



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра Математики и методики обучения математике



Директор

А.В. Семиров

«17» июня 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля) **Б1.О.21 Содержательные особенности углубленного обучения в общем образовании**

Направление подготовки 44.03.05. Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) подготовки Математика – Дополнительное образование

Квалификация (степень) выпускника Бакалавр

Форма обучения очная

Согласована с УМС ПИ ИГУ

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 10 от «15» июня 2021 г.

Протокол № 10 от «8» июня 2021 г.

Председатель М.С. Павлова

Зав. кафедрой З.А. Дулатова

Иркутск 2021 г.

I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Цель дисциплины: освоение основных понятий и методов математических теорий, составляющих содержание углубленного математического образования школьников

Задачи дисциплины:

- освоение основных понятий и методов математических теорий, составляющих содержание углубленного курса математики в школе;
- освоение основных понятий и методов математических теорий, составляющих содержание школьной математической олимпиадной подготовки;
- овладение навыками поиска, анализа и систематизации информации по математическим дисциплинам и теориям;
- формирование понимания структуры и содержания углубленного курса математики в школе для обучающихся различных классов и различного уровня подготовки.

II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) относится к блоку Б1 (Дисциплины), обязательная часть.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Алгебра, Геометрия, Математический анализ, Дискретная математика и теория чисел, Математическая логика и теория алгоритмов, Теория вероятностей

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Методика обучения математике в дополнительном образовании

III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИДК-ук1.1: осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации, необходимой для решения поставленных задач	Знать: принципы и методику проведения критического анализа Уметь: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации Владеть: техникой поиска и методами анализа информации
	ИДК-ук1.2: применяет системный подход для решения поставленных задач	Знать: основные преимущества и принципы системного подхода Уметь: применять системный подход к различным этапам углубленного изучения математики в школе Владеть: приемами использования системного подхода к обучению математике на углубленном уровне

<p>ОПК-2 Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)</p>	<p>ИДК-опк2.1 участвует в разработке основных и дополнительных образовательных программы</p>	<p>Знать: нормативные и содержательные требования к организации углубленной математической подготовки</p> <p>Уметь: оформлять базовые нормативные документы, касающиеся организации обучения в рамках основной и дополнительной образовательной программ</p> <p>Владеть: информационными технологиями для разработки содержания программ углубленной математической подготовки школьников</p>
	<p>ИДК-опк2.2 разрабатывает отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ</p>	<p>Знать: нормативные и содержательные требования к организации углубленной математической подготовки</p> <p>Уметь: оформлять базовые нормативные документы, касающиеся организации обучения в рамках основной и дополнительной образовательной программ</p> <p>Владеть: информационными технологиями для разработки содержания углубленной математической подготовки школьников</p>
	<p>ИДК-опк2.3 осуществляет выбор инструментария информационно-коммуникационных технологий при проектировании структуры и содержания основных и дополнительных образовательных программ</p>	<p>Знать: основные инструменты информационно-коммуникационных технологий</p> <p>Уметь: учитывать недостатки информационно-коммуникационных технологий при проектировании образовательных программ</p> <p>Владеть: инструментарием информационно-коммуникационных технологий</p>

<p>ОПК-3 Способен организовывать совместную и индивидуальную учебную и воспитательную деятельность обучающихся, в том числе, с особыми образовательными потребностями, в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов</p>	<p>ИДК-опк3.1 проектирует совместную и индивидуальную деятельность обучающихся в соответствии с их индивидуальными психофизиологическими особенностями и возрастными закономерностями</p>	<p>Знать: методические и содержательные особенности выстраивания углубленного обучения математике в зависимости от индивидуальных психофизиологических особенностей обучающихся Уметь: разрабатывать содержание занятий по математике с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей обучающихся Владеть: методами проектирования совместной и индивидуальной деятельности обучающихся</p>
	<p>ИДК-опк3.2 использует педагогически обоснованное содержание, формы, методы и приемы организации совместной и индивидуальной учебной и воспитательной деятельности обучающихся в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов</p>	<p>Знать: методические и содержательные особенности выстраивания углубленного обучения математике в зависимости от индивидуальных образовательных потребностей обучающихся Уметь: разрабатывать содержание занятий по математике с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов Владеть: методами организации дифференцированного обучения математике на углубленном уровне</p>
	<p>ИДК-опк3.3 соотносит виды адресной помощи с индивидуальными образовательными потребностями обучающихся</p>	<p>Знать: методические и содержательные особенности выстраивания углубленного обучения математике в зависимости от индивидуальных образовательных потребностей обучающихся Уметь: разрабатывать содержание занятий по математике с учетом индивидуальных образовательных потребностей обучающихся Владеть: методами организации дифференцированного обучения математике на углубленном уровне</p>

