



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий
Кафедра информационных технологий



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.26 Алгебраические системы

Направление подготовки информационные технологии	02.03.02	Фундаментальная	информатика	и
Направленность (профиль) подготовки программная инженерия		Фундаментальная информатика и		
Квалификация выпускника	бакалавр			
Форма обучения	очная			

Иркутск 2025 г.

1. Цели и задачи дисциплины

Цель

Дать представление о теоретической основе ИТ-дисциплин, в том числе: базы данных, криптография, защита информации

Задачи:

- Познакомить студентов с основными структурами алгебры: группы, кольца, поля.
- Изучить конечные поля, как основу криптографии.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к обязательной части программы и изучается на третьем курсе.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, сформированные дисциплинами линейная алгебра, дискретная математика, дискретные структуры.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: информационная безопасность, криптография, помехоустойчивое кодирование.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование компетенций (элементов следующих компетенций) в соответствии с ФГОС ВО по соответствующему направлению подготовки.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИДК УК1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	Умеет определять условия в задачах.
	ИДК УК1.2 Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Умеет выделять главное в условиях задач.
	ИДК УК1.3 Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	Знает способы поиска источников информации по различным типам запросов Умеет искать источники информации на русском и иностранном языках Владеет способами поиска источников информации на русском и иностранном языках
	ИДК УК1.4 При обработке информации отличает факты от мнений,	Знает способы нахождения следствий из посылок

	интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы, в том числе с применением философского понятийного аппарата	Умеет находить следствия из посылок Владеет техникой решения задач на нахождение следствий из посылок
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИДК ОПК1.1 Знает основы математики и вычислительной техники.	Знает основные структуры алгебры: группы, кольца, поля Умеет решать типовые задачи. Владеет методами формализации и использования средств алгебры при решении профессиональных задач.
	ИДК ОПК1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением математических знаний	
	ИДК ОПК1.3 Способен проводить теоретические и экспериментальные исследования объектов профессиональной деятельности	

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа, в том числе 35 часов на контроль, практическая подготовка _____.
 Форма промежуточной аттестации: 5 семестр — экзамен.

4.1. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ, С УКАЗАНИЕМ ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ И ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Се мес тр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоя тельная работа + контроль	
			Лекции	Семинарск ие (практичес кие занятия)	Контроль обучения		
1	Алгебраические системы	3	2	2	1	3	
2	Группы		12	12	3	21	тест
3	Кольца		6	6	3	21	тест
4	Поля		16	14	3	21	тест
Итого часов			34	34	10	66	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Затраты времени (час.)		
3	Алгебраические системы	УИЛТИ _н	1-я половина курса	3	тест	См. страницу курса на ИОС Educa
	Группы	УИЛТИ _н		21		См. страницу курса на ИОС Educa
	Кольца	УИЛТИ _н	2-я половина курса	21	Тест+К.Р	См. страницу курса на ИОС Educa
	Поля	УИЛТИ _н		21	Тесты+К.Р	См. страницу курса на ИОС Educa
Общая трудоемкость самостоятельной работы по дисциплине (час)				66		
Из них объем самостоятельной работы с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час)				66		

Виды самостоятельной работы:

Р – написание реферата, Д – подготовка доклада, У – выполнение упражнений,

Э – написание эссе, Пт – выполнение проекта, К – кейс-задание, Пф – портфолио,

И – информационный поиск, Прз – презентация, Л – изучение литературы,

Т (по желанию) — заполнение таблицы Донны Огл «Знал, хотел узнать, узнал»

Ин (по желанию) — заполнение таблицы, содержащей 4 столбца — «V» - уже знал, «+» — новое, «-» — думал иначе, «?» — не понял, есть вопросы.

4.3. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Алгебраические системы

- Множества. Отношения и отображения. Отношение эквивалентности.
- Бинарные алгебраические операции. Свойства. Нейтральные элементы. Обратимость.
- Алгебраические системы, подсистемы. Гомоморфизм алгебраических систем. Изоморфизм алгебраических систем.

2. Группы

- Определение группы.
- Порядок элемента группы. Свойства.
- Подгруппы.
- Циклические подгруппы.

- Смежные классы по подгруппе. Теоремы о смежных классах.
- Теорема Лагранжа. Следствия. Теорема Эйлера.
- Теорема Коши для конечных групп.
- Описание всех групп малых порядков.
- Нормальные подгруппы.
- Факторгруппы.
- Гомоморфизмы групп.
- Свойства гомоморфизма.
- Теоремы о гомоморфизмах групп.

3. Кольца

- Кольца.
- Кольцо целых чисел.
- Кольцо многочленов над кольцом K . Операции над многочленами. Вложимость кольца K в кольцо многочленов.
- Деление с остатком в кольце многочленов.
- Схема Горнера.
- Идеалы колец и факторкольца.
- Отношение неотличимости по идеалу.
- Кольцо классов вычетов по модулю.
- Обратимость.

