



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



ТВЕРЖДАЮ

Директор

А.В. Семиров

10 апреля 2024 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.О.22 Содержательные особенности обучения в общем образовании**

Направление подготовки 44.03.01. Педагогическое образование

Направленность (профиль) подготовки Математика

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения заочная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 6 от « 28 » марта 2024 г.

Протокол № 7 от « 21 » марта 2024 г.

Председатель  М.С. Павлова

Зав. кафедрой  О.С. Будникова

Иркутск 2024 г.

I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Цель дисциплины: освоение основных понятий и методов математических теорий, составляющих содержание основного математического образования в школе алгебраической направленности. Дисциплина представляет собой важный элемент базовой профессиональной подготовки. Представленный в ее содержании теоретический материал имеет общематематическое значение, его знание необходимо получения фундаментального математического образования и ведения педагогической деятельности по математическому профилю.

Задачи дисциплины:

- освоение базовых понятий и методов математических теорий, составляющих содержание основного курса математики в школе алгебраического характера;
- изучение базовых понятий и методов основ теории множеств и теории графов;
- изучение базовых понятий и методов комбинаторики: классификации, упорядоченного перебора и подсчета числа комбинаций из дискретных объектов; применение комбинаторики в решении задач дискретной математики и алгебры;
- формирование навыков работы с объектами дискретной математики;
- изучение базовых понятий и методов теории делимости и теории сравнений;
- формирование представлений о связи рассматриваемой теории с задачами школьного курса математики;
- формирование понимания общей структуры математического знания;
- овладение символьным языком математики на примере изучаемых теорий;
- формирование представления о взаимосвязи между различными разделами математики и связи их со школьным курсом математики.

II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к блоку Б1 (Дисциплины), обязательная часть.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Решение профессиональных задач (практикум).

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Математическая логика и теория алгоритмов, Теория вероятностей и математическая статистика

III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и	ИДК-УК.1.1: Осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации,	Знать: принципы и методику проведения критического анализа Уметь: осуществлять поиск,

синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	необходимой для решения поставленных задач	критический анализ и синтез информации Владеть: техникой поиска и методами анализа информации
	ИДК-УК.1.2: Применяет системный подход для решения поставленных задач	Знать: основной понятийно-терминологический аппарат теории системного подхода Уметь: устанавливать взаимосвязи между основными объектами предметной области Владеть: основными математическими методами решения задач
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ИДК ОПК8.1: использует методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний	Знать: методы анализа педагогической ситуации Уметь: анализировать педагогическую ситуацию Владеть: основными приемами педагогического воздействия
	ИДК ОПК8.2: демонстрирует специальные научные знания, в том числе в предметной области	Знать: обоснование основных алгоритмов элементарной теории чисел и дискретной математики, иметь представление о применении алгоритмов в задачах теории графов Уметь: применять изученные алгоритмы для решения задач практического и теоретического характера Владеть: алгоритмами элементарной теории чисел и дискретной математики
	ИДК ОПК8.3: владеет методами научно-педагогического исследования в предметной области	Знать: общие требования к представлению результатов научно-педагогического исследования в предметной области Уметь: представлять результаты научно-педагогического исследования Владеть: методами научно-педагогического исследования в предметной области
	ИДК ОПК8.4: осуществляет педагогическую деятельность на основе знаний возрастной	Знать: основные закономерности развития когнитивной и личностной сфер обучающихся Уметь: конструировать элементы образовательного процесса на

	анатомии, физиологии и школьной гигиены	основе знаний возрастной анатомии, физиологии и школьной гигиены, в том числе в контексте выявленных в процессе рефлексии проблемных зон Владеть: технологией конструирования элементов образовательного процесса
ПК-1 способен использовать основные положения фундаментальных и прикладных разделов математики для решения теоретически и практических задач учебного характера, формирует эту способность у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне	ИДК ПК1.1: преобразовывает стандартные математические выражения по основным правилам в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные свойства операций модулярной арифметики, свойства чисел сочетаний Уметь: выполнять допустимые действия с элементами изученных математических структур Владеть: техникой алгебраических преобразований
	ИДК ПК1.2: строит, используя аналогию, интерпретации математических выражений в различных предметных областях и практике в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне	Знать: основные понятия, терминологию и положения основ теории множеств и комбинаторики; основные понятия и положения теории графов; определения основных понятий, формулировки основных результатов, описания методов и алгоритмов теории чисел Уметь: строить интерпретации математических выражений в изучаемых предметных областях Владеть: теоретическими основами использования аналогии
	ИДК ПК1.3: строит, используя аналогию, математические модели для конкретизированных объектов других предметных областей и практики в рамках задач учебного курса, формирует эти умения у	Знать: основные понятия, терминологию и положения основ теории множеств и комбинаторики; основные понятия и положения теории графов; определения основных понятий, формулировки основных результатов, описания методов и алгоритмов теории