	<p>ИДК-опк3.4 использует приемы оценки общих, типологических и индивидуальных образовательных потребностей обучающихся для организации продуктивной учебной и воспитательной деятельности</p>	<p>Знать: базовые приемы оценки общих и индивидуальных образовательных потребностей обучающихся Уметь: применять приемы оценки общих и индивидуальных образовательных потребностей обучающихся для организации учебной деятельности Владеть: приемами оценки общих и индивидуальных образовательных потребностей обучающихся</p>
<p>ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>ИДК-опк8.1 демонстрирует специальные научные знания в т.ч. в предметной области</p>	<p>Знать: теоретическое обоснование содержания углубленного курса математики в школе Уметь: описывать проявление идей, конструкций и методов различных разделов современной математики в углубленном курсе математики в школе Владеть: владеть основными понятиями, конструкциями и методами углубленного курса математики в школе</p>
	<p>ИДК-опк8.2 осуществляет педагогическую деятельность на основе знаний возрастной анатомии, физиологии и школьной гигиены</p>	<p>Знать: теоретическое обоснование содержания углубленного курса математики в школе Уметь: описывать проявление идей, конструкций и методов различных разделов современной математики в углубленном курсе математики в школе Владеть: владеть основными понятиями, конструкциями и методами углубленного курса математики в школе</p>
	<p>ИДК-опк8.3 владеет методами научно-педагогического исследования в предметной области</p>	<p>Знать: основные приемы решения проблем педагогического характера Уметь: выделять уровни проблем педагогического характера Владеть: методами научно-педагогического исследования в области математики</p>

	ИДК-опк8.4 использует методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний	Знать: методы анализа педагогической ситуации Уметь: использовать методы анализа педагогической ситуации Владеть: методами анализа педагогической ситуации в области математики
--	--	--

IV. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц Очное обучение	Семестры			
		7	8	9	A
Аудиторные занятия (всего)	196	64	64	28	40
В том числе:					
Лекции	56	16	16	14	10
Практические занятия (ПЗ)	140	48	48	14	30
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-	-	-
Самостоятельная работа (всего)	173	80	17	44	32
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	63	Зач.	27 (Экз.)	Зач.	36 (Экз.)
Контактная работа (всего)*	196	64	64	28	40
Общая трудоемкость	432	144	108	72	108
часы	12	4	3	2	3
зачетные единицы					

4.2. Содержание учебного материала дисциплины (модуля)

1. Углубленное изучение математики в школе. Геометрия

Содержательные особенности изучения в 5-6 классах (продепевтический уровень)

Содержательные особенности изучения в 7-9 классах

Содержательные особенности изучения в 10-11 классах

Содержание олимпиадной подготовки и подготовки к профильному ЕГЭ. Методические аспекты.

2. Углубленное изучение математики в школе. Алгебра и теория чисел

Содержательные особенности изучения в 5-6 классах

Содержательные особенности изучения в 7-9 классах

Содержательные особенности изучения в 10-11 классах

Содержание олимпиадной подготовки и подготовки к профильному ЕГЭ. Методические аспекты.

3. Углубленное изучение математики в школе. Математический анализ

Содержательные особенности изучения в 7-9 классах

Содержательные особенности изучения в 10-11 классах

Содержание олимпиадной подготовки и подготовки к профильному ЕГЭ. Методические аспекты.