4. Поля

- Поля.
- Дроби в поле. Свойства дробей.
- Гомоморфизмы и изоморфизмы полей.
- Простые поля. Теорема о простом подполе произвольного поля.
- Характеристика поля.
- Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Тригонометрическая и алгебраическая форма комплексных чисел.
- Извлечение корней из комплексных чисел.
- Теорема о комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами.
- Поле разложения многочлена.
- Расширение поля. Конечные расширения.
- Алгебраические элементы поля.
- Теорема об алгебраичности конечных расширений.
- Автоморфизмы поля. Группа автоморфизмов. Свойства простого подполя относительно автоморфизма.
- Конечные поля.

- Неподвижные при автоморфизме элементы поля.
- Мультипликативная группа поля.
- Числе элементов подполя конечного поля.
- Конечномерные алгебры над полем.
- Алгебра кватернионов.
- Теорема Фробениуса для конечномерных алгебр над полем $\mathbb{R}$.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/н	№ раздела и темы	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)		Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)*
			Всего часов	Из них практическая подготовка		
1	2	3	4	5	6	7
		1. Алгебраические системы • Множества. Отношения и отображения. Отношение эквивалентности. Бинарные алгебраические операции. Свойства. Нейтральные элементы. Обратимость. • Алгебраические системы, подсистемы. Гомоморфизм алгебраических систем. Изоморфизм алгебраических систем. 2. Группы • Определение группы. Порядок элемента группы. Свойства. • Подгруппы. Циклические подгруппы. Смежные классы по подгруппе. Теоремы о смежных классах. Теорема Лагранжа. Следствия. Теорема Эйлера. • Описание всех групп малых порядков. • Нормальные подгруппы. Факторгруппы. • Гомоморфизмы групп. Свойства гомоморфизма. 3. Кольца • Кольца. Определение и примеры. Кольцо целых чисел. • Кольцо многочленов над кольцом K . Операции над многочленами. Вложимость кольца K в кольцо многочленов.	2	2	Контрольные вопросы, упражнения	УК-1, ОПК-1
			12	12	Контрольные вопросы, упражнения, тесты	
			6	6	Контрольные вопросы,	

	• Деление с остатком в кольце многочленов. Схема Горнера. • Идеалы колец и факторкольца. Отношение неотличимости по идеалу. Кольцо классов вычетов по модулю. Обратимость. 4. Поля • Поля. Дроби в поле. Свойства дробей. Гомоморфизмы и изоморфизмы полей. • Простые поля. Теорема о простом подполе произвольного поля. Характеристика поля. Примеры. • Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Тригонометрическая и алгебраическая форма комплексных чисел. • Извлечение корней из комплексных чисел. Теорема о комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. • Поле разложения многочлена. Расширение поля. Конечные расширения. Алгебраические элементы поля. • Автоморфизмы поля. Группа автоморфизмов. Свойства простого подполя относительно автоморфизма. • Конечные поля. Неподвижные при автоморфизме элементы поля. • Мультипликативная группа поля. • Числе элементов подполя конечного поля. • Конечномерные алгебры над полем. Алгебра кватернионов.	14	14	упражнения, тесты	
	Всего	34			

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СР)
Не предусмотрено.

4.4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Методические указания находятся на странице курса в ИОС Educa

4.5. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ (ПРОЕКТОВ)

Не предусмотрено.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) перечень литературы

1. Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре : учебник для вузов / А. Г. Курош. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 556 с. — ISBN 978-5-507-44067-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/208670>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.+
2. Глухов, М. М. Алгебра : учебник / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-4775-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126718>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Каргаполов, М. И. Основы теории групп : учебное пособие / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0894-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210266>. — Режим доступа: для авториз. Пользователей
4. Шилин, И. А. Введение в алгебру. Группы : учебное пособие / И. А. Шилин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1419-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211004>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Окунев, Л. Я. Сборник задач по высшей алгебре : учебное пособие / Л. Я. Окунев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0900-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210329>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Сборник задач по алгебре [Текст] : учеб. пособие / под ред. А. И. Кострикина. - М. : Наука, 1987. - 351 с.

б) периодические издания

в) список авторских методических разработок:

электронные варианты лекций в ИОС EDUCA

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://www.window.edu.ru> — Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Полнотекстовая электронная библиотека учебных и учебно-методических материалов (федеральный ресурс).
2. <http://www.exponenta.ru> — Образовательный математический сайт
3. <http://www.mccme.ru/free-books> — Московский центр непрерывного математического образования. Материалы (полные тексты) свободно распространяемых книг по математике.
4. <https://www.biblio-online.ru/> — Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»
6. <https://e.lanbook.com/> — Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
7. ИОС ИГУ EDuca
8. <https://welcome.stepik.org/ru> — Онлайн-курсы от ведущих вузов и компаний страны
9. <https://openedu.ru/> — Открытое образовани.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. УЧЕБНО-ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ:

Для проведения лекционных занятий необходима аудитория с презентационным оборудованием, для проведения практических занятий необходима аудитория на 25–30 рабочих мест (в зависимости от численности учебной группы), оборудованная доской, презентационной техникой.

