



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



УТВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

«11» апреля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.О.25 Математическая логика и теория алгоритмов**

Направление подготовки 44.03.01. Педагогическое образование

Направленность (профиль) подготовки Математика

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения заочная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Протокол № 6 от «28» марта 2024 г.

Председатель  М.С. Павлова

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 7 от «21» марта 2024 г.

Зав. кафедрой  О.С. Будникова

Иркутск 2024 г.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: развитие математической, логической и алгоритмической культуры студентов в контексте формирования и развития общекультурных, профессиональных и специальных предметных компетенций.

Задачи дисциплины:

- ввести в проблематику математической логики и теории алгоритмов;
- сформировать базовый понятийный аппарат, необходимый для восприятия и осмысления последующих курсов в блоке математических, информационных и методических дисциплин;
- заложить базовые знания, необходимые для осмысления математических, информационных и методических дисциплин;
- ввести в новый метаязык математики, позволяющий включать в рассмотрение новые максимально-обобщенные математические объекты и фиксировать результаты исследований;
- сформировать навыки математического моделирования мыслительного процесса в различных предметных областях;
- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- сформировать навыки применения аппарата математической логики к решению содержательных логических задач;
- дать представление о применении математической логики в создании вычислительной техники и языков программирования;
- дать представление о роли математической логики в решении проблем обоснования математики;
- дать представление о современном состоянии научных исследований в области математической логики, теории алгоритмов и сопряженных с ней областях знаний;
- дать представление о роли формализации понятия алгоритма в решении проблем обоснования математики, создании вычислительной техники и языков программирования.

II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Математический анализ, Алгебра, Геометрия, Дискретная математика и теория чисел.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Математические модели в естественнонаучном и гуманитарном исследовании, Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании, Решение профессиональных задач (практикум), Формирование результатов освоения образовательной программы, Современные направления развития науки.

III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>ИДК_{УК1.2} Применяет системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулировки определений, теорем правил дифференциальной геометрии, приложений определенного интеграла и теории алгебраических систем; • определения основных понятий теории компетентностного подхода к организации обучения математике. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • определять отношения и устанавливать связи между компонентами содержания входящих в модуль дисциплин для реализации системного подхода к решению поставленных задач. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • способами систематизации информации по дисциплинам, входящим в модуль на основе критического анализа и синтеза найденной информации для решения поставленных задач.
<p>ОПК-2 Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)</p>	<p>ИДК_{ОПК2.2}: разрабатывает отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • требования к содержанию и форме представления основных и дополнительных образовательных программ. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • разрабатывать отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • приемами реализации требований к содержанию и форме представления основных и дополнительных образовательных программ в процессе их разработки.

<p>ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>ИДК <small>опк8.1</small> Демонстрирует специальные научные знания в т.ч. в предметной области</p>	<p>Знать: специальные научные знания в т.ч. в предметной области, необходимые для успешной реализации педагогической деятельности.</p> <p>Уметь: применять специальные научные знания в т.ч. в предметной области, в процессе реализации педагогической деятельности.</p> <p>Владеть: приемами применения специальных научных знаний в т.ч. в предметной области, в процессе реализации педагогической деятельности.</p>
<p>ПК-3 Способен анализировать логическую структуру математических рассуждений и использовать ее для развития логической культуры обучающихся в рамках реализации основных и дополнительных программ обучения математике.</p>	<p>ИДК-пк3.1: определяет логическую структуру, истинностные значения математических суждений, правильность математических умозаключений, основываясь на определениях основных логических операций и отношений, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: определения основных понятий базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; формулировки основных утверждений и правил базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; структуру основных видов определений, утверждений и правил базовых разделов математической логики и теории алгоритмов.</p> <p>Уметь: определять структуру основных видов определений, утверждений и правил базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; определять принадлежность заданного объекта к множеству объектов определенного типа основываясь на структуре определений, утверждений и правил.</p> <p>Владеть: умениями определять структуру родовидовых определений; определять принадлежность заданного объекта к множеству объектов определенного типа основываясь на структуре его родовидового определения; определять структуру утверждений, имеющих форму импликации или эквиваленции и использовать ее при их применении и доказательстве</p>