	обучающихся в процессе реализации основных программ обучения математике на соответствующем уровне	чисел Уметь: использовать положения и методы теории делимости, сравнений, непрерывных дробей для анализа целочисленных конструкций; описывать различные математические структуры в терминах теории множеств; задавать и исследовать графы Владеть: теоретическими основами использования аналогии
--	---	---

IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курс 2		Курс 3		Курс 4		Курс 5
		зимняя сессия	летняя сессия	зимняя сессия	летняя сессия	зимняя сессия	летняя сессия	зимняя сессия
Аудиторные занятия (всего)	56	4	12	8	8	8	8	8
В том числе:								
Лекции	26	2	6	4	2	4	4	4
Практические занятия (ПЗ)	30	2	6	4	6	4	4	4
Лабораторные работы (ЛР)								
Консультации (Конс)								
Самостоятельная работа (СР)	434	68	88	64	83	64	47	20
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	26		зачет 4		экз 9		экз 9	экз 4
Контроль (КО)	24		4		8		8	4
Контактная работа (всего)*	80	4	16	8	16	8	16	12
Общая трудоемкость: часы	540	72	108	72	108	72	72	36
зачетные единицы	15	5		5		4		1

* Контактная работа включает в себя: учебные занятия (лекции, практические занятия, лабораторные работы), консультации, иную контактную работу (проведение промежуточной аттестации), предусматривающую групповую или индивидуальную работу обучающихся с педагогическими работниками. Контактная работа может быть аудиторной, внеаудиторной, а также проводиться в электронной информационно-образовательной среде.

Модуль 1. Б1.О.21.01 Теория чисел

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курс 2	
		зимняя сессия	летняя сессия
Аудиторные занятия (всего)	16	4	12
В том числе:			
Лекции	8	2	6
Практические занятия (ПЗ)	8	2	6
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (СР)	156	68	88
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	4		зачет 4
Контроль (КО)	4		4
Контактная работа (всего)*	20	4	16
Общая трудоемкость:	часы	180	72
	зачетные единицы	5	108

Модуль 2. Б1.О.21.02 Комбинаторика

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курс 3	
		зимняя сессия	летняя сессия
Аудиторные занятия (всего)	16	8	8
В том числе:			
Лекции	6	4	2
Практические занятия (ПЗ)	10	4	6
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (СР)	147	64	83
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	9		экзамен 9
Контроль (КО)	8		8
Контактная работа (всего)*	24	8	16
Общая трудоемкость:	часы	180	72
	зачетные единицы	5	108

Модуль 3. Б1.О.21.03 Дискретная математика

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Курс 4		Курс 5	
		зимняя сессия	летняя сессия	зимняя сессия	
Аудиторные занятия (всего)	24	8	8	8	
В том числе:					
Лекции	12	4	4	4	
Практические занятия (ПЗ)	12	4	4	4	
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-		
Самостоятельная работа (СР)	131	64	47	20	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен), часы (Контроль)	13		экз 9	зачет 4	
Контроль (КО)			8	4	
Контактная работа (всего)*	36	8	16	12	
Общая трудоемкость	часы	180	72	72	36
	зачетные единицы	5	4		1

4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

Модуль 1. Б1.О.21.01 Теория чисел

1 Отношение делимости. НОД и НОК

Делимость в кольце целых чисел. Свойства делимости

НОД и НОК. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.

Простые числа. Решето Эратосфена и его вариации. Основная теорема арифметики.

2 Непрерывные дроби

Непрерывные дроби. Связь с алгоритмом Евклида.

Иррациональные числа

3 Теоретико-числовые функции

Функции целой и дробной части числа. Разложение факториала натурального числа n на простые множители.

Мультипликативные функции, их свойства. Число делителей и сумма делителей. Функция Мёбиуса. Функция Эйлера

4 Сравнения

Основные понятия. Свойства сравнений.

Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Арифметические приложения сравнений. Признаки делимости

Сравнения с одним неизвестным. Линейные сравнения. Система сравнений первой степени.

Сравнения любой степени по простому / составному модулю.

Модуль 2. Б1.О.21.02 Комбинаторика

1. Множества, операции над множествами, их свойства. Мощность конечных множеств.

Операции над множествами. Диаграммы Венна. Формула включений и исключений. Декартово произведение множеств

2. Классификация и упорядоченный перебор комбинаций из дискретных объектов.

Основные правила комбинаторики. Задачи на классификацию, упорядоченный перебор и подсчет числа комбинаций из дискретных объектов. Графы перебора. Основные правила комбинаторики.

3. Основные формулы комбинаторики

Перестановки без повторений. Перестановки с повторениями. Размещения с повторениями и без повторений. Сочетания без повторений. Связь формул числа сочетаний и числа размещений

4. Бином Ньютона

Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля

Модуль 3. Б1.О.21.03 Дискретная математика

1 Множества. Функции. Отношения

Множества, операции над ними. Декартово произведение

Мощность конечных множеств. Равномощные множества. Взаимно однозначные соответствия. Теоремы о числе подмножеств. Свойства сочетаний

Отображения и функции, их виды. Бинарные отношения. Частичный порядок, эквивалентность

2 Графы

Основные понятия теории графов.

Деревья. Планарность и раскраска графов.

4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку (при наличии) и трудоемкость (в часах)				Оценочные средства	Формируемые компетенции (индикаторы)	Всего (в часах)
		Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС (в том числе, внеауди торная СР, КСР)			
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия				
1.	Модуль 1. Б1.О.21.01 Теория чисел							
2.	Отношение делимости. НОД и НОК.	2	2		54	Контрольная работа	УК-1, ОПК-8, ПК-1	
3.	Непрерывные дроби				14			14
4	Теоретико-числовые функции	2	2		30	Контрольная работа	УК-1, ОПК-8, ПК-1	
5	Сравнения	4	4		58			66
	Модуль 2. Б1.О.21.02 Комбинаторика							
1	Множества, операции над множествами, их свойства. Мощность конечных множеств	4	4	-	64	Семестровая работа	УК-1, ОПК-8, ПК-1	
2	Классификация и упорядоченный перебор комбинаций из дискретных объектов	1	2	-	30			33

3	Основные формулы комбинаторики	1	2	-	28		УК-1, ОПК-8, ПК-1	31
4	Бином Ньютона		2	-	25		УК-1, ОПК-8, ПК-1	27
	Модуль 3. Б1.О.21.03 Дискретная математика							
1	Множества. Функции. Отношения	8	8	-	111	Контрольная работа	УК-1, ОПК-8, ПК-1	127
2	Графы	4	4	-	20	Контрольная работа	УК-1, ОПК-8, ПК-1	28

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов, в том числе расположенных на информационном портале ПИ ИГУ в кабинетах дисциплин кафедры, для подготовки к занятиям и выполнения заданий (рефератов, докладов, проектов);
- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) отсутствуют

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Бухштаб А. А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Бухштаб. - Москва : Лань", 2008. - 384 с. : ил. ; 21 см. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр. в тексте. - ISBN 978-5-8114-0847-4.
2. Мальцев, И. А. Дискретная математика [Текст] / И. А. Мальцев. - Москва: Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1010-1
3. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы [Электронный ресурс] / С. В. Микони. - Москва : Лань, 2012. - 192 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ.
4. Кузьмина Н. Д. Элементы теории чисел [Текст] : учеб. пособие / Н. Д. Кузьмина, А. И. Ковыршина, Е. С. Лапшина; Вост.-Сиб. гос. акад. образования. - Иркутск : Изд-во ВСГАО, 2013. - 98 с. - ISBN 978-5-85827-825-2, 10 экз.
5. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике [Текст] : учеб. пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2005. - 416 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 412-413. - Предм. указ.: с. 414-416. - ISBN 5-9221-0477-2 (18 ИГУ + 25 ВСГАО= 33 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Бабичева, И. В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию [Электронный ресурс] / И. В. Бабичева. - Москва : Лань, 2013. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1456-7
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] / И. М. Виноградов. - Москва : Лань, 2009. - 176 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0535-0
3. Копылов, Виктор Иванович. Курс дискретной математики [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В. И. Копылов. - Москва: Лань, 2011. - 206 с.: ил., табл. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1218-1

4. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Текст] / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. - Москва : Лань, 2010. - 368 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1068-2
5. Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие / С. В. Яблонский. - Изд. 5-е, стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 384 с. - ISBN 978-5-06-005943-4 (10 экз.)