6.2. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

LaTeX – с использованием сборки TeXLive (или возможность выхода на онлайн-ресурс

Overleaf), pdf-view'ер.

6.3. ТЕХНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА:

ИОС EDUCA, DOMIC, презентационное оборудование, персональный компьютер с возможностью демонстрации презентаций в формате pdf.

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации данного курса используются следующие образовательные технологии: технологии традиционного обучения, игровые технологии, технологии проблемного обучения, технологии обучения в сотрудничестве, технологии контекстного обучения, интерактивные технологии, технологии дистанционного обучения, активные педагогические технологии.

8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ

Не предусмотрено

8.2. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Тесты по всем разделам в ИОС Educa, контрольные работы по темам Кольцо целых чисел, поле Комплексных чисел.

Образец заданий из контрольной работы по теме Кольцо целых чисел

2. Найти НОД(a, b) и найти целые x, y такие, что $ax + by = \text{НОД}(a, b)$, если

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0) $a = 420, b = 126$; | 1) $a = 476, b = 1258$; | 2) $a = 988, b = 2014$; |
| 3) $a = 874, b = 1518$; | 4) $a = 1253, b = 252$; | 5) $a = 529, b = 1541$. |
| 6) $a = 874, b = 1520$; | 7) $a = 1253, b = 251$; | 8) $a = 529, b = 1542$. |

3. Найти все целые решения уравнения

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| 0) $21x + 9y = 15$; | 1) $27x + 18y = 12$; | 2) $275x + 145y = 10$; |
| 3) $46x + 98y = 106$; | 4) $36x + 21y = 123$; | 5) $28x - 48y = 60$; |
| 6) $60x - 35y = 145$; | 7) $14x - 38y = 46$; | 8) $86x + 74y = 42$. |

Образец заданий из контрольной работы по теме поле Комплексных чисел

1.4. Найти все значения корня из комплексного числа

- | | | |
|--|---|--|
| 0) $\sqrt[7]{\frac{(2+2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^5}{(1-i)^8}}$; | 1) $\sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1+\sqrt{3}i)^5}{(1-i)^{10}}}$; | 2) $\sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^7}{(1-i)^{12}}}$; |
| 3) $\sqrt[8]{\frac{1+i}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}}$; | 4) $\sqrt[10]{\frac{1-i}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i}}$; | 5) $\sqrt[12]{\frac{1-i}{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}}$; |
| 6) $\sqrt[7]{\frac{(3+3i)^{10}(2-2\sqrt{3}i)^5}{(1-i)^8}}$; | 7) $\sqrt[7]{\frac{(5-5i)^{12}(2+2\sqrt{3}i)^6}{(1+i)^{10}}}$; | 8) $\sqrt[7]{\frac{(1-i)^{18}(2-2\sqrt{3}i)^7}{(1+i)^{12}}}$; |
| 9) $\sqrt[7]{\frac{(1+i)^{18}(2-2\sqrt{3}i)^7}{(1+i)^{12}}}$; | | |

1.5. Решить систему уравнений

- | | |
|--|--|
| 0) $\begin{cases} (2+i)x - (3+i)y = i; \\ (3-i)x + (2+i)y = -i; \end{cases}$ | 1) $\begin{cases} (2-i)x - (3+i)y = i; \\ (3-i)x + (2-i)y = -i; \end{cases}$ |
|--|--|

На странице курса в ИОС Educa находятся типовые задачи, которые рассматриваются на практических занятиях.

8.3. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Промежуточный контроль – экзамен по программе курса. Вся необходимая информация находится в ИОС Edusa на странице курса. Для допуска к экзамену необходимо выполнить все тесты (уровень ≥ 60) и все контрольные работы (уровень ≥ 3). На экзамене необходимо будет показать умение решать типовые задачи и ответить на вопросы билета.

Образцы типовых задач

1. Построить конечное поле из 4 элементов. Указать примитивные элементы.
2. Найти все значения корня из комплексного числа

$$0) \sqrt[7]{\frac{(2+2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^8}{(1-i)^8}}; \quad 1) \sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1+\sqrt{3}i)^6}{(1-i)^{10}}}; \quad 2) \sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^7}{(1-i)^{12}}};$$

3. Построить решетку подполей поля $F_{2^{30}}$.

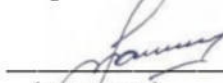
Образец билета

Б И Л Е Т 13(4-5)

- 1 Поле разложения многочлена.
- 2 Покажите, что каждый элемент конечного поля есть сумма двух квадратов.

Экзаменатор _____ Пантелеев В.И.

Разработчики


(подпись)

Зав. каф. АиИС
(занимаемая должность)

Пантелеев В.И.
(Ф.И.О.)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» (уровень бакалавриата), утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 г. N 808, зарегистрированный в Минюсте России «14» сентября 2017 г. № 48185 с изменениями и дополнениями с изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.