	<p>ИДК-пк3.2: строит интерпретации математических выражений, с учетом их логической структуры, в различных предметных областях и практике, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных и дополнительных программ обучения математике на соответствующем уровне</p>	<p>Знать: определения основных понятий базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; формулировки основных утверждений базовых разделов математической логики и теории алгоритмов утверждений; описания алгоритмов (процессов построения объектов, решения задач, доказательств утверждений...); классификации изучаемых объектов по различным основаниям (формул и секвенций по строению, истинности и выводимости; теорий по способам построения и основным характеристикам и т.д.); основные способы формализации понятия алгоритма и связь между ними; иметь представления об основных алгоритмических проблемах в математике и логике.</p> <p>Уметь: использовать язык алгебры высказываний и алгебры предикатов для формализации суждений и умозаключений из различных предметных областей; классифицировать и преобразовывать суждения и умозаключения, используя их модели, построенные средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов;</p> <p>Владеть: способами применения специальных математических, обще-логических, формально-логических и других способов познавательной деятельности к объектам математической логики (приемами анализа формулировок задач, теорем, преобразования выражений); алгебраических систем (групп, колец, полей, упорядоченных множеств и т.д.);</p>
	<p>ИДК-пк3.3: решает учебные и содержательные логические задачи с применением методов математической логики, формирует эти умения у обучающихся в процессе</p>	<p>Знать: определения основных понятий базовых разделов математической логики и теории алгоритмов; формулировки основных утверждений базовых разделов математической логики и теории алгоритмов</p>

	<p>реализации основных и дополнительных программ обучения на соответствующем уровне</p>	<p>утверждений; описания алгоритмов (процессов построения объектов, решения задач, доказательств утверждений...); и основным характеристикам и т.д.);</p> <p>Уметь: использовать язык алгебры высказываний и алгебры предикатов для формализации суждений и умозаключений из различных предметных; классифицировать и преобразовывать суждения и умозаключения, используя их модели, построенные средствами алгебры высказываний и алгебры предикатов;</p> <p>Владеть: способами применения специальных математических, обще-логических, формально-логических и других способов познавательной деятельности к объектам математической логики (приемами анализа формулировок задач, теорем, преобразования выражений); алгебраических систем (групп, колец, полей, упорядоченных множеств и т.д.);</p>
--	---	---

критерии правильности, применение для проверки правильности рассуждений, построения следствий из совокупности суждений и посылок для суждения.

Раздел 2. Алгебра предикатов

2.1. Формулы алгебры предикатов. Интуитивно философское и формальное математическое определение предиката, области определения и области истинности предиката. Типы предикатов. Операции над предикатами. Функции (операции) на множествах. Связь операций и предикатов. Функциональные, предикатные символы, их интерпретация в разных множествах. Язык первого порядка. Алфавит языка первого порядка. Сигнатура. Формулы алгебры предикатов. Свободные и связанные переменные формул алгебры предикатов.

Алгебра предикатов заданной сигнатуры. Терм, формула. Интерпретация свободных и связанных переменных. Алгебраическая система данной сигнатуры. Интерпретация формул заданной сигнатуры в алгебраических системах. Типы формул алгебры предикатов: выполняемая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная в алгебраической системе формула; выполняемая, опровержимая, тождественно-истинная и тождественно-ложная формула. Построение формальных моделей суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов.

2.2. Эквивалентность формул алгебры предикатов. Определение эквивалентности формул в алгебраической системе, в классе алгебраических систем, логическая эквивалентность (независимо от интерпретаций), свойства эквивалентности. Основные эквивалентности алгебры предикатов, способы доказательства эквивалентности и неэквивалентности формул, применение эквивалентных преобразований к преобразованию суждений.

Раздел 3. Аксиоматические теории

3.1. Аксиоматические теории и их свойства. Содержательные и формальные аксиоматические теории: способы построения, примеры. Интерпретации и модели аксиоматических теорий. Свойства аксиоматических теорий: непротиворечивость, полнота, независимость, разрешимость, категоричность.

3.2. Аксиоматическая теория исчисления высказываний в секвенциальной форме. Описание процесса построения исчисления высказываний, определения компонент - формул, секвенций, аксиом, правил вывода, выводов (доказательств), теорем. Истинность и тождественная истинность формул и секвенций. Полнота исчисления высказываний (теорема Геделя). Непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний.

3.3. Аксиоматическая теория исчисления предикатов заданной сигнатуры в секвенциальной форме: описание процесса построения; определения компонент - формул, секвенций, аксиом, правил вывода, выводов (доказательств), теорем. Истинность и тождественная истинность формул и секвенций. Характеризация доказуемых формул и секвенций.

Форма промежуточной аттестации: зачет

Раздел 4. Различные модели вычислимости

4.1. Интуитивное понятие алгоритма. Примеры алгоритмов.

4.2. Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча.

4.3. Алгоритмы в школьном курсе математики.

