



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий
Кафедра информационных технологий



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.24 Математическая логика

Направление подготовки информационные технологии	02.03.02	Фундаментальная	информатика	и
Направленность (профиль) подготовки программная инженерия		Фундаментальная информатика и		
Квалификация выпускника	бакалавр			
Форма обучения	очная			

Иркутск 2025 г.

1. Цели и задачи дисциплины

Цель

систематическое изложение основ математической логики.

Задачи:

познакомить студентов с аппаратом математической логики, дать понимание теоретической базы курсов по информационным технологиям.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к обязательной части программы и изучается на третьем курсе.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, сформированные следующими дисциплинами: информатика, дискретная математика, дискретные структуры.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: системы искусственного интеллекта, теория алгоритмической сложности.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование компетенций (элементов следующих компетенций) в соответствии с ФГОС ВО по соответствующему направлению подготовки.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИДК УК1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	Умеет определять условия в задачах.
	ИДК УК1.2 Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Умеет выделять главное в условиях задач. Владеет методами приведения формул к аксиомам.
	ИДК УК1.3 Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	Знает способы поиска источников информации по различным типам запросов Умеет искать источники информации на русском и иностранном языках Владеет способами поиска источников информации на русском и иностранном языках
	ИДК УК1.4 При обработке информации отличает	Знает способы нахождения следствий из посылок

	факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы, в том числе с применением философского понятийного аппарата	Умеет находить следствия из посылок Владеет техникой решения задач на нахождение следствий из посылок
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИДК ОПК1.1 Знает основы математики и вычислительной техники.	Знает основные понятия логики и исчисления высказываний, логики и исчисления предикатов; основные виды неклассических логик. Умеет проверять доказуемость формул и секвенций; строить выводы в ИВ и ИП; исследовать на противоречивость множества формул; строить предложения, отличающие одни модели от других; находит нормальные формы формул ИВ и ИП; строить модели для непротиворечивых множеств формул; переводить информацию с языка конкретной задачи на язык математической логики и строить математические модели простейших систем и процессов; выбирать методы решения задач на основе анализа построенной математической модели. Владеет методами формализации и использования средств математической логики при решении профессиональных задач.
	ИДК ОПК1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением математических знаний	
	ИДК ОПК1.3 Способен проводить теоретические и экспериментальные исследования объектов профессиональной деятельности	
УК-4 Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	ИДК УК4.1 Осуществляет поиск источников информации на русском и иностранном языках	Знает способы поиска источников информации на русском и иностранном языках Умеет искать источников информации на русском и иностранном языках Владеет способами поиска источников информации на русском и иностранном языках
	ИДК УК4.2 Использует информационно-	Знает информационно-коммуникационные технологии

	коммуникационных технологий для поиска, обработки и представления информации	для поиска, обработки и представления информации Умеет использовать информационно-коммуникационные технологии для поиска, обработки и представления информации Владеет информационно-коммуникационными технологиями для поиска, обработки и представления информации
	ИДК ук4.3 Выполняет составление и корректный перевод академических и профессиональных текстов с иностранного языка на государственный язык РФ и с государственного языка РФ на иностранный	Знает информационные ресурсы для перевода текстов Умеет использовать информационные ресурсы для перевода текстов
	ИДК ук4.4 Проводит представление результатов академической и профессиональной деятельности на публичных мероприятиях	Знает способы представления результатов академической и профессиональной деятельности на публичных мероприятиях Умеет представлять результаты академической и профессиональной деятельности на публичных мероприятиях
	ИДК ук4.5 Осуществляет ведение академической и профессиональной дискуссии на государственном языке РФ и/или иностранном языке	Умеет вести дискуссии на государственном языке РФ и/или иностранном языке
	ИДК ук4.6 Выбирает стиль делового общения применительно к ситуации взаимодействия, ведение деловой переписки	Умеет выбирать стиль делового общения применительно к ситуации взаимодействия

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа, в том числе 35 часов на контроль, практическая подготовка _144 час.
Форма промежуточной аттестации: 5 семестр — экзамен.