в) периодические издания нет

г) список авторских методических разработок:

1. Лапшина, Е.С. Элементы теории множеств и комбинаторики в школе и вузе: учебное пособие / Е.С. Лапшина. – Иркутск, Изд-во «Аспринт», 2016. – 152с. - ISBN 978-5-4340-0088-8 (печатается по решению Учебно-методического совета педагогического института ФГБОУ ВО «ИГУ»)

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. <https://isu.bibliotech.ru/> ООО «Библиотех»
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн
5. <https://urait.ru/> Образовательная платформа «Юрайт»
6. Math-Net.Ru – Общероссийский математический портал

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Помещения и оборудование

Помещения – учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных учебным планом ОПОП ВО бакалавриата оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «ИГУ».

Оборудование

Проектор ACER*1263 DLP Projctor XGA 1024*768,Экран Screen Cololview. Ноутбук Asus X51 RL, Колонки активные MicroLab ЗКЦ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400*700*800) ольха, проектор XGA BenQ PB, Интерактивная система Smart Board 680i2 со встроенным проектором Unifi45, ноутбук Asus X51 RL, щиток электромонтажный 17135

6.2. Лицензионное программное обеспечение

Microsoft Office Professional 2003 Win32 Russian Academic OPEN No Level (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

Kaspersky Free (Условия использования по ссылке: <http://www.kaspersky.ru/free-antivirus>, Условия правообладателя, бессрочно)

LibreOffice (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке:

<http://www.libreoffice.org/about-us/licenses/>, бессрочно)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке: <https://www.7-zip.org/license.txt>, бессрочно)

VLC Player 2.2.4 (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке:

<http://www.videolan.org/legal.html>, бессрочно)

Mozilla Firefox (ежегодно обновляемое ПО, Условия использования по ссылке:

<https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/>, бессрочно)

SMART NoteBook (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий (эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый), развивающие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

Модуль 1. Б1.О.20.01 Теория чисел

Контрольная работа по теме «Делимость целых чисел. НОД.»

1. Докажите, что для любых натуральных чисел a и b выполняется

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(5a + 3b, 13a + 8b).$$

2. Докажите, что при любом натуральном n числа $n^5 + 4n^3 + 3n$ и $n^4 + 3n^2 + 1$ взаимно просты.
3. Найдите все целые a , при которых значения дроби $\frac{a^3 + 4a^2 - 2a - 26}{a - 3}$ являются целыми числами.
4. Трехзначное число \overline{abc} делится на 37. Докажите, что сумма чисел \overline{bca} и \overline{cab} также делится на 37.
5. Найдите последнюю цифру числа 1234^{8765} .
6. Сумма пяти целых чисел равна 200. Докажите, что их произведение не может оканчиваться на 2013.
7. Может ли число делиться на 8, а при делении на 12 давать остаток 10?
8. Сколько целочисленных точек принадлежит прямой $31x - 14y = 2$ на промежутке $-40 \leq x \leq 15$?
9. Найдите все пары двузначных чисел a и b , для которых произведение ab является числом, записанным одинаковыми цифрами?

Контрольная работа по теме «Сравнения. Свойства сравнений»

Вариант 1.

1. Решите уравнение $115x \equiv 85 \pmod{355}$.
2. При каких целых n выражение $\frac{7n+1}{6}$ равно целому числу, которое при делении на 8 дает остаток 1.
3. Решите систему сравнений
$$\begin{cases} 2x \equiv 9 \pmod{15} \\ 5x \equiv 4 \pmod{7} \\ 7x \equiv 3 \pmod{9} \end{cases}$$
4. Найдите остаток от деления чисел 13^{1602} на 1000.
5. Разложите дробь $\frac{19}{21}$ на сумму или разность двух дробей соответственно со знаменателями 3 и 7.
6. При каком значении a система совместна
$$\begin{cases} 5x \equiv 3 \pmod{4} \\ 7x \equiv 1 \pmod{12} \\ x \equiv a \pmod{5} \end{cases}$$

