



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)
Институт математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ»
Директор ИМИТ ИГУ
М. В. Фалалеев
«10» мая 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.21 Математическая логика

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки	Системы искусственного интеллекта
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Иркутск 2023 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи:

- знакомство с понятиями математической логики;
- освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;
- развитие четкого логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.21 Математическая логика относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: Алгебра.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: Информатика, Теория вероятности и математическая статистика, Дифференциальные уравнения, Научно-исследовательская работа.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен
знать: основные определения и понятия изучаемых разделов математической логики;
уметь: формулировать и доказывать основные результаты этих разделов;
владеть: навыками решения типовых задач с применением изучаемого теоретического материала.

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных ед., 108 час.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Самост. работа	Формы текущего контроля; Формы промежут. аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися					
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия			
Отношения и операции, алгебраические системы							
Алгебра высказываний							
Исчисление высказываний							
Язык логики предикатов							
Выполнимость формул логики предикатов							
Аксиоматические теории							
Частично рекурсивные функции							
Машины Тьюринга.							
Итого (5 семестр):		34		34	32	зач.с оц.	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Отношения и операции, алгебраические системы					
Алгебра высказываний					
Исчисление высказываний					
Язык логики предикатов					
Выполнимость формул логики предикатов					
Аксиоматические теории					
Частично рекурсивные функции					
Машины Тьюринга.					
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			32		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)					

4.3. Содержание учебного материала

Тема I. Отношения и операции, алгебраические системы
Декартовы произведения и отношения. Специальные бинарные отношения. Отношения эквивалентности и порядка. Двухместные и одноместные операции. Алгебраические системы. Булевы алгебры как алгебраические системы.

Тема II. Алгебра высказываний.

Операции алгебры высказываний. Таблицы истинности. Понятия тождественной истинности и тождественной ложности высказываний. Эквивалентные формулы. Совершенные конъюнктивные и совершенные дизъюнктивные нормальные формы. Упрощение релейно-контактных блок-схем. Полнота и независимость систем связей.

Тема III. Исчисление высказываний

Алфавит и формулы исчисления высказываний. Аксиомы исчисления высказываний. Правила вывода. Понятие вывода в исчислении высказываний. Противоречивость и непротиворечивость множества формул. Понятие секвенции в исчислении высказываний. Теорема дедукции. Теорема о замене. Теорема о полноте исчисления высказываний.

Тема IV. Язык логики предикатов

Предметные переменные, предикатные символы, функциональные символы, предметные константы, логические символы, вспомогательные символы. Понятия сигнатуры и терма сигнатуры. Атомарные формулы. Формулы языка логики предикатов. Свободные и связанные вхождения переменных. Замкнутые формулы. Результат подстановки термов. Местность предиката. Алгебраические системы, мощность алгебраической системы.

Тема V. Выполнимость формул логики предикатов

Тождественно истинные формулы логики предикатов. Выполнимые формулы. Семантическое следование формулы из множества формул. Предваренная нормальная форма. Универсальная и экзистенциальная формулы. Скулемовская нормальная форма. Секвенциальное исчисление предикатов. Формулы, выводы и из множества формул. Выводимые формулы. Полнота и неполнота множества формул.

Тема VI. Аксиоматические теории

Исчисление предикатов с равенством. Аксиомы равенства. Элементарные теории данной сигнатуры. Системы аксиом и теоремы данной теории. Непротиворечивость и полнота множества предложений. Модели данной теории. Изоморфизм алгебраических систем. Изоморфные вложения. Стандартная модель арифметики, аксиома математической индукции.

Тема VII. Частично рекурсивные функции

Частичные числовые функции, всюду определенные функции. Простейшие функции. Операторы суперпозиции, подстановки и примитивной рекурсии. Схема примитивной рекурсии. Примитивно рекурсивные и общерекурсивные функции. Возвратные рекурсии. Универсальные функции. Канторовская нумерующая функция. Функция Геделя.

Тема VIII. Машины Тьюринга.

Внешний алфавит машины Тьюринга. Алфавит внутренних состояний. Команды и программы машины Тьюринга. Машинное слово. Схема переработки машинного слова. Вычисление частичной числовой функции. Правильное вычисление функции. Функции, вычисляемые по Тьюрингу. Композиция и разветвление машин Тьюринга. Номер команды и номер машины Тьюринга.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Отношения и операции, алгебраические системы			

Алгебра высказываний			
Исчисление высказываний			
Язык логики предикатов			
Выполнимость формул логики предикатов			
Аксиоматические теории			
Частично рекурсивные функции			
Машины Тьюринга.			

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Тема	Задание	Формируемые компетенции
Отношения и операции, алгебраические системы		
Алгебра высказываний		
Исчисление высказываний		
Язык логики предикатов		
Выполнимость формул логики предикатов		
Аксиоматические теории		
Частично рекурсивные функции		
Машины Тьюринга.		