4.4. Неразрешимые проблемы в теории вычислимости, алгебре, теории чисел

Форма промежуточной аттестации: зачет

4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы,				Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)						
		Лекции	Практ.	Лаб.	СРС			
занятия	занятия							
1.1	Формулы алгебры высказываний	1	1		10	Конспект Контрольная работа, собеседование Устный опрос	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3	12
1.2	Нормальные формы формул алгебры высказываний	1	1		16			18
1.3	Применение алгебры высказываний к решению технических и логических задач	2	1		16			19
2.1	Формулы алгебры предикатов	2	2		16	Конспект Контрольная работа, собеседование Устный опрос	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3	20
2.2	Эквивалентность формул алгебры предикатов	2	2		18			22
3.1	Аксиоматические теории и их свойства	1	1		16			18

3.2	Аксиоматическая теория исчисления высказываний в секвенциальной форме	2	1		18			21
3.3	Аксиоматическая теория исчисления предикатов заданной сигнатуры в секвенциальной форме	2	2		18			22
4.1	Интуитивное понятие алгоритма. Примеры алгоритмов.	1	1		16	Конспект Контрольная работа, собеседование Устный опрос	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3	18
4.2	Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча.	2	1		20			23
4.3	Алгоритмы в школьном курсе математики	1	1		20			22
4.4	Неразрешимые проблемы в теории вычислимости, алгебре, теории чисел	1	1		10			12
	ИТОГО (в часах)	18	16	0	194			

6. Перечень семинарских, практических занятий, лабораторных работ, план самостоятельной работы студентов, методические указания по организации самостоятельной работы студентов
Перечень практических занятий

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических занятий и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1.1.	Формулы алгебры высказываний: определение, типы.	8	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
		Эквивалентность формул алгебры высказываний и ее применение к анализу и преобразованию суждений.	8	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
2.	1.2.	Нормальные формы формул алгебры высказываний и их применение	8	Конспект Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
		Совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний и их применение	8	Конспект Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
3	1.3.	Применение алгебры высказываний к решению технических	8	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
		Применение алгебры высказываний к решению логических задач	9	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
	2.1.	Формулы алгебры предикатов: определение, истинностное значение, типы.	12	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
		Применение формул алгебры предикатов для анализа суждений и построения их математических моделей	12	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
	2.2.	Эквивалентность формул алгебры	12	Контрольная	УК-1

		предикатов: определение, свойства, примеры		работа	ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
		Применение эквивалентности формул алгебры предикатов к анализу и преобразованию суждений	14	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
	3.2.	Доказательство секвенций и формул в аксиоматической теории исчисления высказываний в секвенциальной форме	15	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
		Доказательство допустимости правил вывода в аксиоматической теории исчисления высказываний в секвенциальной форме	15	Конспект Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
	3.3.	Доказательство секвенций и формул в аксиоматической теории исчисления предикатов заданной сигнатуры в секвенциальной форме	15	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
		Доказательство допустимости правил вывода в аксиоматической теории исчисления предикатов заданной сигнатуры в секвенциальной форме	16	Контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ, их содержание	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
	4.1	Интуитивное понятие алгоритма. Примеры алгоритмов.	18	устный опрос	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
	4.2	Машина Тьюринга. Системы Поста и Маркова. Тезис Черча.	23	устный опрос, контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
	4.3	Алгоритмы в школьном курсе математики	22	устный опрос, контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3

	4.4	Неразрешимые проблемы в теории вычислимости, алгебре, теории чисел	12	устный опрос, контрольная работа	УК-1 ОПК-2 ОПК-8 ПК-3
--	-----	--	----	----------------------------------	--------------------------------

4.4. . Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов;
- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (при наличии) отсутствуют

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) Основная литература

1. Ершов Ю. Л. Математическая логика [Текст] : учеб. пособие / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2005. - 336 с. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Предм. указ.: с. 335-336. - ISBN 5-8114-0533-2 : 357.50 р. (10 экз.)+
2. Игошин, Владимир Иванович. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов [Текст] : учебное пособие / В. И. Игошин. - 3-е изд., стер. - М. : Академия, 2007. - 304 с. - ISBN 5-7695-3728-0 всего 25+
3. Глухов, М. М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов [Текст] / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, А. Б. Шишков, В. А. Шапошников. - Москва : Лань, 2008. - 112 с. : ил. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0853-5+

б) Дополнительная литература

1. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Текст] / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - Москва : Лань, 2010. - 368 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1068-2+
2. Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике [Текст] : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0477-2 всего 15+
3. Лихтарников, Л. М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения [Электронный ресурс] / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. - 4-е изд., стер. - Электрон. текстовые дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 288 с. - ЭБС "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0082-9 : +

4. Мальцев И.А. Дискретная математика [Текст] / И. А. Мальцев. - Москва : Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1010-1 : +
5. Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие / С. В. Яблонский. - Изд. 5-е, стер. - М. : Высш. шк., 2008. – 384 с. – ISBN 978-5-06-005943-4 (10 экз.)+

