



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**  
Институт математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ»**  
**Директор ИМИТ ИГУ**  
**М. В. Фалалеев**  
**«10» мая 2023 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**Б1.О.20 Методы оптимального управления**

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки	Системы искусственного интеллекта
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Иркутск 2023 г.

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ**

Цели: освоение идейных и теоретических аспектов основных численных методов решения задач оптимального управления, формирование конструктивного подхода к исследованию прикладных задач с позиций вычислительной математики и компьютерных ресурсов.

Задачи:

- изучить основные понятия и методы численного решения типовых задач оптимального управления;
- овладеть практическими навыками в реализации численных алгоритмов;
- научить основам анализа численного решения задач прикладного характера.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Учебная дисциплина Б1.О.20 Методы оптимального управления относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: Методы оптимизации.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: Научно-исследовательская работа, Производственная практика.

## **3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен  
знать: основные понятия и методы решения типовых задач оптимального управления;  
уметь: анализировать решение задач прикладного характера;  
владеть: практическими навыками в реализации численных алгоритмов.

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 4 зачетных ед., 144 час.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

##### 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Формы текущего контроля; Формы промежут. аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самост. работа	
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия		
Введение						
Линейная теория управления						
Квадратичная задача оптимального управления						
Основная задача оптимального управления						
Итого (6 семестр):		36		36	27	экз.

##### 4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Введение					
Линейная теория управления					
Квадратичная задача оптимального управления					
Основная задача оптимального управления					
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			27		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)					

##### 4.3. Содержание учебного материала

Тема 1. Введение Предмет и содержание дисциплины. Примеры прикладных задач оптимального управления. Необходимость и актуальность разработки численных методов. Исторический обзор.

Тема 2. Линейная теория управления

Линейная управляемая система. Класс допустимых управлений. Множество достижимости и его свойства. Простейшая задача оптимального управления. Стандартная форма задачи. Критерий оптимальности. Схема решения. Интегральная форма задачи. Критерий оптимальности. Задача оптимального управления ресурсами. Линейная задача оптимального управления. Принцип максимума. Формулы приращения функционала. Процедуры улучшения. Итерационные методы. Задача оптимального планирования инвестиций.

Тема 3. Квадратичная задача оптимального управления Квадратичная задача оптимального управления. Формулы приращения функционала. Процедуры улучшения. Итерационные методы. Задача минимизации нормы конечного состояния. Задача оптимального управления запасами Процедура решения. Задача быстрогодействия для ракеты. Процедура решения.

Тема 4. Основная задача оптимального управления Постановка основной задачи. Необходимые условия оптимальности. Формулы приращения функционала. Игольчатое варьирование управлений. Слабое варьирование управлений. Метод игольчатого варьирования. Построение метода. Обоснование улучшения. Сходимость итерационного метода. Вопросы реализации. Градиентные методы. Метод условного градиента. Метод проекции градиента. Построение методов, обоснование улучшения, сходимость..

#### 4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Введение			
Линейная теория управления			
Квадратичная задача оптимального управления			
Основная задача оптимального управления			

#### 4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Тема	Задание	Формируемые компетенции
Введение		
Линейная теория управления		
Квадратичная задача оптимального управления		
Основная задача оптимального управления		

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

**Подготовка к лекции.** Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к практическому занятию.** Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к семинарскому занятию.** Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к коллоквиуму.** Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при

изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к контрольной работе.** Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

**Подготовка к зачету.** Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

**Подготовка к экзамену.** Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

а) основная литература:

1. Срочко В. А. Итерационные методы решения задач оптимального управления / В. А. Срочко. – М. : Физматлит, 2002. – 160 с.
2. Антоник В. Г. Вычислительные методы оптимального управления: Учебное пособие по практическим занятиям / В. Г. Антоник. – Иркутск : Изд-во Иркут. ун-та, 1995. – 72 с.

