



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий
Кафедра информационных технологий



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.23 Алгебраические системы

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем

Направленность (профиль) подготовки Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем

Квалификация выпускника бакалавр

Форма обучения очная

Иркутск 2025 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель

Дать представление о теоретической основе ИТ-дисциплин, в том числе: базы данных, криптография, защита информации

Задачи:

- Познакомить студентов с основными структурами алгебры: группы, кольца, поля.
- Изучить конечные поля, как основу криптографии.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.23 Алгебраические системы относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: линейная алгебра, дискретная математика, дискретные структуры.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: информационная безопасность.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать способы поиска источников информации по различным типам запросов, способы нахождения следствий из посылок, основные структуры алгебры: группы, кольца, поля

уметь определять условия в задачах, выделять главное, искать источники информации на русском и иностранном языках, решать типовые задачи

владеть способами поиска источников информации на русском и иностранном языках, техникой решения задач на нахождение следствий из посылок, методами формализации и использования средств алгебры при решении профессиональных задач.

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 4 зачетных ед., 144 час.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы			Формы текущего контроля; Формы промежут. аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися		Самос т. работа	
		Лекци и	Лаб. заняти я	Практ. заняти я	
Алгебраические системы	4	4		4	2
Группы	4	10		10	8 Тест
Кольца	4	6		6	4 Тест+КР
Поля	4	12		12	12 Тест+КР
Итого (4 семестр):		32		32	26 экз.

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Алгебраические системы	УИЛТИН	1-я половина курса	2	Вопросы	Уч.-мет. материалы на стр. курса в ИОС Educa
Группы	УИЛТИН	1-я половина курса	8	Тест	Уч.-мет. материалы на стр. курса в ИОС Educa
Кольца	УИЛТИН	2-я половина курса	4	Тест+КР	Уч.-мет. материалы на стр. курса в ИОС Educa
Поля	УИЛТИН	2-я половина курса	12	Тест+КР	Уч.-мет. материалы на стр. курса в ИОС Educa
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			26		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)			26		

Виды самостоятельной работы:

P – написание реферата, D – подготовка доклада, У – выполнение упражнений, Э – написание эссе, Пт – выполнение проекта, К - кейс-задание, Пф – портфолио, И – информационный поиск, Прз – презентация, Л – изучение литературы, Т (по желанию) – заполнение таблицы Донны Огл «Знал, хотел узнать, узнал» Ин (по желанию) – заполнение таблицы, содержащей 4 столбца – «V» - уже знал, «+» — новое, «-» – думал иначе, «?» – не понял, есть вопросы.

4.3. Содержание учебного материала

. Алгебраические системы

- Множества. Отношения и отображения. Отношение эквивалентности.
- Бинарные алгебраические операции. Свойства. Нейтральные элементы. Обратимость.
- Алгебраические системы, подсистемы. Гомоморфизм алгебраических систем. Изоморфизм алгебраических систем.

2. Группы

- Определение группы.
- Порядок элемента группы. Свойства.
- Подгруппы.
- Циклические подгруппы.
- Смежные классы по подгруппе. Теоремы о смежных классах.
- Теорема Лагранжа. Следствия. Теорема Эйлера.
- Теорема Коши для конечных групп.
- Описание всех групп малых порядков.
- Нормальные подгруппы.
- Факторгруппы.
- Гомоморфизмы групп.
- Свойства гомоморфизма.
- Теоремы о гомоморфизмах групп.

3. Кольца

- Кольца.
- Кольцо целых чисел.
- Кольцо многочленов над кольцом К. Операции над многочленами. Вложимость кольца К в кольцо многочленов.
- Деление с остатком в кольце многочленов.
- Схема Горнера.
- Идеалы колец и факторкольца.
- Отношение неотличимости по идеалу.
- Кольцо классов вычетов по модулю.
- Обратимость.

4. Поля

- Поля.
- Дроби в поле. Свойства дробей.
- Гомоморфизмы и изоморфизмы полей.
- Простые поля. Теорема о простом подполе произвольного поля.
- Характеристика поля.
- Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Тригонометрическая и алгебраическая форма комплексных чисел.
- Извлечение корней из комплексных чисел.
- Теорема о комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами.
- Поле разложения многочлена.
- Расширение поля. Конечные расширения.
- Алгебраические элементы поля.
- Теорема об алгебраичности конечных расширений.
- Автоморфизмы поля. Группа автоморфизмов. Свойства простого под поля относительно автоморфизма.
- Конечные поля.
- Неподвижные при автоморфизме элементы поля.

- Мультиплекативная группа поля.
- Число элементов подполя конечного поля.
- Конечномерные алгебры над полем.
- Алгебра кватернионов.
- Теорема Фробениуса для конечномерных алгебр над полем R.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Алгебраические системы	4	Конт. вопросы	УК-1, ОПК-1
Группы	10	Тесты	УК-1, ОПК-1
Кольца	6	Тесты +К.Р.	УК-1, ОПК-1
Поля	12	Тесты +К.Р.	УК-1, ОПК-1

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Не предусмотрено

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмыслиния и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у

себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они высажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное

выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

a) перечень литературы

1. Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре : учебник для вузов / А. Г. Курош. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 556 с. — ISBN 978-5-507-44067-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/208670>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.+
2. Глухов, М. М. Алгебра : учебник / М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-4775-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126718>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Каргаполов, М. И. Основы теории групп : учебное пособие / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0894-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210266>. — Режим доступа: для авториз. Пользователей
4. Шилин, И. А. Введение в алгебру. Группы : учебное пособие / И. А. Шилин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1419-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211004>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Окунев, Л. Я. Сборник задач по высшей алгебре : учебное пособие / Л. Я. Окунев. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0900-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210329>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Сборник задач по алгебре [Текст] : учеб. пособие / под ред. А. И. Кострикина. - М. : Наука, 1987. - 351 с.