Модуль 2. Б1.О.20.02 Комбинаторика

**Демонстрационная семестровая работа
«Элементы комбинаторики»**

1. С помощью *дерева перебора вариантов*, выпишите *все* трехзначные числа, которые можно составить из цифр 4, 5, 6, если:
а) цифры в числе не повторяются;
б) цифры в числе могут повторяться.
Найдите количество этих чисел с помощью правила произведения.
2. Сколько существует четных пятизначных чисел из цифр 4, 5, 6 (цифры в числе могут повторяться)?
3. Сколько существует пятизначных чисел из цифр 4, 5, 6, у которых сумма двух последних цифр равна 10?
4. Сколько можно составить «слов», переставляя буквы слова а) «МАРС», б) «РАМА», в) «МАМА», г) «АААМ»? Для пунктов б), в), г) выпишите *все* эти слова с помощью *дерева вариантов* или другого способа *упорядоченного перебора*.
5. а) Сколько существует трехбуквенных слов, записанных с помощью букв А, О, У, Э, Ю (буквы в слове не повторяются); б) а, если буквы в слове могут повторяться?
6. Сколькими способами можно выбрать из 10 человек трудового коллектива
а) председателя и его заместителя;
б) председателя, его заместителя и секретаря (один человек не может занимать две должности сразу);
в) двух дежурных;
г) трех дежурных.
7. В ящике лежат 100 синих, 100 красных, 100 зеленых и 100 фиолетовых карандашей. Сколько карандашей необходимо достать, не заглядывая в ящик, чтобы среди них обязательно нашлись по крайней мере 1 красный и 1 фиолетовый?
8. Сколько существует девятизначных чисел, у которых все цифры различны и идут (слева направо) в порядке убывания?
9. В строку друг за другом записаны все натуральные числа от 1 до n . Для какого n написанное число является 2014-значным?
10. Сколькими способами можно поставить на доску 6×10 две одинаковые ладьи, не бьющие друг друга?
11. Чемпионат России по шахматам проводится в один круг (т.е. каждый с каждым играет ровно один раз). Сколько играется партий, если участвуют 18 шахматистов?
12. Сколько всего диагоналей и сторон в выпуклом 10-угольнике?

13. На окружности отмечены 5 красных и 7 синих точек. Рассмотрим всевозможные отрезки (хорды) с концами в отмеченных точках. У скольких отрезков концы а) разного цвета; б) одинакового цвета?
14. Сигнальное устройство состоит из пяти одноцветных лампочек, расположенных в ряд. Сколько различных сигналов можно подать с его помощью? А сколько, самое меньшее, надо взять лампочек, чтобы можно было подать 200 различных сигналов?
15. В азбуке племени УЫ всего две буквы: У и Ы. Какое наибольшее число различных пятибуквенных имен могут дать детям в этом племени?
16. Как известно, компьютер работает с двоичными кодами, которые представляют собой записи, составленные из нулей и единиц (например, 11001011). Количество знаков в коде называется его длиной. Сколько разных символов можно закодировать двоичными кодами длины 5? Длины 6?
17. Сигнальный флажок состоит из шести горизонтальных цветных полосок. На складе имеется материя 10 различных цветов. Сколько разных сигнальных флажков можно сшить?
18. Имеется 10 различных книг. Сколькими различными способами можно выбрать из них одну или несколько книг для подарка?
19. Назовем число забавным, если все его цифры делятся на 4. Сколько забавных чисел среди четырехзначных? Шестизначных?
20. Билеты нумеруются от 000000 до 999999. У скольких из них сумма первых трех и сумма последних трех цифр равна 15?
21. Сколько существует 6-значных а) почтовых индексов б) натуральных чисел, у которых все цифры различны?
22. Каждый день из 10 солдат (различных) выбирают двоих дежурных, причем пары не повторяются. Сколько дней такой способ выбора будет возможным?
23. Тот же вопрос при условии, что солдаты дежурят тройками.
24. Сколько способов сделать бусы из а) семи разных бусинок б) пяти белых и двух черных бусинок (бусы - это окружность, на которую насажены бусины. Ее можно поворачивать, но нельзя переворачивать).
25. Сколько слов можно получить из слова а) ЛОВУШКА б) ЗАПАДНЯ в) КАПКАНЧИК, переставляя его буквы?
26. Сколько всего 6-значных чисел а) без единиц в записи б) по крайней мере с одной единицей в записи.
27. Сколько существует семизначных чисел, у которых а) все цифры разные б) любые две соседних цифры разные в) есть две одинаковых цифры.
28. Сколько способов рассадить 5 депутатов от КПРФ и 5 депутатов от ЛДПР за круглым столом так, чтобы они чередовались?
29. В классе 30 человек. Сколько способов разбить класс на две группы и в каждой выбрать старосту?
30. Сколько 7-значных чисел, в которых а) каждая цифра больше предыдущей б) каждая цифра не меньше предыдущей?