4. Углубленное изучение математики в школе. Комбинаторика, логика, графы. Теория вероятностей

Содержательные особенности изучения в 5-6 классах

Содержательные особенности изучения в 7-9 классах

Содержательные особенности изучения в 10-11 классах

Содержание олимпиадной подготовки и подготовки к профильному ЕГЭ. Методические аспекты.

4.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела/темы	Типы занятий в часах				
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	СРС	Всего
1	Углубленное изучение математики в школе. Геометрия	16	48	-	80	144
2	Углубленное изучение математики в школе. Алгебра и теория чисел	16	48	-	17	81
3	Углубленное изучение математики в школе. Математический анализ	14	14	-	44	72
4	Углубленное изучение математики в школе. Комбинаторика, логика, графы. Теория вероятностей	10	30	-	32	72

4.4. . Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов ориентирована на дальнейшее совершенствование их умений по самостоятельному овладению знаниями теоретического и практического характера и включает:

- использование различных информационных ресурсов, в том числе расположенных на информационном портале ПИ ИГУ в кабинетах дисциплин кафедры, для подготовки к занятиям и выполнения заданий (рефератов, докладов, проектов);

- самостоятельное изучение тем учебной программы, которые с содержательной точки зрения могут быть освоены студентом самостоятельно и которые имеют высокий уровень учебно-методического оснащения;
- составление конспектов по темам, вынесенным на самостоятельное изучение полностью или частично;
- подготовку к практическим занятиям по всем темам курса;
- выполнение в течение семестра контрольных работ по темам практических занятий, которые в совокупности обеспечивают систематичность промежуточной аттестации студентов и организуют их самостоятельную работу.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии) отсутствуют

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Бухштаб А. А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Бухштаб. - Москва : Лань", 2008. - 384 с. : ил. ; 21 см. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр. в тексте. - ISBN 978-5-8114-0847-4.
2. Мальцев, И. А. Дискретная математика [Текст] / И. А. Мальцев. - Москва: Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1010-1
3. Подаева, Н. Г. Обновление содержания школьного математического образования: социокультурный подход [Электронный ресурс] / Н. Г. Подаева. - Москва : Лань", 2014. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1820-6
4. Темербекова А.А. Методика обучения математике [Электронный ресурс]/ А.А. Темербекова. – М.:Лань, 2015.-Режим доступа ЭБС «Издательство «Лань», Индивидуальный открытый доступ
5. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г. М.Фихтенгольц. - Москва : Лань, 2008. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань"

б) дополнительная литература:

1. Федосова, И.В. Внеурочная деятельность как средство развития у младших школьников компетенции ценностно-смысловой ориентации в мире [Электронный ресурс] / И. В. Федосова. - ЭВК. - Иркутск : ВСГАО, 2013. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-85827-836-8
2. Шрайнер, А. А. Олимпиадные задачи [Текст] : методич. указ. для студ. физ.-мат. фак. педин-та / А. А. Шрайнер ; Новосиб. гос. пед. ин-т. Каф. мат. анализа. - Новосибирск : НГПИ, 1980. - 35 с. : ил. ; 21 см. - 0.40 р. Имеются экземпляры в отделах: всего 1 :
3. Басалаева М.Ф. Прикладная направленность обучения математике [электронный ресурс] – режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/212386/>

в) периодические издания нет

г) список авторских методических разработок:

1. Кузьмина, Н.Д. Элементы теории чисел в школе и вузе: учебное пособие / Н.Д. Кузьмина, А.И. Ковыршина, Е.С. Лапшина – Иркутск:Изд-во «Аспринт», 2017. – 132с. ISBN 978-5-4340-0159-5 (печатается по решению Учебно-методического совета педагогического института ФГБОУ ВО «ИГУ»)
2. Лапшина Е.С. Методы решения олимпиадных задач по математике: Учебное пособие / Е.С. Лапшина, Н.Н. Штыков. – Иркутск: Изд-во ФГБОУ ВПО «ВСГАО», 2013 г. -256 с. 5 экз. ПИ ИГУ