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://www.edu.ru> - Федеральный образовательный портал;
 2. <http://school-collection.edu.ru> - единая коллекция цифровых образовательных ресурсов;
 3. <http://mathege.ru> – открытый банк заданий ЕГЭ по математике
 4. <https://openedu.ru/> – Российский портал открытого образования
 5. <http://fipi.ru> – банк заданий ЕГЭ по математике
 6. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
 7. Allmath.ru – математический портал, материал по многим математическим дисциплинам.
 8. <http://techlibrary.ru/> - около 1,5 тыс. переводных и изначально русскоязычных книг по физике и математике.
 9. <https://isu.bibliotech.ru/> ООО «Библиотех»
 10. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
 11. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
 12. <https://urait.ru/> Образовательная платформа «Юрайт»
 13. Math-Net.Ru – Общероссийский математический портал
- пункт 6.1 сформирован для тех, у кого занятия проходят на 4-м этаже. Оснащение остальных аудиторий нужно смотреть в файле МТО (см. вложение):

6.1. Помещения и оборудование

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Оборудование

Проектор ACER*1263 DLP Projtctor XGA 1024*768,Экран Screen Cololview. Ноутбук Asus X51

RL, Колонки активные MicroLab ЗКЩ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400*700*800) ольха, проектор XGA BenQ

PB, Интерактивная система Smart Board

680i2 со встроенным проектором Unifi45, ноутбук Asus X51

RL, щиток электромонтажный 17135

6.2. Лицензионное программное обеспечение

Microsoft Office Professional 2003 Win32 Russian Academic OPEN No Level (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

Kaspersky Free (Условия использования по ссылке: <http://www.kaspersky.ru/free-antivirus>, Условия правообладателя, бессрочно)

LibreOffice (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <http://www.libreoffice.org/about-us/licenses/>, бессрочно)

Msoffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <https://www.7-zip.org/license.txt>, бессрочно)

VLC Player 2.2.4 (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <http://www.videolan.org/legal.html>, бессрочно)

Mozilla Firefox (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/>, бессрочно)

SMART NoteBook (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий (компьютерные симуляции, деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций, психологические и иные тренинги, групповые дискуссии), развивающие у обучающихся навыки командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

В основном применяются интерактивные формы: эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый. Объяснительно-иллюстративный метод применяется только на этапе разъяснения целей и задач изучения того или иного содержания.

Используемые формы и методы интерактивного обучения	
эвристическая беседа	Выдвижение гипотез, обсуждение возможных подходов к доказательству утверждений, решению задач – это неотъемлемая часть каждой лекции и практического занятия.
дискуссия	Грамотная дискуссия дает возможность отточить навыки логического доказательства, речи, умения слушать собеседника, вникать в логику собеседника, логического анализа.
проблемный подход	Применяется на различных этапах лекционных и практических занятий. На лекциях: при мотивации изучения новой темы ставится проблема теоретического или практического плана, для решения которой у студентов недостаточно знаний и умений; самостоятельная формулировка теоретических положений для новых классов объектов по аналогии с данными; самостоятельное доказательство теорем или их фрагментов и т.д. На практических занятиях ставится проблема применения теоретических положений для решения конкретных задач, проблема обобщения метода на класс задач, проблема переноса метода на новый класс задач и т.д.
метод проектов	Адаптировать изложение какой-либо темы для обучающихся определенного уровня: восстановить полные формулировки и подробные доказательства теоретических положений; разработать практические задания, позволяющие поэтапно формировать более сложный метод решения класса задач и т.д. Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме.

	Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.
работа в группах	Применяется в сочетании с другими интерактивными методами. Например: математическая карусель, командная устная олимпиада, командный блиц-турнир, групповой проект, работа в парах при взаимной проверке решения задач и т.д.
творческие задания	Сформулировать теоретические положения для новых классов объектов по аналогии с данными. Обобщить метод решения частной задачи на класс задач. Преобразовать известный метод так, чтобы он мог быть применен к решению нового класса задач. Разработать серию разноуровневых задач по заданной теме. Разработать практические задачи или задачные ситуации, при разрешении которых используется данная математическая модель, данный метод решения и т.д.

