задач, приобретенными при изучении дисциплин «Математический анализ» и «Линейная алгебра». Изучаемая дисциплина является базовой для изучения таких дисциплин как «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Методы математической физики», а также ряда дисциплин теоретической физики: «Теоретическая механика», «Квантовая теория», «Теория конденсированного состояния», а также большинства учебных дисциплин профиля «фундаментальная физика».

## III. Требования к результатам освоения дисциплины

### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

|                        |  |
|------------------------|--|
| Компетенция            | ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний  |
| Индикаторы компетенции | ОПК 8.1<br>знает основополагающие принципы, понятия дифференциальных уравнений.  |
| Результаты обучения    | <i>Знает:</i> определения и понятия, включая их свойства, основные примеры и границы их применения.<br><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи и упражнения.<br><i>Владеет:</i> методами и приемами доказательств теорем и утверждений, способами и методами вычислений. |
| Компетенция            | УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач   |
| Индикаторы компетенции | УК 1.1<br>умеет использовать навыки анализа в разных сферах деятельности   |
| Результаты обучения    | Знает основные понятия и методы решения задач.<br>Умеет правильно интерпретировать поставленные задачи.<br>Владеет методами решения конкретных задач.  |

## IV. Содержание и структура дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа, в том числе 74 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 32 часа.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

### 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

| № п/п | Раздел дисциплины | Семестр | Вес | Из них прак- | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость | Формы текущего контроля успеваемости; |
|-------|-------------------|---------|-----|--------------|---|---------------------------------------|
|-------|-------------------|---------|-----|--------------|---|---------------------------------------|

|        | ци-<br>пли-<br>ны/<br>темы | е<br>с<br>т<br>р | ча<br>со<br>в | тиче-<br>ская<br>под-<br>го-<br>товка<br>обу-<br>чаю-<br>щих-<br>ся | (в часах)   |  |              | Самостоя-<br>тельная<br>работа | Форма проме-<br>жуточной ат-<br>тестации<br>(по семе-<br>страм) |
|--------|----------------------------|------------------|---------------|---|---|--|--------------|--------------------------------|---|
|        |                            |                  |               |   | Контактная работа преподавателя с обучающи-<br>мися |  |              |                                |   |
|        |                            |                  |               |   | Лекции  | Семинарские<br>/практические<br>/лабораторные<br>занятия | Консультации |                                |   |
| 1      | 1-16                       | 3                | 144           | 32  | 32  | 32   |              | 44                             | Практиче-<br>ское зада-<br>ние                                  |
| Итого: |                            |                  | 144           | 32  | 32  | 32   |              | 44                             |   |

#### 4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

| Семестр | Название<br>раздела, те-<br>мы | Самостоятельная работа обучающихся |                           |                             | Оценочное<br>средство                | Учебно-<br>методиче-<br>ское обес-<br>печение<br>самостоя-<br>тельной ра-<br>боты  |
|---------|--------------------------------|------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|--|
|         |                                | Вид само-<br>стоятельной<br>работы | Сроки вы-<br>полнения     | Трудо-<br>емкость<br>(час.) |                                      |  |
| 3       | Тема 1-4                       | Задание на<br>семинаре             | После прой-<br>денных тем | 44                          | Демонстра-<br>ция готовых<br>решений | Источники из<br>основной и<br>дополнитель-<br>ной литерату-<br>ры по теме<br>практических<br>занятий; Об-<br>разовательные<br>ресурсы, до-<br>ступные по<br>логину и паро-<br>лю, представ-<br>ляемым Науч-<br>ной библиоте-<br>кой ИГУ. |

#### 4.3. Содержание учебного материала

##### Содержание разделов и тем дисциплины

##### Введение

Понятия и термины теории дифференциальных уравнений (ДУ). Классификация ДУ.

Физические задачи, приводящие к ДУ. Задача Коши и краевая задача. Интегральные кривые. Ломаная Эйлера. Геометрическая интерпретация уравнения  $y'=f(x,y)$ .

##### 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Простейшие ДУ 1-го порядка, сводящиеся к уравнению с разделяющимися переменными. Линейные уравнения 1-го порядка. Линейные однородные уравнения, линейные неоднородные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним. Метод вариации постоянной. Уравнения Бернулли и

Риккати. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Два способа интегрирования уравнений в полных дифференциалах. Интегрируемые комбинации. Интегрирующий множитель и теорема Эйлера о существовании интегрирующего множителя. Дифференциальные уравнения, заданные в неявной форме и не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра (ов) для интегрирования уравнений, заданных в неявной форме. Уравнение Клеро.