3. Лапшина, Е.С. Элементы теории множеств и комбинаторики в школе и вузе: учебное пособие / Е.С. Лапшина. – Иркутск, Изд-во «Аспринт», 2016. – 152с. - ISBN 978-5-4340-0088-8 (печатается по решению Учебно-методического совета педагогического института ФГБОУ ВО «ИГУ»)
4. Штыков, Н.Н. Внеурочная деятельность по математике. Часть 1: учебное пособие / Н.Н. Штыков, Е.С. Лапшина, А.И. Ковыршина. – Иркутск: Изд-во «Аспринт», 2018. – 108с. - ISBN 978-5-4340-0274-5 (печатается по решению Учебно-методического совета педагогического института ФГБОУ ВО «ИГУ»)

д) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://ibooks.ru/> Электронно-библиотечная система (ЭБС) iBooks.Ru. Учебники и учебные пособия для университетов
2. ООО «Библиотех» Адрес доступа: <https://isu.bibliotech.ru/>
3. <http://e.lanbook.com> Электронно-библиотечная система (ЭБС) на платформе издательства «Лань»
4. <http://www.biblioclub.ru> Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека-онлайн
5. <http://standart.msu.ru/node/88> [Электронный ресурс].

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Помещения и оборудование

Специальные помещения: учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля.

Аудитория на 60 посадочных мест, укомплектована специализированной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории.

Помещение (компьютерный класс) на 38 посадочных мест, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду организации.

Оборудование

Колонки активные MicroLab ЗКЩ 3 дерево с внешним усилителем, компьютер Celeron J 352, компьютерный стол (1400*700*800) ольха, проектор XGA BenQ PB.

Компьютер Z-Comp Core 2 Duo E7400 (Системный блок в комплекте, Монитор Samsung 743N)-38 шт; Коммутатор DGS 1018 D; Коммутатор 8 port Compex DSG1008 E-net Switch; Коммутатор DES-1226G 24*10XMb портов2*SFP Неограниченный доступ к сети Интернет.

Технические средства обучения

Презентации, фильмы

6.2. Лицензионное и программное обеспечение

Windows XP (Номер Лицензии Microsoft 19683056)

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц.№1В08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

7-zip (GNU LGPL)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя)

Условия использования по ссылке:

http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf

windows 7 (Договор №03-015-16

Подписка №1204045827)

Антивирус Kaspersky (Форус Контракт№04-114-16 от 14ноября2016г KES Счет №РСЦЗ-000147 и АКТ от23ноября 2016г Лиц.№1В08161103014721370444)

LibreOffice (LGPL-3.0, MPL 2.0)

PeaZip (GNU GPL, GNU LGPL)

MSOffice2007 (Номер Лицензии Microsoft 43364238)

VLC (L-GPL-2.1+)

Mozilla Firefox (GNU GPL, GNU LGPL)

WinDjView (GNU GPL)

XnView MP (бесплатная для некоммерческого и/или образовательного использования)

Acrobat Reader DC (Условия правообладателя

Условия использования по ссылке:

http://www.images.adobe.com/content/dam/acom/en/legal/licenses-terms/pdf/PlatformClients_PC_WWEULA-en_US-20150407_1357.pdf

SMART NoteBook (Наличие интерактивной доски автоматически предоставляет лицензию на продукт SMART NoteBook SMART Notebook Software license)

VII. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В образовательном процессе используются активные и интерактивные формы проведения занятий (эвристические беседы, технологии развития критического мышления, семинары, групповые дискуссии; и активные методы обучения: проблемный, частично-поисковый, поисковый), развивающие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств и формирующие компетенции.

VIII. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

Демонстрационный вариант

контрольной работы по теме «Теория чисел. Основная теорема арифметики. НОД»