Модуль 3. Б1.О.21.03 Дискретная математика

Контрольная работа по теме «Множества и бинарные отношения»

1. Даны множества

$$A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{2, 3, 4, 6\}, C = \{1, 2, 6\}, U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \text{ (универсальное множество)}$$

Найти множества $(A \cup B) \cap \bar{C}$, $B \setminus (A \setminus C)$, $(\bar{B} \cup \bar{A}) \Delta C$, $\bar{A} \setminus (B \cup C)$.

2. Найти множества $(\overline{A \cup B}) \setminus C$, $C \Delta B$, если $A = [2,5) \cup (5,6]$, $B = (4,7)$, $C = \{3\}$, $U = R$ – универсальное множество действительных чисел.
3. Пусть $U = Z$ – универсальное множество всех целых чисел, Z_2 – множество всех четных целых чисел, $A = \{x \mid x < 10\}$. Опишите множества:
 $\overline{Z_2}, \overline{A}, Z_2 \cap A, Z_2 \cup A, Z_2 \setminus A, A \setminus Z_2, \overline{Z_2 \cap A}, \overline{Z_2 \cup A}, \overline{Z_2 \setminus A}, \overline{A \setminus Z_2}$.
4. Из 20 спортсменов 5 класса – 10 лыжников, 9 гимнастов и 11 легкоатлетов. 6 занимаются легкой атлетикой и гимнастикой, 7 – лыжами и легкой атлетикой, 6 – лыжами и гимнастикой. Всеми тремя видами спорта занимаются 5 спортсменов. Сколько учащихся занимаются только лыжами, только атлетикой и только гимнастикой? Сколько учащихся занимаются другими видами спорта?
5. Какими свойствами (рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, связности) обладают следующие отношения? Для отношений эквивалентности указать классы эквивалентности.
 A – множество студентов общежития
 $\rho_1 = \{(x, y) \mid x \text{ и } y \text{ живут в одной комнате}\}$
 $\rho_2 = \{(x, y) \mid x \text{ живет этажом выше } y\}$
6. Построить бинарное отношение, заданное на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, обладающее свойствами рефлексивности, антисимметричности, транзитивности, несвязности.
7. Найти область определения, область значений отношения $\alpha = \{(x, y) \mid y = \operatorname{tg} x\}$ на множестве R . Является ли это отношение инъективным, функциональным, сюръективным, всюду определенным, биективным?
8. Докажите счетность множества степеней 2 с целыми показателями.
9. Докажите равномощность множества действительных чисел интервала $[3; +\infty)$ и множества R .

Демонстрационная контрольная работа по теме «Основные понятия теории графов»

- Изобразите все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.
- Постройте для двух графов из решения задачи №1 матрицы смежности и матрицы инцидентности.
- Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер со следующим набором степеней вершин: а) 2, 2, 3, 3, 3, 5; б) 2, 3, 3, 4, 4, 4? Ответ обоснуйте.
- Докажите, что граф с n вершинами, степень каждой из которых не менее $\frac{(n-1)}{2}$ является связным.
- Докажите, что в любом связном графе можно удалить вершину со всеми выходящими из нее ребрами так, чтобы он остался связным.
- Можно ли из полного графа с 17 вершинами удалить некоторые ребра так, чтобы степень каждой вершины равнялась 5?
- Докажите, что полный граф с 5 вершинами не является плоским.