Теорема Пикара о существовании и единственности решения уравнения  $y'=f(x,y)$ . Доказательство теоремы Пикара. Метод последовательных приближений. Принцип сжатых отображений.

## **2. Дифференциальные уравнения n-го порядка.**

Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение уравнения в случае различных и кратных корней характеристического уравнения. Уравнения Эйлера и метод их решения. Линейные однородные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами (общий случай) и свойства их решений. Операторная форма записи: линейный дифференциальный оператор. Линейная зависимость системы функций. Определитель Вронского. Теорема линейной зависимости системы функций. Теорема о линейной независимости системы решений линейного дифференциального уравнения n-го порядка. Фундаментальная система решений. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения n-го порядка (без доказательства). Линейные неоднородные уравнения. Методы интегрирования линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами: метод неопределенных коэффициентов; метод вариации постоянных. Формула Остроградского-Лиувилля и интегрирование уравнений второго порядка.

Интегрирование ДУ с помощью рядов. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя. Функции Бесселя.

## **3. Системы дифференциальных уравнений 1-го порядка.**

Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Матричная запись системы ДУ. Свойства решений системы линейных однородных уравнений 1-го порядка. Линейная зависимость системы вектор-функций. Принцип суперпозиции. Определитель Вронского системы вектор-функций и теорема об определителе Вронского. Фундаментальная система решений. Методы интегрирования систем уравнений с постоянными коэффициентами.

## **4. Краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений**

Краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина краевой задачи. Свойства функции Грина. Метод построения функции Грина. Пример построения. Решение неоднородной краевой задачи. Дельта-функция Дирака и краевая задача. Определение и свойства дельта-функции Дирака.

#### 4.3.1 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

| № | № раздела и темы дисциплины | Наименование семинаров, практических и лабораторных работ  | Трудоемкость (часы) | Оценочные средства | Формируемые компетенции |
|---|-----------------------------|--|---------------------|--------------------|-------------------------|
| 1 | 2                           | 3  | 4                   | 5                  | 6                       |
| 1 | 1                           | Дифференциальные уравнения первого порядка                 | 10                  | Комплект заданий   | ОПК-8, УК-1             |
| 2 | 2                           | Дифференциальные уравнения n-го порядка                    | 9                   | Комплект 3заданий  | ОПК-8, УК-1             |
| 3 | 3                           | Системы дифференциальных уравнений                         | 9                   | Комплект заданий   | ОПК-8, УК-1             |
| 4 | 4                           | Краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений | 4                   | Комплект заданий   | ОПК-8, УК-1             |

#### 4.3.2 Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

| № нед. | Тема                                       | Вид самостоятельной работы | Задание          | Рекомендуемая литература                          | Количество часов |
|--------|--|----------------------------|------------------|---|------------------|
| 1      | Дифференциальные уравнения первого порядка | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5. а) основная и дополнительная литература | 11               |
| 2      | Дифференциальные уравнения n-го порядка    | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5. а) основная и дополнительная литература | 11               |
| 3      | Системы дифференциальных уравнений         | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5. а) основная и дополнительная литература | 11               |
| 4      | Краевые задачи и функция Грина             | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5. а) основная и дополнительная литература | 11               |

Контрольные задания, поименованные в предыдущей таблице

|   | Тема контрольного задания                  | Номера задач   | Срок выполнения |
|---|--|--|-----------------|
| 1 | Дифференциальные уравнения первого порядка | 790 791 798 801 809 815 817 828  | 2 недели        |
| 2 | Дифференциальные уравнения n-го порядка    | 45 54 60, 116 121 236 275 279<br>300 426 837 840 844 865   | 2 недели        |
| 3 | Системы дифференциальных уравнений         | 643, 665, 672, 674, 683, 1278<br>1280 1282 1291, 1292, 1311,<br>1318                               | 1 неделя        |
| 4 | Краевые задачи и функция Грина             | 693 697 701 708 726 727 731<br>736 737 742, 751<br>1354 1362 1366 1371 1381 1419<br>1444 1450 1452 | 2 недели        |

#### Требования по выполнению домашнего задания

Задание выполняется в отдельной тетради (12 или 24 листа)

Задание должно быть выполнено полностью.

Решения задач, должны быть полными и, при необходимости, должны содержать обоснования или пояснения. Обязательно указывать условия задач и полученный ответ.

Задание оценивается по 5 –ти бальной системе.