Наименование тем занятий с использованием активных форм обучения:

№	Тема занятия	Вид занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	Кол-во часов
1	Эквивалентность формул алгебры высказываний и ее применение к анализу и преобразованию суждений.	Лекция	эвристическая беседа	2
2	Применение алгебры высказываний к решению технических	Практическое занятие	Проблемный подход	2
3	Применение алгебры высказываний к решению логических задач	Практическое занятие	Метод проектов	4
4	Применение формул алгебры предикатов для анализа суждений и построения их математических моделей	Практическое занятие	Творческие задания	2
5	Применение эквивалентности формул алгебры предикатов к анализу и преобразованию суждений	Практическое занятие	Творческие задания	4
6	Доказательство допустимости правил вывода в аксиоматической теории исчисления высказываний в секвенциальной форме	Практическое занятие	Работа в группах	2
7	Алгоритмы в школьном курсе математики	Практическое занятие	Работа в группах Метод проектов	2
8	Неразрешимые проблемы в теории вычислимости,	лекция	Дискуссия	2

	алгебре, теории чисел.		
Итого часов			20

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости 6 семестр

Текущий контроль

Текущий контроль освоения каждой учебной единицы осуществляется на лекционных или практических занятиях, в зависимости от места, роли и содержания учебной единицы в общем содержании дисциплины.

Формы проведения текущего контроля:

- проверка выполнения домашних практических и теоретических заданий;
- проверка результатов выполнения проверочных и контрольных работ по каждой теме и разделу.

Типовые варианты заданий по каждой учебной единице и требования к ее изучению сформулированы в учебном пособии по математической логике, которое должно быть у каждого студента в печатном или электронном варианте.

Рубежный контроль

Рубежный контроль проводится по окончании изучения раздела в виде контрольной работы, содержащей теоретические и практические задания. В зависимости от наличия или отсутствия аудиторного времени, контрольная работа может быть выполнена во внеаудиторном режиме по индивидуальным карточкам. Время проведения контрольных работ указано в карте самостоятельной работы студента.

Темы контрольных заданий по первому разделу «Алгебра высказываний»:

- проверка правильности рассуждений с применением критериев, которые, в свою очередь, выявляют знания критериев тождественной истинности формул алгебры высказываний, основанные на умении эквивалентными преобразованиями строить нормальные формы для формул алгебры высказываний; умение строить совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний;
- построение следствий из заданных посылок, содержащих только простые высказывания, входящие в исходные посылки (всех, некоторых);
- построение посылок для заданного утверждения;
- применение моделирования суждений средствами алгебры высказываний для выявления необходимых и достаточных условий, построение обратных, противоположных и обратно-противоположных суждений;
- применение моделирования средствами алгебры высказываний релейно-контактных схем с целью их упрощения или построения по определенным условиям.

Темы контрольных заданий по второму разделу «Алгебра предикатов»:

- доказательство выполнимости или опровержимости формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов на заданной алгебраической системе;
- доказательство тождественной истинности или тождественной ложности формулы алгебры предикатов;
- построение модели суждений и умозаключений средствами алгебры предикатов;
- доказательство эквивалентности формул алгебры предикатов;
- доказательство эквивалентности суждений с применением алгебры предикатов;
- упрощение суждений с применением алгебры предикатов;

Темы контрольных заданий по третьему разделу «Аксиоматические теории»:

- построение доказательств (линейных и в виде дерева) для формул и секвенций исчисления высказываний;
- доказательство допустимости правил вывод исчисления высказываний;
- доказательство независимости аксиом и правил вывода исчисления высказываний;
- выделение логической структуры содержательного доказательства теорем школьного курса математики и построение ее схемы в терминах правил вывода исчисления высказываний;
- построение системы аксиом средствами исчисления предикатов для какой-либо содержательной теории.

Примеры контрольных работ

1. Итоговая контрольная работа по теме «Алгебра высказываний»

Задание 1.

Записать символьные модели высказываний и определить их истинностные значения:

а). Тигр – травоядное животное, следовательно, Джон Кеннеди – президент Франции.

б). Для равенства $2 \cdot 2 = 5$ необходимо, чтобы $2 \cdot 3 \neq 6$ или $2 - 6 = 8$.

Задание 2

Построить таблицу истинности для формулы и определить ее тип:

$$\neg((\neg A \wedge \neg B) \rightarrow (\neg A \vee C))$$

Задание 3

Доказать, что если формулы $A \vee B$ и $\neg A \vee C$ тождественно истинны, то формула $B \vee C$ тождественно истинна

Задание 4

Проверить совместность множеств утверждений:

Либо Дама Бубон не крала бульон, либо, если Алиса все перепутала, бульон съел Валет. Если бульон украла Дама Бубон, то неверно, что Алиса все перепутала. Если Валет съел бульон, то все-таки Алиса все перепутала.

Задание 5

Проверить правильность рассуждения, пользуясь определением и критерием:

Для того, чтобы быть допущенным к экзаменам, необходимо получить зачет по логике. Я получу этот зачет, если научусь устанавливать непротиворечивость множества формул. Я этот способ не усвоил. Следовательно, я не буду допущен к экзамену.