Демонстрационная контрольная работа по теме «Графы в школьных олимпиадных задачах»

1. В конференции участвовало 211 ученых. После конференции каждый из них отправил 2 или 4 письма участникам этой конференции. Могло ли случиться так, что каждый участник получил ровно по 3 письма? (Письма на почте не теряют!)
2. Могут ли степени вершин в графе без петель быть равны: а) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2 б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1 с) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2?
3. Среди 100 участников конференции у каждого ровно 4 знакомых. Может ли такое быть?
4. У короля 19 баронов-вассалов. Может ли оказаться так, что у каждого баронства 1, 5 или 9 соседних баронств?
5. В соревнованиях по круговой системе с пятью участниками только Ваня и Леша сыграли одинаковое число встреч, а остальные – разное. Сколько встреч сыграли Ваня и Леша?
6. В трех вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается двигать их по диагонали на свободное место. Можно ли такими действиями добиться, чтобы одна из фишек вернулась на первоначальное место, а две другие поменялись местами?
7. В некоторой стране из столицы выходит 89 дорог, из города Дальний – 1 дорога, из остальных 1988 городов – по 20 дорог. Доказать, что из столицы можно проехать в Дальний.
8. а) Каждые две из 6 ЭВМ соединены проводом. Можно ли все эти провода раскрасить в пять цветов так, чтобы из каждой ЭВМ выходило пять проводов разного цвета?
б) Каждые 15 ЭВМ соединены проводом. Можно ли все эти провода раскрасить в один из 14 цветов так, чтобы из каждой ЭВМ выходило 14 проводов разного цвета?

8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

Модуль 1. Б1.О.21.01 Теория чисел

Вопросы к зачету (курс 2, летняя сессия)

1. Отношение делимости. Свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
4. Свойства НОД. Линейная форма НОД. НОД нескольких чисел.
5. Взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел.
6. Наименьшее общее кратное. Свойства НОК. Наименьшее общее кратное нескольких чисел.
7. Простые числа. Свойства простых чисел.
8. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел.
9. Основная теорема арифметики.
10. Сравнения. Свойства сравнений.
11. Полная система вычетов.
12. Приведенная система вычетов.
13. Функция Эйлера.
14. Теоремы Эйлера и Ферма.
15. Сравнения первой степени.
16. Сравнения высших степеней.
17. Решение неопределенных уравнений.
18. Признаки делимости.

Модуль 2. Б1.О.21.02 Комбинаторика

Вопросы к экзамену (курс 3, летняя сессия)

1. Решение задач на классификацию, упорядоченный перебор и подсчет числа комбинаций из дискретных объектов.

2. Основные правила комбинаторики, их вывод.
3. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Доказательство и применение.

Модуль 2. Б1.О.21.03 Дискретная математика

Вопросы и задания к экзамену (курс 4, летняя сессия)

1. Отношения включения и равенства между множествами. Операции над множествами. Свойства операций над множествами.
2. Мощность конечного множества. Формула включений и исключений. Число подмножеств конечного множества.
3. Равномощные множества. Счетные множества. Теоремы о свойствах счетных множеств. Доказательство счетности множества четных натуральных чисел, целых чисел, рациональных чисел. Доказательство несчетности множества действительных чисел интервала $(0,1)$, множества действительных чисел, множества иррациональных чисел. Множества мощности континуума.
4. Декартово произведение множеств, геометрическая иллюстрация. Мощность декартова произведения конечных множеств.
5. Метод математической индукции (в задачах).
6. Отображения и их виды.
7. Бинарные отношения, виды бинарных отношений. Частичный порядок и эквивалентность. Теорема о разбиении на классы эквивалентности.

Вопросы и задания к зачету (курс 5, зимняя сессия)

1. Основные понятия теории графов. Способы задания. Изоморфные графы. Классические задачи теории графов.
2. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы.
3. Плоские и планарные графы.

Демонстрационный вариант экзаменационного билета

БИЛЕТ 1

1. Закон де Моргана о дополнении к объединению множеств (доказательство двумя способами).
2. Бинарное отношение между множествами. Обратное бинарное отношение. Композиция бинарных отношений. Теорема об ассоциативности композиции бинарных отношений.
3. На декартовой плоскости изобразите точки множества $[4, 5] \times \{3\}$.
4. Из 19 слушателей лекции 9 студентов хотели спать, 12 — есть, и 12 — разговаривать. При этом 4 студента были и голодными, и сонными, 8 студентов хотели поболтать и поспать, 5 студентов хотели поесть и поговорить, а 3 студента хотели и есть, и спать, и разговаривать. Сколько студентов не хотели есть, спать и болтать? Сколько студентов хотели поговорить, но были не голодны?
5. Среди 100 участников конференции у каждого ровно 4 знакомых. Может ли такое быть?

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N121 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование», с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем,

среднем общем образовании)» (приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от «18» октября 2013 г. № 544н).

Авторы программы: Ковыршина А.И., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ; Лапшина Е.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.