0 баллов - задание не выполнялось

1 балл - задание не выполнено

2 балла - выполнено половина задания

3 балла - выполнено  $\frac{3}{4}$  задания

4 балла - хорошее выполнение

Комплекты заданий по каждой теме формируются по сборнику задач Филиппов А.Ф. «Сборник задач по дифференциальным уравнениям»

#### **4.4 Методические указания по организации самостоятельной работы студентов**

Организация самостоятельного углубленного изучения дисциплины основана на выполнении комплектов контрольных домашних заданий (5-7 заданий). В перечень контрольных заданий включаются задачи по темам, не рассматриваемым на практических аудиторных занятиях. Это предполагает самостоятельный характер работы студента по изучению ряда дидактических единиц. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, используя основную и дополнительную литературу, а затем решит предложенные задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится путем выставления баллов по 5-ти бальной накопительной системе (баллы суммируются) за выполненные контрольные задания.

#### **4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Учебным планом написание курсовых работ (проектов) не предусмотрено.

### **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):**

#### **а) список литературы**

##### **основная литература**

1. [Эльсгольц, Л. Э.](#) Дифференциальные уравнения / Л. Э. Эльсгольц. - 8-е изд. - М.: Изд-во ЛКИ, 2014. - 309 с. - ISBN 978-5-382-01491-3 (50 экз.)
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учеб. пособие / А. Б. Васильева [и др.]. - 3-е изд., испр. - СПб.: Лань, 2010. - 429 с. - ISBN 978-5-8114-0988-4 (50 экз.)
3. [Филиппов, А. Ф.](#) Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - 5-е изд. - М. : Либроком, 2013. - 237 с. - ISBN 978-5-397-03637-5 (40 экз.)

##### **дополнительная литература**

1. [Понтрягин, Л. С.](#) Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. - 5-е изд. - М.: Наука, 1982. - 331 с. (нф А197493; нф А199667; нф А199675)
2. [Эльсгольц, Л. Э.](#) Вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. - 7-е изд. - М.: Изд-во ЛКИ, 2008. - 205 с. - ISBN 978-5-382-00639-0 (10 экз.)
3. [Тихонов, А. Н.](#) Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. - М.: Изд-во МГУ, 1999. - 798 с. - ISBN 5211041380 (26 экз.)



## **б) периодические издания**

- нет .

## **в) список авторских методических разработок**

- нет

## **г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

<http://library.isu.ru/> - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы доступны по логину и паролю НБ ИГУ:

- <https://isu.bibliotech.ru/> - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- <http://e.lanbook.com> - ЭБС «Издательство «Лань»;
- <http://rucont.ru> - ЭБС «Руконт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- <http://ibooks.ru/> - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе;

## **VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебная аудитория для проведения лекционных и практических занятий. Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

Материалы: учебно-методические пособия, задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

## **VII. Образовательные технологии:**

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

## **VIII. Оценочные средства (ОС):**

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

### **8.1. Оценочные средства для входного контроля**

Оценочные средства для входного контроля не используются, так как дисциплина содержит в основном новые знания. Используемые же в дисциплине знания и простейшие методы вычислений освоены студентами в рамках аналитической геометрии, которая изучается в первом семестре непосредственно перед изучением данной дисциплины. Поэтому не рационально и нет необходимости, выделять учебное время на проведение входного контроля .

### **8.2. Оценочные средства текущего контроля**

Оценочные средства текущего контроля и контроля самостоятельной работы студентов формируются в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе университета и состоят из контрольных письменных заданий, составленных из наборов задач и упражнений

рекомендованных в п. 6.2 основной и дополнительной литературы.