1. Докажите, что а) $(a,b)[a,b]=ab$; б) $(a,b)(b,c)(a,c)/(a,b,c)^2=[a,b][b,c][a,c]/[a,b,c]^2$.
2. Каким может быть НОД чисел а) $2n-17$ и $n-8$; б) $13n+8$ и $8n+5$ при натуральных n ?
3. В магазин привезли меньше 600, но больше 500 тарелок. Когда стали раскладывать их по десяткам, то не хватило трех тарелок до полного числа десятков, а когда стали раскладывать дюжинами (по 12 тарелок), то осталось 7 тарелок. Сколько было тарелок?
4. Найдите наименьшее шестизначное число, делящееся на 3, 7 и 13 без остатка.
5. Найдите наибольшее и наименьшее трехзначное числа, каждое из которых делится на 6 и имеет в своей записи цифру 7.
6. Число 100 и 90 разделили на одно и то же число. В первом случае получили в остатке 4, в другом – 18. На какое число делили?
7. Найти остаток от деления $13a$ на 7, если остаток от деления a на 7 равен 5.
8. Числа p и $p^2 + 2$ – простые. Докажите, что число $p^3 + 2$ – тоже простое.
9. Докажите, что сумма квадратов пяти последовательных натуральных чисел не является точным квадратом.
10. Сумма квадратов двух целых чисел делится на 21. Докажите, что эта сумма делится на 441.
11. Докажите, что остаток от деления простого числа на 30 – простое число или 1.
12. Найдите последнюю ненулевую цифру числа 2000!

**Демонстрационный вариант
контрольной работы по теме «Теория чисел. Свойства остатков. Сравнения»**

1. Найдите остаток от деления а) 7^{2004} на 3, б) 14^{2005} на 5, в) 23^{49} на 7.
2. Сумма кубов пяти натуральных чисел делится на 9. Докажите, что произведение этих чисел делится на 3.
3. Докажите, что куб любого целого числа a сравним с самим числом a по модулю 6.
4. Докажите, что $a^n + b^n$ делится на $a + b$, если n - нечетное число.
5. Докажите, что $1^n + 2^n + \dots + (n-1)^n$ делится на n при нечетном n .
6. Найдите последнюю цифру числа а) 777^{777} б) 77^{777} .
7. Докажите, что $(2^n - 1)^n - 3$ делится на $2^n - 3$ при любом натуральном n .

**Демонстрационный вариант
контрольной работы по теме «Алгебра. Метод математической индукции»**

1. Докажите, что доску а) 8×8 б) $2^n \times 2^n$ с вырезанной угловой клеткой можно полностью разрезать на трехклеточные уголки.
2. Докажите тождества
а) $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \dots + \frac{1}{(a+n-1)(a+n)} = \frac{n}{a(a+n)}$;
б) $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}$.
3. Докажите а) $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$;
б) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1+2+\dots+n)^2$;
в) $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$;
4. Докажите, что $4^n - 3n - 1$ делится на 9 при любом натуральном n .
5. Докажите, что $n! > 2^n$ при любом натуральном $n > 3$.
6. Докажите, что при всех натуральных n и при $x > -1$ выполняется равенство $(1+x)^n \geq 1+nx$.
7. На плоскости провели несколько прямых. Доказать, что получившуюся «карту» можно раскрасить в два цвета так, что любые две соседние «страны» будут раскрашены по-разному.
8. («Ханойская башня»). Имеется 3 штыря, на 1-й из них надето n дисков различного размера, причем самый большой лежит снизу, второй по величине - 2-й снизу, и. т. д. Разрешается перекладывать диски по одному с одного штыря на другой, при этом нельзя класть больший на меньший. Требуется перенести диски на 3-й стержень. Докажите, что это можно сделать за $2^n - 1$ перекладываний.

**Демонстрационный вариант
контрольной работы по теме «Геометрия. Подобие»**

1. Через точку P медианы CC_1 треугольника ABC проведены прямые AA_1 и BB_1 (точки A_1 и B_1 лежат на сторонах BC и AC). Докажите, что $A_1B_1 \parallel AB$.
2. Вершины параллелограмма $A_1B_1C_1D_1$ лежат на сторонах параллелограмма $ABCD$ (точка A_1 лежит на стороне AB , точка B_1 - на стороне BC и т.д.). Докажите, что центры обоих параллелограммов совпадают.
3. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ взята точка K . Прямая AK пересекает прямые BC и CD в точках L и M . Доказать, что $AK^2 = LK \cdot KM$.
4. Одна из диагоналей вписанного в окружность четырехугольника является диаметром. Доказать, что проекции противоположных сторон на другую диагональ равны.