4.1. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ, С УКАЗАНИЕМ ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ И ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Се мес тр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоя тельная работа + контроль	
			Лекции	Семинарские (практические занятия)	Контроль обучения		
1	Логика высказываний		4	4	1	11	Контрольные задания
2	Исчисление высказываний		6	6	1	11	Задания в SC
3	Логика предикатов		6	8	4	16	Задания в ФОРМАЛ
4	Исчисление предикатов		8	8	2	6	Контрольные задания
5	Логика и программирование		4	2		4	Контрольные задания
6	Введение в теорию алгоритмов		6	6	2	15	Задания на olimp.isu.ru
Итого часов			34	34	10	66	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине—

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы УМО расположено в ИОС Educa на странице курса
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Затраты времени (час.)		
3	Логика высказываний	<i>УИЛТИн</i>	1-я половина курса + подготовка к экз.	11		
	Исчисление высказываний	<i>УИЛТИн</i>	1-я половина курса + подготовка к экз.	11	Задания в SC	УМО расположено в ИОС Educa на странице курса
	Логика предикатов	<i>УИЛТИн</i>	1-я половина курса + подготовка к экз.	16	Задания в ФОРМАЛ	УМО расположено в ИОС Educa на странице курса
	Исчисление предикатов	<i>УИЛТИн</i>	2-я половина курса + подготовка к экз.	6		УМО расположено в ИОС Educa на странице курса
	Логика и программирование	<i>УИЛТИн</i>	2-я половина курса + подготовка к экз.	4		УМО расположено в ИОС Educa на странице курса
	Введение в теорию алгоритмов	<i>УИЛТИн</i>	2-я половина курса + подготовка к экз.	15	Задания на olimp.isu.ru	УМО расположено в ИОС Educa на странице курса
Общая трудоемкость самостоятельной работы по дисциплине (час)				66		
Из них объем самостоятельной работы с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час)				66		

Виды самостоятельной работы:

*Р – написание реферата, Д – подготовка доклада, У – выполнение упражнений,
Э – написание эссе, Пт – выполнение проекта, К - кейс-задание, Пф – портфолио,
И – информационный поиск, Прз – презентация, Л – изучение литературы,
Т (по желанию) — заполнение таблицы Донны Огл «Знал, хотел узнать, узнал»
Ин (по желанию) — заполнение таблицы, содержащей 4 столбца — «V» - уже знал, «+» — новое, «-» — думал иначе, «?» — не понял,
есть вопросы.*

4.3. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Логика высказываний

- Логика высказываний. Высказывания. Логические связки. Таблицы для логических связей.
- Язык логики высказываний. Формулы. Интерпретации. Выполнимые формулы (3-4 примера). Тавтологически истинные формулы, определение и примеры (3-4).
- Эквивалентные формулы логики высказываний. Определение. Примеры эквивалентных формул с доказательством эквивалентности.
- Теорема о существовании для данной формулы эквивалентной, не содержащей импликации.
- Теорема о существовании для данной формулы эквивалентной, не содержащей импликации и с тесным отрицанием.
- Теорема о подстановке в ЛВ.
- Теорема о дизъюнктивной нормальной форме.
- СДНФ и способы ее построения.
- Двойственные формулы. Принцип двойственности.
- Конъюнктивная нормальная форма. Способы построения КНФ.

Исчисление высказываний

- Формальные исчисления. Разрешимость, полнота и непротиворечивость.
- Исчисление высказываний. Аксиомы. Правила вывода. Дерево доказательства.
- Допустимые правила вывода в ИВ.
- Эквивалентные формулы в ИВ.
- Семантика ИВ. Теорема о тавтологической истинности доказуемых секвенций.
- Теорема об адекватности ИВ логике высказываний.
- Семантические таблицы для логики высказываний.

Логика предикатов

- Логика предикатов. Язык логики предикатов. Термы и формулы.
- Свободные и связанные вхождения переменных в формулы.

- Сигнатура. Алгебраические системы заданной сигнатуры.
- Истинность формул на алгебраических системах.
- Выполнимые и логически общезначимые формулы.
- Логическое следствие. Теорема о логическом следствии.
- Семантические таблицы для логики предикатов. Правила вывода.
- Эквивалентность формул в логике предикатов.
- Нормальные формы формул ЛП.

Исчисление предикатов

- Исчисление предикатов. Правила вывода. Дерево доказательства.
- Эквивалентные формулы в ИП.
- Семантика ИП. Теорема о тождественной истинности доказуемых секвенций.
- Теорема об адекватности ИП логике предикатов.

Логика и программирование

- Интуиционистская логика.
- Модели Крипке для интуиционистской логики.
- Примеры интуиционистски общезначимых и необщезначимых формул.
- Модальные логики.
- Модели Крипке для модальных логик.
- Логика в информатике

Введение в теорию алгоритмов

- Интуитивное понятие алгоритма. Свойства. Необходимость математических моделей алгоритмов.
- Машины Тьюринга. Тезис Тьюринга. Проблема самоприменимости машин Тьюринга.
- Неразрешимые массовые проблемы.
- Теорема Райса.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)		Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)*
			Всего часов	Из них практичес- кая подготовк а		
1	2	3	4	5	6	7
	1	Логика высказываний	4	4	устный опрос, письменные задания	См. п. 3
	2	Исчисление высказываний	6	6	устный опрос, письменные задания	См. п. 3
	3	Логика предикатов	8	8	устный опрос, письменные задания	См. п. 3
	4	Исчисление предикатов	8	8	устный опрос, письменные задания	См. п. 3
	5	Логика и программирование	2	2	устный опрос, письменные задания	См. п. 3
	6	Введение в теорию алгоритмов	6	6	устный опрос, письменные задания	См. п. 3
		Всего	34			

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СР)

Неразрешимые массовые проблемы.