### Варианты контрольных заданий

|  |
|--|
| <p><b>Вариант № 1</b></p> <p>1 <math>(2e^y - x)y' = 1</math> 146</p> <p>2 <math>y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x</math> 542</p> <p>3 <math>x^2 y'' - xy' + y = 8x^3</math> 593</p> <p>4 <math>y'' - 2(1 - \operatorname{tg}(x^2))y = 0, \quad y_1 = \operatorname{tg}(x)</math> 635</p>          |
| <p><b>Вариант № 2</b></p> <p>1 <math>(1 - 2xy)y' = y(y - 1)</math> 150</p> <p>2 <math>y'' - 4y' + 8y = \operatorname{Sin}(2x)</math> 543</p> <p>3 <math>x^3 y'' - 2xy = 6 \ln(x)</math> 595</p> <p>4 <math>(e^x + 1)y'' - 2y' - e^x y = 0, \quad y_1 = e^x - 1</math> 637</p>            |
| <p><b>Вариант № 3</b></p> <p>1 <math>y' = \frac{y}{3x - y^2}</math> 149</p> <p>2 <math>y'' + 3y' - 4y = xe^{-x}</math> 541</p> <p>3 <math>x^2 y'' - 6y = 8x^2</math> 597</p> <p>4 <math>y'' - \operatorname{tg}(x)y' + 2y = 0, \quad y_1 = \operatorname{Sin}(x)</math> 639</p>          |
| <p><b>Вариант № 4</b></p> <p>1 <math>2x^2 y' + xy + 1 = 0</math> 140</p> <p>2 <math>y'' - 4y' + 8y = e^{2x}</math> 543</p> <p>3 <math>x^2 y'' + xy' + 4y = 10x</math> 594</p> <p>4 <math>y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0, \quad y_1 = e^{x^2}</math> 642</p>                                |
| <p><b>Вариант № 5</b></p> <p>1 <math>(2x + 1)y' = 4x + 2y</math> 137</p> <p>2 <math>y'' - 2y' + y = 6xe^x</math> 545</p> <p>3 <math>x^2 y'' - 3xy' + 5y = 3x^2</math> 596</p> <p>4 <math>y'' - 2(1 - \operatorname{tg}(x^2))y = 0, \quad y_1 = 1 + x \operatorname{tg}(x)</math> 635</p> |
| <p><b>Вариант № 6</b></p> <p>1 <math>y = x(y' - x \cos(x))</math> 141</p> <p>2 <math>y'' + 4y' + 4y = xe^{2x}</math> 547</p> <p>3 <math>x^2 y'' - 6y = 5x^3</math> 597</p> <p>4 <math>(e^x + 1)y'' - 2y' - e^x y = 0, \quad y_1 = \frac{1}{e^x + 1}</math> 637</p>                       |
| <p><b>Вариант № 7</b></p> <p>1 <math>(xy' - 1) \ln(x) = 2y</math> 143</p> <p>2 <math>y'' - 5y' = 3x^2</math> 548</p> <p>3 <math>x^2 y'' - 2y = \operatorname{Sin}(\ln x)</math> 598</p> <p>4 <math>y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0, \quad y_1 = xe^{x^2}</math> 642</p>                     |

Примечание: Студент успешно прошел обучение в семестре и готов к сдаче экзамена, если он знает и понимает формулировки основных понятий и определений, знает формулировки теорем, умеет применять понятия и теоремы для решения задач и упражнений, знает методы решения и успешно решает задачи и упражнения, может привести примеры, характе-

ризующие основные понятия.

8.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Форма проведения промежуточной аттестации — экзамен.

#### **Примерный список вопросов к экзамену**

Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Простейшие ДУ 1-го порядка, сводящиеся к уравнению с разделяющимися переменными. Линейные однородные уравнения. Линейные неоднородные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним. Метод вариации постоянной. Уравнения Бернулли и Риккати. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрируемые комбинации. Интегрирующий множитель и теорема Эйлера о существовании интегрирующего множителя. Дифференциальные уравнения, заданные в неявной форме и не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра (ов) для интегрирования уравнений, заданных в неявной форме. Теорема Пикара о существовании и единственности решения уравнения  $y'=f(x,y)$ . Доказательство теоремы Пикара. Метод последовательных приближений. Принцип сжатых отображений.

Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение уравнения в случае различных и кратных корней характеристического уравнения. Уравнения Эйлера и метод их решения. Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами (общий случай) и свойства их решений. Операторная форма записи: линейный дифференциальный оператор. Линейная зависимость системы функций. Определитель Вронского. Теорема линейной зависимости системы функций. Теорема о линейной независимости системы решений линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Фундаментальная система решений. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка (без доказательства). Линейные неоднородные уравнения. Методы интегрирования линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами: метод неопределенных коэффициентов; метод вариации постоянных. Формула Остроградского-Лиувилля и интегрирование уравнений второго порядка. Интегрирование ДУ с помощью рядов. Уравнение Эйри и уравнение Бесселя. Функции Бесселя. Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Матричная запись системы ДУ. Свойства решений системы линейных однородных уравнений 1-го порядка. Линейная зависимость системы вектор-функций. Принцип суперпозиции. Определитель Вронского системы вектор-функций и теорема об определителе Вронского. Фундаментальная система решений. Методы интегрирования систем уравнений с постоянными коэффициентами. Краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина краевой задачи. Свойства функции Грина. Метод построения функции Грина. Пример построения. Решение неоднородной краевой задачи. Дельта-функция Дирака и краевая задача. Определение и свойства дельта-функции Дирака.

**Разработчик:**

  
\_\_\_\_\_

доцент кафедры теоретической физики

В.А.Карнаков

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование.

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики

«30» августа 2021 г.

Протокол № 1 И.о. зав. кафедрой

  
\_\_\_\_\_

С.В. Ловцов

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**