5. На основании AD трапеции $ABCD$ взята точка E так, что $AE = BC$. Отрезки CA и CE пересекают диагональ BD в точках O и P соответственно. Доказать, что если $BO = PD$, то $AD^2 = BC^2 + AD \cdot BC$.

**Демонстрационный вариант
контрольной работы по теме «Геометрия. Вписанные углы»**

1. Две окружности пересекаются в точках A и B . Продолжения хорд AC и BD первой окружности пересекают вторую окружность в точках E и F . Докажите, что прямые CD и EF параллельны.
2. Продолжения противоположных сторон AB и CD вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке M , а сторон BC и AD - в точке N . Докажите, что биссектрисы углов AMD и DNC перпендикулярны.
3. Прямая, проходящая через точку A и центр O вписанной окружности треугольника ABC , вторично пересекает описанную окружность этого треугольника в точке M . Докажите, что треугольники BOM и COM равнобедренные.
4. Диагонали AC и BD вписанного четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке M . Докажите, что прямая, проходящая через точку M и середину стороны AD , перпендикулярна BC .
5. Докажите, что точка симметричная ортоцентру треугольника относительно стороны, лежит на описанной окружности этого треугольника.
6. Докажите, что высоты остроугольного треугольника ABC являются биссектрисами его ортотреугольника.
7. Две окружности касаются внутренним образом в точке M . Пусть AB - хорда большей окружности, касающаяся меньшей окружности в точке T . Докажите, что MT - биссектриса угла AMB .

**Демонстрационный вариант
контрольной работы по теме «Комбинаторика»**

1. Сколькими способами можно расставить 2002 фишки на доске 167×12 ?
 2. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы слова:
а) "БИСЕКТРИСА" б) "МАТЕМАТИКА".
 3. Назовем две цифры близкими, если они отличаются на 1. Кроме того, будем считать близкими цифры 0 и 9. Сколько существует различных десятизначных чисел, у которых любые две соседние цифры – близкие?
 4. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых нет рядом стоящих одинаковых цифр?
 5. Сколькими способами можно рассадить 7 человек за круглым столом, чтобы данные три человека оказались рядом?
 6. Сколькими способами можно поселить семь котов в три комнаты: 1, 2 и 4-местную?
 7. Билеты нумеруются от 000000 до 999999. У скольких из них сумма первых трех и сумма последних трех цифр равна 15?
- В ряд стоят восемь кресел. Сколькими способами можно рассадить на них трех рыжих, трех белых котов и одну девочку, чтобы ни один рыжий кот не сидел на соседнем кресле с белым?

8.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

Вопросы к зачету (4 курс, семестр 7)

1. Взаимное расположение прямой и окружности. Определение касательной к окружности. Определение точки касания. Теорема о свойстве касательной к окружности.
2. Теорема об отрезках касательных к окружности, проведенных из одной точки. Теорема, обратная теореме о свойстве касательной (признак касательной).

3. Определение центрального угла, угловой величины дуги. Определение вписанного угла. Теорема о вписанном угле (3 случая). Следствия из теоремы о вписанном угле. Выражение величин углов с вершинами не на окружности через высекаемые дуги.
4. Теорема об угле между хордой и касательной. Теорема о квадрате касательной. Теорема о двух секущих из одной точки Теорема о двух пересекающихся хордах.
5. Признаки вписанного четырехугольника (Чем больше, тем лучше)
6. Признак описанного четырехугольника.
7. Понятие площади, свойства площади. Теорема о медианах треугольника (доказать с помощью площади).
8. Доказательство теоремы Чевы с помощью площади в обе стороны.
9. Доказательство теоремы Менелая с помощью площади в обе стороны.
10. Поворот и его свойства.
11. Определение и свойства гомотетии.
12. Прямая Эйлера.
13. Окружность 9 точек.
14. Теорема о средней линии. Теорема о медианах треугольника (без площадей). Теорема Вариньона.
15. Расстояние: а) от точки до прямой; б) между параллельными прямыми; в) от точки до окружности; г) от точки до самой удаленной точки на окружности; д) от прямой до окружности.