Задание 6

Построить релейно-контактную схему по данным условиям работы:

Два игрока по установленному сигналу замыкают или размыкают выключатель, находящийся под управлением каждого из них. Если оба делают одно и то же, то выигрывает первый игрок, в противном случае – второй. Построить такую схему, чтобы при выигрыше первого игрока загоралась лампочка.

Задание 7

Решить логическую задачу:

В гимназии, перешедшей на самообслуживание, четверем старшеклассникам: Андрееву, Костину, Савельеву и Давыдову поручили убрать седьмой, восьмой, девятый и десятый классы.

При проверке оказалось, что десятый класс плохо убран. Не ушедшие домой ученики сообщили следующее. Андреев: «Я убирал девятый класс, а Савельев – седьмой»;

Костин: «Я убирал девятый класс, а Андреев – восьмой класс»;

Савельев: «Я убирал восьмой класс, а Костин – десятый класс».

Давыдов ушел домой. Оказалось, что каждый ученик одну половину говорил правильно, а другую – неправильно. Какой класс убирал каждый ученик?

2. Итоговая контрольная работа по теме «Алгебра предикатов»

Задание 1

Для следующих предикатов, определенных на указанных множествах, составить таблицы истинности. Определить множества истинности предикатов:

$$D(x, y) \Leftrightarrow "x \text{ делит } y", x, y, z \in \{1, 2, 4\}$$

Задание 2

Изобразить на координатной прямой (плоскости) множества истинности следующих предикатов, заданных на R . Определить тип предикатов:

$$|x - 3| = 4$$

Задание 3

Формализовать следующие суждения, используя указанные предикаты, определенные на множестве всех людей:

$$C(x) \Leftrightarrow "x - студент",$$

$$Ч(x) \Leftrightarrow "x умеет читать",$$

$$Я(x) \Leftrightarrow "x - японец",$$

$$P(x) \Leftrightarrow "x - знает русский язык",$$

$$L(x, y) \Leftrightarrow "x любит y"$$

- 1) Все студенты умеют читать.
- 2) Некоторые японцы знают русский язык.
- 3) Ни один из студентов не является японцем.
- 4) Некоторые люди, знающие русский язык, не являются японцами.

Задание 4

Перевести с формального языка на содержательный:

$$1) \quad \forall x \forall y (x \in N \wedge y \in N \rightarrow x \cdot y = y \cdot x);$$

$$2) \quad \forall x (x \in R \rightarrow |\sin x| \leq 1).$$

Задание 5

Записать с помощью формул алгебры предикатов следующие высказывания:

1) Существует не более чем один элемент x , такой, что $F(x)$.

2) Существует по крайней мере два элемента x и y , такие, что $F(x)$ и $F(y)$.

Задание 6

Запишите на формальном языке, используя следующие предикаты:

$$T(x) \Leftrightarrow "x - точка",$$

$$Пр(x) \Leftrightarrow "x - прямая",$$

$$Пл(x) \Leftrightarrow "x - плоскость",$$

$$L(x, y) \Leftrightarrow "x лежит на y"$$

1) Через каждые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести единственную плоскость.

2) Через каждые две точки можно провести прямую, и, если эти точки различные, то прямая единственна.

3. Итоговая контрольная работа по теме «Исчисление высказываний»

Задание 1

Построить доказательства в виде дерева и линейные доказательства секвенций

$$1) \quad \Phi \rightarrow X, X \rightarrow \Psi \vdash \Phi \rightarrow \Psi;$$

$$2) \quad \Phi \wedge \Psi \vdash \Psi \wedge \Phi;$$

$$3) \quad \Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow X) \vdash \Phi \wedge \Psi.$$

Задание 2

Построить выводы (квазивыводы) следующих формул:

$$1) (A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B);$$

$$2) (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow ((B \vee A) \rightarrow (A \rightarrow B));$$

Задание 3

Пользуясь теоремой о полноте, доказать, что следующие секвенции выводимы:

$$1) \quad \vdash \neg \neg \neg X \rightarrow \neg X;$$

$$2) \quad \vdash (\neg Y \rightarrow X) \rightarrow (\neg X \rightarrow Y);$$

Оцениваются работы по следующей схеме:

- «отлично» - выполнены все задания либо без недочетов, либо с техническими недочетами типа «описка» и т.д.;
- «хорошо» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в одном или двух заданиях; выполнены без недочетов все задания, кроме одного;
- «удовлетворительно» - выполнены все задания, но содержатся существенные недочеты в более чем двух заданиях; выполнена без недочетов половина заданий и с недочетами еще хотя бы одно задание;
- «неудовлетворительно» - во всех случаях, не перечисленных в предыдущих пунктах.