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по

данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное

выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Глухов М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. – Москва : Лань, 2012. – 416 с. – Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". – Неогранич. доступ. – ISBN 978-5-8114-1344-7.
2. Глухов М. М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, А. Б. Шишков, В. А. Шапошников. – Москва : Лань, 2008. – 112 с. : ил. – Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". – Неогранич. доступ. – ISBN 978-5-8114-0853-5.
3. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – 5-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009, 2006. – 256 с. – 91 экз.

б) дополнительная литература:

1. Ершов Ю. Л., Палютин Е. А. Математическая логика. – М.: Наука, 1987. – 45 экз.
2. Гиндикин С. Г. Алгебра логики в задачах. – М.: Наука, 1972. – 10 экз.
3. Колмогоров А. Н., Драгагин А. Г. Математическая логика. – Изд. 2-е, стереотипное. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 240 с. – 10 экз.
4. Клини С. Н. Математическая логика: Пер. с англ. / Под ред. Е.Е. Минца. – Изд. 2-е, стереотипное. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 480 с. – 10 экз.

5. Лавров И. А. Математическая логика: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / И. А. Лавров; под ред. Л. Л. Максимовой. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 240 с. – 1 экз.
6. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1984. – 10 экз.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- 1.
- 2.
- 3.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

6.2. Программное обеспечение

ПЕРЕЧИСЛИТЬ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТРЕБУЕМОЕ ДЛЯ ДИСЦИПЛИНЫ

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые компетенции

Примеры оценочных средств текущего контроля

Тема I

1. Определения основных понятий
2. Декартовы произведения и отношения.
3. Отношения эквивалентности и порядка.
4. Булевы алгебры как алгебраические системы.
5. Двухместные и одноместные операции.

Тема II

6. Операции алгебры высказываний.
7. Таблицы истинности.
8. Эквивалентные формулы.
9. Полнота и независимость систем связок.

Тема III

10. Алфавит и формулы исчисления высказываний.
11. Аксиомы исчисления высказываний.
12. Правила вывода.
13. Понятие вывода в исчислении высказываний.
14. Теорема дедукции.

15. Теорема о замене.

Тема IV

16. Понятия сигнатуры и терма сигнатуры.

17. Атомарные формулы.

18. Формулы языка логики предикатов.

19. Свободные и связанные вхождения переменны

20. Замкнутые формулы.

21. Местность предиката.

22. Алгебраические системы, мощность алгебраической системы.

Тема V

23. Тавтологически истинные формулы логики предикатов.

24. Выполнимые формулы.

11

25. Предваренная нормальная форма.

26. Формулы, выводы и из множества формул.

27. Выводимые формулы.

28. Полнота и неполнота множества формул.

Тема VI

29. Исчисление предикатов с равенством.

30. Аксиомы равенства.

31. Элементарные теории данной сигнатуры.

32. Системы аксиом и теоремы данной теории.

33. Модели данной теории.

34. Изоморфные вложения.

Тема VII

35. Частичные числовые функции, всюду определенные функции.

36. Простейшие функции.

37. Операторы суперпозиции, подстановки и примитивной рекурсии.

38. Схема примитивной рекурсии.

39. Примитивно рекурсивные и общерекурсивные функции.

40. Возвратные рекурсии.

41. Универсальные функции.

42. Функция Геделя.

Тема VIII

43. Внешний алфавит машины Тьюринга.

44. Алфавит внутренних состояний.

45. Машинное слово.

46. Схема переработки машинного слова.

47. Правильное вычисление функции

Например:

Демонстрационный вариант контрольной работы №1 (№2, №3)

Демонстрационный вариант теста №1 (№2, №3)

Вопросы для собеседования №1 (№2, №3)

Вопросы для коллоквиума №1 (№2, №3)

Темы рефератов и др.

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Определения основных понятий
2. Декартовы произведения и отношения.
3. Отношения эквивалентности и порядка.
4. Булевы алгебры как алгебраические системы.
5. Двухместные и одноместные операции.
6. Операции алгебры высказываний.
7. Таблицы истинности.
8. Эквивалентные формулы.
9. Алфавит и формулы исчисления высказываний.
10. Аксиомы исчисления высказываний.
11. Правила вывода.
12. Понятие вывода в исчислении высказываний.
13. Теорема дедукции.
14. Теорема о замене.
15. Тавтологически истинные формулы логики предикатов.
16. Выполнимые формулы.
17. Предваренная нормальная форма.
18. Формулы, выводы и из множества формул.
19. Выводимые формулы.
20. Внешний алфавит машины Тьюринга.
21. Алфавит внутренних состояний.
22. Машинное слово.
23. Схема переработки машинного слова.
24. Правильное вычисление функции

Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:

- 1.
- 2.
- 3.

Разработчик: Мартьянов В. И., доктор физ.-мат. наук, профессор