Вопросы к экзамену (4 курс, семестр 8)

1. Целые числа

Простые числа. Делимость с остатком и без остатка. Алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Линейное представление наибольшего общего делителя. Решение неопределенных уравнений первой степени в целых числах. Основная теорема арифметики. Теоретико-числовые функции. Формула Лежандра для максимальной степени простого числа, делящего факториал. Цепные дроби. Уравнение Пелля.

2. Сравнения. Отношение эквивалентности. Классы вычетов

Сравнения и их свойства. Неразрешимость некоторых уравнений в целых числах. Полная и приведенная системы вычетов. Функция Эйлера и ее свойства. Решение сравнений с одним неизвестным. Теоремы Ферма, Эйлера, Вильсона. Длина периода бесконечной десятичной дроби рационального числа. Китайская теорема об остатках. Признак делимости Паскаля.

3. Рациональные и иррациональные числа

Доказательство иррациональности радикалов. Метод спуска. Теорема о рациональных корнях многочлена. Иррациональность значений тригонометрических функций. Сопряженные числа. Избавление от иррациональности в знаменателе. Десятичное представление рациональных чисел. Свойства периодов.

4. Многочлены

Квадратный трехчлен и фазовая плоскость. Результат двух многочленов второй степени. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида для многочленов. Линейное представление наибольшего общего делителя. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о числе корней многочлена. Ряд Тэйлора для многочлена. Теорема единственности. Однозначность разложения многочлена на неприводимые сомножители. Многочлены с кратными корнями. Избавление от кратных корней. Теорема Виета. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Симметрические системы алгебраических уравнений

Вопросы к зачету (5 курс, семестр 9)

1. Интерполяция

Интерполяционный многочлен Лагранжа. Формула Кардано. Формулировка теоремы Руффини – Абея. Необходимость введения комплексных чисел. Интерполяционный многочлен Ньютона. Правило знаков Декарта.

2. Комплексные числа. Комплексные числа и операции с ними

Геометрическая интерпретация. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел; модуль и аргумент. Алгебраическое извлечение квадратного корня из комплексного числа. Решение квадратных уравнений над множеством комплексных чисел. Формулы Муавра и Эйлера. Корни из единицы. Решение уравнений третьей степени при помощи комплексных чисел. Неприводимый случай кубического уравнения. Суммирование ряда обратных квадратов при помощи комплексных чисел и теоремы Виета.

3. Отображения комплексной плоскости

Пути и отображения комплексной плоскости. Основная теорема алгебры. Разложение на неприводимые многочлены над действительными и комплексными числами. Принцип аргумента. Теорема Штурма о корнях тригонометрического полинома.

4. Последовательности и ряды

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Метод конечных разностей. Суммирование последовательностей. Линейные рекуррентные последовательности второго порядка.

Формула n-го члена. Метод производящих функций. Формальные степенные ряды. Числа Фибоначчи. Формула Бине.

5. Неравенства, уравнения, системы

Доказательство неравенств. Возвратные уравнения. Уравнения с целыми коэффициентами. Метод подстановок и сведение уравнений к системам. Тригонометрические замены. Приближенное решение алгебраических уравнений. Метод Ньютона. Метод итераций. Решение уравнений рекуррентного типа. Системы линейных уравнений. Аналитические методы решения задач с параметрами.

Вопросы к экзамену (5 курс, семестр А)

1. Комбинаторные задачи с ограничениями. Комбинаторика разбиений

Классические задачи. Специальные числа. Комбинаторика на шахматной доске

2. Рекуррентные соотношения

Решение рекуррентных соотношений. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.

3. Комбинаторика и ряды

Алгебраические дроби и степенные ряды. Применение степенных рядов для доказательства тождеств. Производящие функции. Бином Ньютона. Полиномиальная формула. Производящие функции и разбиения чисел.

3. Теория вероятностей в содержании ОГЭ и ЕГЭ

Типовые задачи. Методы решения.

Документ составлен в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Авторы программы: Ковыршина А.И., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ; Лапшина Е.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ.

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без

предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.