4.4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Методические указания по организации самостоятельной работы расположены в ИОС Educa на странице курса

4.5. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ (ПРОЕКТОВ)

Не предусмотрено.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) перечень литературы

1. Михальченко, Г. Е. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Г.Е. Михальченко. _ Красноярск : СФУ, 2018. _ 74 с. _ ISBN 978-5-7638-3932-6. _ Текст : элек-тронный // Лань : электронно-библиотечная система. _ URL: <https://e.lanbook.com/book/157586> (дата обращения: 23.12.2021). _ Режим доступа: для авториз. пользователей. +
2. Геут, К. Л. Математическая логика и теория алгоритмов : учебно-методическое пособие / К. Л. Геут, С. С. Титов. _ Екатеринбург : , 2017. _ 85 с. _ Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. _ URL: <https://e.lanbook.com/book/121389> (дата обращения: 23.12.2021). _ Режим доступа: для авториз. пользователей. +
3. Вайнштейн, Ю. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Ю.В. Вайнштейн, Т. Г. Пенькова, В. И. Вайнштейн. _ Красноярск : СФУ, 2019. _ 110 с. _ ISBN978-5-7638-4076-6. _ Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. _ URL:<https://e.lanbook.com/book/157585> (дата обращения: 23.12.2021). _ Режим доступа: для авториз.пользователей. +
4. Зюзьков, В. М. Введение в математическую логику : учебное пособие / В. М. Зюзьков. 2-е изд., испр. _ Санкт-Петербург : Лань, 2021. _ 268 с. _ ISBN 978-5-8114-3053-6. _ Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. _ URL: <https://e.lanbook.com/book/169225> (дата обращения: 23.12.2021). _ Режим доступа: для авториз. пользователей +
5. Клини, Стивен Коул. Математическая логика [Текст] : научное издание / С. К. Клини ; Пер. с англ. Ю. А. Гастева, ред. Г. Е. Минц. - 2-е изд., стер. - М. : Едиториал УРСС, 2005. - 480 с. ; 21 см. - Библиогр.: с.451-465 . - Предм. указ.: с.470-478 . - Пер. изд. : Mathematical logic / Cole Kleene Stephen. - ISBN 5-354-01011-x : 235.00 р., 236.00 р. УДК 510.6 +
6. Колмогоров, Андрей Николаевич. Математическая логика [Текст] : учеб. пособие для студ. мат. спец. вузов / А. Н. Колмогоров, А. Г. Драгалин ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. - 2-е изд., стер. - М. : Едиториал УРСС, 2005. - 238 с. ; 22 см. - (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 228. - Указ.: с. 229-236. - ISBN 5-354-01003-9 : 150.65 р. УДК 510.6(075.8) +
7. Лавров, Игорь Андреевич. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Текст] : методические указания / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. - 5-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2006. - 255 с. ; 20 см. - Библиогр.: с. 248-249. - Предм. указ.: с. 250-255. - ISBN 5-9221-0026-2 : 150.00 р., 233.61 р. УДК 510.22(076.1) 510.6(076.1) 510.51(076.1) +

б) периодические издания

в) список авторских методических разработок:

электронные материалы лекций, расположенные в ИОС Educa

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы__

1. <http://www.window.edu.ru> — Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Полнотекстовая электронная библиотека учебных и учебно-методических материалов (федеральный ресурс).
2. [http:// www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru) — Образовательный математический сайт
3. <http://www.mccme.ru/free-books> — Московский центр непрерывного математического образования. Материалы (полные тексты) свободно распространяемых книг по математике.

4. <https://www.biblio-online.ru/> — Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»
 6. <https://e.lanbook.com/> — Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
 7. ИОС ИГУ EDuca
 8. <https://welcome.stepik.org/ru> — Онлайн-курсы от ведущих вузов и компаний страны
 9. <https://openedu.ru/> — Открытое образование
-

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. УЧЕБНО-ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ:

Для проведения лекционных занятий необходима аудитория с презентационным оборудованием, для проведения практических занятий необходима аудитория на 25-30 рабочих мест (в зависимости от численности учебной группы), оборудованная доской, презентационной техникой.