Демонстрационный вариант теста по разделам 1,2

1. Программа P: J(1,2,5) Начальная конфигурация:
 S(2)
 J(2,3,10)
 J(1,1,1)
 T(2,3)

10	1	3	0	0	0	0	0	0	...
----	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

Записать значение третьего регистра после остановки вычисления программы. Оставить поле пустым, если программа не останавливается.

2. Написать программу машины Тьюринга, вычисляющую функцию $f(x, y) = x + y$.

3. Основные функции: нуль-функция $o(x) = 0$ для всех x ,

функция следования $s(x) = x + 1$,

функции проекции $U_i^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_i$ ($n \geq 1, 1 \leq i \leq n$).

Дана функция

$$f(x_1, x_2, x_3) = U_1^4(s(s(s(U_2^3(x_1, x_2, x_3))))), s(s(o(U_2^2(x_1, x_2))), x_1, s(s(s(U_3^3(x_1, x_2, x_3))))))$$

Вычислить $f(2, 1, 1) =$

4. Получить функцию $g(x) = (x + 1)(x + 2)$ подстановкой из функций $f(x, y) = x \cdot y$ и $s(x) = x + 1$
 $: g(x) =$

5. Функция $h(x)$ задана рекурсивно: $h(0) = 3, h(y + 1) = 2y + h(y)$. Вычислить $h(2) =$

6. Схема примитивной рекурсии:

$h(x, 0) = f(x), h(x, y + 1) = g(x, y, h(x, y))$. Функция $h(x, y)$ определена посредством рекурсии над функциями $f(x) = x, g(x, y, z) = \min(3x, 2yz)$. Вычислить $h(2, 2) =$

7. Для функции $g(x) = \mu z < x (|z - 3| = 8)$ вычислить $g(3) =$ и $g(100) =$

(если значение функции не определено при данном значении переменной – оставить поле пустым)

8. Для функции $g(x, y) = \mu z (|x - y \cdot z| = 0)$ вычислить $g(6, 3) =$ и $g(3, 6) =$

(если значение функции не определено на данном наборе значений переменных – оставить квадрат пустым)

9. Даны множества $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5, 6, 7\}, C = \{6, 7\}$.

Найти множество $(A \cap B) \cup (C \setminus B) =$

и декартово произведение $C \times A =$

10. Указать среди следующих множеств счетные множества:

- множество действительных чисел
- множество целых чисел, кратных 3
- множество отрицательных рациональных чисел
- множество натуральных чисел, меньших 1000

12. Найти область определения $Dom(f(x)) =$ и

область значений $Ran(f(x)) =$ функции $f(x): \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, если $f(x) = sg(5-x)$

Демонстрационная контрольная работа по теме «Алгоритмы в школьном курсе математики»

1. В каждой клетке доски 11×11 стоит шашка. За один ход игрок должен снять с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Кто выигрывает при правильной игре?
2. На доске написаны числа 25 и 36. За один ход разрешается дописать любое натуральное число – разность любых двух имеющихся на доске чисел, если оно еще не встречалось. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
3. Имеется две кучки по 7 камней. За ход разрешается взять один камень из любой кучки или по камню из каждой кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
4. Ферзь стоит на поле $c1$. За ход его можно передвинуть на любое число клеток вверх, или вправо, или по диагонали вправо-вверх. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто выигрывает при правильной игре?
5. Имеется 68 монет разной массы. Как за 100 взвешиваний найти самую тяжелую и самую легкую?
6. Дано шесть гирь: две зеленых, две красных, две синих. В каждой паре одна гиря тяжелая, а другая – легкая, причем все тяжелые гири весят одинаково, а все легкие – тоже. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах найти все тяжелые гири?
7. Имеется четыре монеты, одна из которых фальшивая, отличающаяся от остальных по весу. Имеются также китайские чашечные весы. Весы таковы, что если положить на их чашки одинаковые по массе грузы, то любая из чашек может перевесить, а если грузы различны по массе, то непременно перевесит чашка с более тяжелым грузом. Как за три взвешивания на таких весах наверняка выявить фальшивую монету и определить, легче она или тяжелее настоящих?

8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

Вопросы и задания к зачету (экзамену)

Экзамен проводится в письменной форме по билетам, включающим один теоретический вопрос и три практических задания.

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену

Теоретическая часть:

1. Высказывание и операции над высказываниями. Алгебра высказываний.
2. Формулы алгебры высказываний. Типы формул. Примеры формул разных типов. Взаимосвязь формул разных типов.
3. Эквивалентность формул алгебры высказываний. Основные эквивалентности. Методы доказательства эквивалентности.
4. Классификация множеств формул алгебры высказываний: совместимые (выполнимые), несовместимые (противоречивые, невыполнимые). Критерии проверки.
5. Полнота систем логических связей. Доказательство полноты и неполноты каких-либо систем.
6. КНФ формул алгебры высказываний. Теорема о существовании, алгоритм приведения к КНФ.
7. ДНФ формул алгебры высказываний. Теорема о существовании, алгоритм приведения к ДНФ.
8. Критерий тождественной истинности формул алгебры высказываний.
9. Критерий тождественной ложности формул алгебры высказываний.