б) периодические издания

в) список авторских методических разработок:

электронные варианты лекций в ИОС EDUCA

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://www.window.edu.ru> — Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Полнотекстовая электронная библиотека учебных и учебно-методических материалов (федеральный ресурс).
2. <http://www.exponenta.ru> — Образовательный математический сайт
3. <http://www.mccme.ru/free-books> — Московский центр непрерывного математического образования. Материалы (полные тексты) свободно распространяемых книг по математике.
4. <https://www.biblio-online.ru/> — Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»
6. <https://e.lanbook.com/> — Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
7. ИОС ИГУ EDuca
8. <https://welcome.stepik.org/ru> — Онлайн-курсы от ведущих вузов и компаний страны
9. <https://openedu.ru/> — Открытое образование

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

6.2. Программное обеспечение

LaTeX – с использованием сборки TeXLive (или возможность выхода на онлайн-ресурс Overleaf), pdf-view'ep.

ИСЛИТЬ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТРЕБУЕМОЕ ДЛЯ ДИСЦИПЛИНЫ

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

Тесты по всем разделам в ИОС Educa, контрольные работы по темам Кольцо целых чисел, поле Комплексных чисел.

Образец заданий из контрольной работы по теме Кольцо целых чисел

2. Найти НОД(a, b) и найти целые x, y такие, что $ax + by = \text{НОД}(a, b)$, если

- 0) $a = 420, b = 126$; 1) $a = 476, b = 1258$; 2) $a = 988, b = 2014$;
3) $a = 874, b = 1518$; 4) $a = 1253, b = 252$; 5) $a = 529, b = 1541$.
6) $a = 874, b = 1520$; 7) $a = 1253, b = 251$; 8) $a = 529, b = 1542$.

3. Найти все целые решения уравнения

- 0) $21x + 9y = 15$; 1) $27x + 18y = 12$; 2) $275x + 145y = 10$;
3) $46x + 98y = 106$; 4) $36x + 21y = 123$; 5) $28x - 48y = 60$;
6) $60x - 35y = 145$; 7) $14x - 38y = 46$; 8) $86x + 74y = 42$.

Образец заданий из контрольной работы по теме поле Комплексных чисел

1.4. Найти все значения корня из комплексного числа

$$\begin{array}{lll} 0) \sqrt[7]{\frac{(2+2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^8}{(1-i)^8}}; & 1) \sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1+\sqrt{3}i)^6}{(1-i)^{10}}}; & 2) \sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^7}{(1-i)^{12}}}; \\ 3) \sqrt[8]{\frac{1+i}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}}; & 4) \sqrt[10]{\frac{1-i}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i}}; & 5) \sqrt[12]{\frac{1-i}{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}}; \\ 6) \sqrt[7]{\frac{(3+3i)^{10}(2-2\sqrt{3}i)^5}{(1-i)^8}}; & 7) \sqrt[7]{\frac{(5-5i)^{12}(2+2\sqrt{3}i)^6}{(1+i)^{10}}}; & 8) \sqrt[7]{\frac{(1-i)^{18}(2-2\sqrt{3}i)^7}{(1+i)^{12}}}; \\ 9) \sqrt[7]{\frac{(1+i)^{18}(2-2\sqrt{3}i)^7}{(1+i)^{12}}}. \end{array}$$

1.5. Решить систему уравнений

$$0) \begin{cases} (2+i)x - (3+i)y = i; \\ (3-i)x + (2+i)y = -i; \end{cases} \quad 1) \begin{cases} (2-i)x - (3+i)y = i; \\ (3-i)x + (2-i)y = -i; \end{cases}$$

На странице курса в ИОС Educa находятся типовые задачи, которые рассматриваются на практических занятиях.

Примеры оценочных средств текущего контроля

- 1.
- 2.
- 3.

Например:

Демонстрационный вариант контрольной работы №1 (№2, №3)

Демонстрационный вариант теста №1 (№2, №3)

Вопросы для собеседования №1 (№2, №3)

Вопросы для коллоквиума №1 (№2, №3)

Темы рефератов и др.

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Промежуточный контроль – экзамен по программе курса. Вся необходимая информация находится в ИОС Educa на странице курса. Для допуска к экзамену необходимо выполнить все тесты (уровень ≥ 60) и все контрольные работы (уровень ≥ 3). На экзамене необходимо будет показать умение решать типовые задачи и ответить на вопросы билета.

Образцы типовых

-
1. Построить конечное поле из 4 элементов. Указать примитивные элементы.
 2. Найти все значения корня из комплексного числа

$$0) \sqrt[7]{\frac{(2+2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^8}{(1-i)^8}}; \quad 1) \sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1+\sqrt{3}i)^6}{(1-i)^{10}}}; \quad 2) \sqrt[7]{\frac{(2-2i)^{20}(1-\sqrt{3}i)^7}{(1-i)^{12}}};$$

3. Построить решетку подполей поля $F_{2^{30}}$.

Образец билета

Б И Л Е Т 13(4-5)

- 1** Поле разложения многочлена.
2 Покажите, что каждый элемент конечного поля есть сумма двух квадратов.

Экзаменатор _____ Пантелейев В.И.

Разработчики



(подпись)

Зав. каф. АиИС
(занимаемая должность)

Пантелейев В.И.
(Ф.И.О.)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» (уровень бакалавриата), утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 г. № 808, зарегистрированный в Минюсте России «14» сентября 2017 г. № 48185 с изменениями и дополнениями с изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.

Программа рассмотрена на заседании кафедры Алгебраических и информационных систем ИМИТ ИГУ «24» марта 2022 г.

Протокол № 9 Зав. кафедрой _____
Настоящая программа, не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.