6.2. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

LaTeX – с использованием сборки TeXLive (или возможность выхода на онлайн-ресурс Overleaf), pdf-view'ep.

6.3. ТЕХНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА:

ИОС EDUCA, DOMIC, презентационное оборудование, персональный компьютер с возможностью демонстрации презентаций в формате pdf.

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации данного курса используются следующие образовательные технологии: технологии традиционного обучения, игровые технологии, технологии проблемного обучения, технологии обучения в сотрудничестве, технологии контекстного обучения, интерактивные технологии, технологии дистанционного обучения, активные педагогические технологии.

8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ

Не предусмотрено.

8.2. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

В течение семестра обязательно выполнение заданий в системе SC (программа автоматического построения дерева доказательства в исчислении высказываний), получение слова «Победа» в системе ФОРМАЛ, решение 3-х задач из списка на сайте olymp.isu.ru

Пример секвенций, для которых необходимо построить дерево доказательства

$$34.(12) (X \& Y) \vee (X \& Z) \vdash X \& (Y \vee Z)$$

$$35.(13) X \vee (Y \& Z) \vdash (X \vee Y) \& (X \vee Z)$$

$$36.(11) X \& (Y \vee Z) \vdash (X \& Y) \vee (X \& Z)$$

$$37.(14) (X \vee Y) \& (X \vee Z) \vdash X \vee (Y \& Z)$$

$$38.(6) \overline{(X \& Y)} \vdash \bar{X} \vee \bar{Y}$$

$$39.(7) \bar{X} \vee \bar{Y} \vdash \overline{(X \& Y)}$$

$$40.(8) \overline{(X \vee Y)} \vdash \bar{X} \& \bar{Y}$$

Пример заданий на построение машины Тьюринга

8) Построить МТ, упорядочивающую по возрастанию слева направо последовательность из символов 0, 1, 2. На вход подается произвольная последовательность из символов 0, 1, 2, на выходе должна получиться упорядоченная последовательность, содержащая все нули, далее все единицы и все двойки исходной. Примеры работы:

2011200 $\rightarrow$ 0001122

200202220 $\rightarrow$ 000022222.

9) Построить МТ, делящую четное число в унарной записи пополам. На вход подается четное число в унарной записи. На выходе должно получиться в два раза меньшее число, записанное так же в унарной записи. Пример работы:

||||| $\rightarrow$ |||.

8.3. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

1 тур. Квалификация, ИОС Educa

Необходимо пройти тест (общее время теста — 90 мин.) Тест проводится в дни подготовки к экзамену, если таких дней нет, то перед сессией.

Квалификация считается пройденной, если набрано не менее 60 баллов.

2 тур. День экзамена (9.00-10.30 или 14.00-15.30, основная часть). Будет предложен билет с 3 вопросами: 2 теоретических и 1 практический. При ответе на 1 теоретический вопрос надо будет дать основные определения, привести примеры, указать свойства (как правило без доказательства). При ответе на 2 теоретический вопрос надо будет доказать некоторое утверждение.

3 тур. (10.30-... (15.30-), итоговый). Будет проведено собеседование для тех, кто по итогам второго тура набрал 4 балла.

Образец вопросов из теста

Высказывание $\forall x(D(x, 17) \rightarrow P(x))$, если $P(x)=и \Leftrightarrow x$ - простое число и $D(x, y)=и \Leftrightarrow x$ делится на y , является ложным.

Выберите один ответ:

☐ Верно

☐ Неверно

Формула $\forall xP(x) \rightarrow \exists xP(x)$ является 2-общезначимой.

Выберите один ответ:

☐ Верно

☐ Неверно

Формула $\Phi(x, y, z, u)$ принимает значение И тогда и только тогда, когда истинна формула $z \& u$. Сколько членов содержит СКНФ для Φ ?

Выберите один ответ:

☐ a. 6

☐ b. 12

☐ c. 2

☐ d. 4

Образец билета

БИЛЕТ 6

- 1** Предикаты. Примеры предикатов. Область истинности предиката.
 - 2** Теорема об адекватности ИВ логике высказываний
 - 3** Пусть $\mathfrak{M} = \langle N; S, P \rangle$, где $S(x, y, z) = \text{и} \Leftrightarrow x + y = z$. Записать замкнутую формулу, выражающую в этой модели ассоциативность сложения.
- Экзаменатор _____ Пантелеев В.И.

Разработчики:



(подпись)

Зав. каф. АиИС
(занимаемая должность)

Пантелеев В.И.
(Ф.И.О.)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» (уровень бакалавриата), утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 г. N 808, зарегистрированный в Минюсте России «14» сентября 2017 г. № 48185 с изменениями и дополнениями с изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.