10. СКНФ формул алгебры высказываний. Существование и единственность.
11. СДНФ формул алгебры высказываний. Существование и единственность.
12. Булевы функции и их реализация формулами алгебры высказываний.
13. Логическое следование и его свойства. Критерий правильности логического следования.
14. Критерий правильности логического следования, основанный на свойствах СКНФ.
Построение всех следствий из заданных посылок.
15. Критерий правильности логического следования, основанный на свойствах СКНФ
Построение посылок для заданных следствий.
16. Логическое обоснование основных методов доказательства.
17. Необходимые и достаточные условия. Прямые, обратные, противоположные и обратно-противоположные теоремы и их попарные эквивалентности (с доказательством).
18. Построение исчисления высказываний в секвенциальной форме: язык, формулы, секвенции, аксиомы, правила вывода, линейный вывод, теорема.
19. Дерево вывода. Теорема о эквивалентности линейного вывода и вывода в виде дерева.
20. Допустимые правила вывода (доказать 2-3 правила). Квазивывод. Эквивалентность квазивывода и вывода.
21. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления высказываний. Основные эквивалентности (доказательство 2-3).
22. Истинность и тождественная истинность секвенций. Характеризация доказуемых секвенций.
23. Теорема о полноте исчисления высказываний: доказуемость тождественно истинных секвенций
24. Непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний (определение понятий, формулировка и доказательство теорем).
25. Независимость исчисления высказываний (доказательство независимости для 2-х правил).
26. Предикат. Множество истинности предиката. Типы предикатов.
Характеризация множеств истинности предикатов различных типов.
27. Операции над предикатами. Связь операций над предикатами с операциями над их множествами истинности.
28. Формулы алгебры предикатов сигнатуры Σ . Примеры формул различных сигнатур.
29. Истинность формул алгебры предикатов на алгебраических системах сигнатуры Σ .
30. Типы формул алгебры предикатов. Примеры формул разных типов.
31. Эквивалентность формул алгебры предикатов. Основные эквивалентности формул алгебры предикатов, полученные из эквивалентностей алгебры высказываний (доказательство 2-3).
32. Эквивалентность формул алгебры предикатов. Доказательство законов де Моргана для кванторов.
33. Эквивалентность формул алгебры предикатов. Доказательство эквивалентностей, описывающих свойства перестановок операций квантификации с другими операциями (доказательство 2-3).
46. Теория 1-го порядка: описание различных способов построения, определение различных свойств (аксиоматизируемость, непротиворечивость, полнота, разрешимость, категоричность).
Примеры теорий 1-го порядка: теория групп, теория колец, теория полей.

Практические задания:

1. Установление типа формулы, множества формул с использованием критериев.
2. Доказательство эквивалентности формул.
3. Приведение формул к нормальному виду (КНФ, ДНФ, СКНФ, СДНФ).
4. Построение формул алгебры высказываний, реализующих булевы функции.
5. Упрощение релейно-контактных схем.
6. Необходимые и достаточные условия, преобразование утверждений в обратные, противоположные и обратные к противоположным утверждениям.

7. Логическое следование. Проверка правильности. Построение следствий из заданных суждений. Построение посылок для заданных суждений.
8. Установление типа предиката (типа формулы алгебры предикатов) через построение множеств истинности (алгебраических систем, реализующих формулу).
9. Запись математических предложений формулами алгебры предикатов.
10. Доказательство эквивалентности формул алгебры предикатов: по определению или через эквивалентные преобразования.
11. Доказательство выводимости секвенций через построение вывода с использованием теоремы о полноте.
12. Доказательство допустимости правил вывода исчисления высказываний.
13. Синтаксическая эквивалентность формул исчисления высказываний

Вопросы и задания к зачету по теории алгоритмов

1. Машина Тьюринга. Тезис Черча.
2. Нумерация декартовых произведений. Нумерация команд. Нумерация программ. Нумерация вычислимых функций (функции π, ζ, τ, β)
3. Теорема о существовании невычислимой всюду определенной функции
4. Универсальная функция
5. Основные неразрешимые проблемы.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N121 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование», с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании)» (приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от «18» октября 2013 г. № 544н).

Авторы программы:

Дулатова Зайнеп Асаналиевна, к.ф.-м.н., зав. кафедрой математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»;

Е.С. Лапшина, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики обучения математике ПИ ФГБОУ ВО «ИГУ»

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры - разработчика программы.