б) дополнительная литература:

1. Васильев Ф. П. Методы оптимизации / Ф. П. Васильев. – М. : Физматлит, 2002. – 820 с.
2. Аргучинцев А. В. Методы оптимизации в задачах и упражнениях / Аргучинцев А. В., Васильев Ф. П. – М. : Физматлит, 1999. – 208 с.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- 1.
- 2.
- 3.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Учебно-лабораторное оборудование**

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

### **6.2. Программное обеспечение**

ПЕРЕЧИСЛИТЬ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТРЕБУЕМОЕ ДЛЯ ДИСЦИПЛИНЫ

## **7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **7.1. Оценочные средства текущего контроля**

Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые компетенции

**Примеры оценочных средств текущего контроля**

1. В задаче необходимо составить функцию Понтрягина.

$$\Phi(u) = x_1(3) + 2x_2(3) + \int_0^3 x_1(t)u(t)dt \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2u, & x_1(0) = -1, \\ \dot{x}_2 = x_1, & x_2(0) = 0, \end{cases}$$

$$u(t) \in U = [-1, 1], t \in T = [0, 3].$$

**Варианты:**

а)  $H(\psi, x, u, t) = 2\psi_1 u + \psi_2 x_1 + x_1 u$ .

б)  $H(\psi, x, u, t) = 2u + x_1 + x_1(3) + 2x_2(3) + x_1(t)u(t)$ .

в)  $H(\psi, x, u, t) = 2\psi_1 u + \psi_2 x_1 - x_1 u$ .

г)  $H(\psi, x, u, t) = 2\psi u + \psi x_1 - x_1 u$ .

3. Какая из систем является билинейной разделенной?

**Варианты:**

а)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 - t^2 x_2, & x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2 = x_2 - 2x_1 + u_2, & x_2(0) = 1. \end{cases}$$

б)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2^2 - u, & x_1(0) = -1, \\ \dot{x}_2 = x_1, & x_2(0) = 0. \end{cases}$$

в)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3ux_2 + 2t, & x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - ut, & x_2(0) = 2. \end{cases}$$

г)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_2 + u_1, & x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2 = x_1 - u_2^2, & x_2(0) = 0. \end{cases}$$



5. Что означает условие  $u(t) = \arg \max_{v \in U} H(\psi(t), x(t), v, t)$ ,  $t \in T$  ?

**Варианты:**

- а) Управление  $u(t)$  является максимальным для функции  $H$ .
- б) Управление  $u(t)$  максимизирует функцию  $H$ .
- в) Управление  $u(t)$  максимизирует аргументы у функции  $H$ .
- г) Управление  $u(t)$  является максимальным на множестве  $U$ .

6. Какое из определений кусочно-непрерывной функции является верным?

**Варианты:**

- а) Функция  $u(t)$ ,  $t \in T = [t_0, t_1]$  называется *кусочно-непрерывной* на отрезке  $T$ , если она непрерывна всюду на  $T$ , за исключением точек  $t_0$  и  $t_1$ , в которых она имеет разрывы первого рода.
- б) Функция  $u(t)$ ,  $t \in T = [t_0, t_1]$  называется *кусочно-непрерывной* на отрезке  $T$ , если она имеет разрывы на  $T$ .
- в) Функция  $u(t)$ ,  $t \in T = [t_0, t_1]$  называется *кусочно-непрерывной* на отрезке  $T$ , если она непрерывна всюду на  $T$ , за исключением точек, в которых она имеет разрывы второго рода.
- г) Функция  $u(t)$ ,  $t \in T = [t_0, t_1]$  называется *кусочно-непрерывной* на отрезке  $T$ , если она непрерывна всюду на  $T$ , за исключением, быть может, конечного числа точек интервала  $(t_0, t_1)$ , в которых она имеет разрывы первого рода.

Например:

Демонстрационный вариант контрольной работы №1 (№2, №3)

Демонстрационный вариант теста №1 (№2, №3)

Вопросы для собеседования №1 (№2, №3)

Вопросы для коллоквиума №1 (№2, №3)

Темы рефератов и др.

## 7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

**Список вопросов для промежуточной аттестации:**

- 1.
- 2.
- 3.

**Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:**

1. Кусочно-непрерывные и кусочно-дифференцируемые функции. Линейная управляемая система. Множество допустимых управлений.
2. Множество достижимости линейной управляемой системы. Свойство выпуклости.
3. Простейшая задача оптимального управления.

4. Задача оптимального управления ресурсами.
5. Линейная задача оптимального управления. Принцип максимума. Формулы приращения функционала. Достаточное условие оптимальности.
6. Линейная задача оптимального управления. Принцип максимума. Процедуры улучшения.
7. Задача оптимального планирования инвестиций.
8. Задача на максимум нормы конечного состояния.
9. Задача оптимального управления запасами.
10. Задача управления с минимальной энергией.
11. Основная задача оптимального управления. Необходимые условия оптимальности. Процедура игольчатого варьирования, игольчатая вариация функционала.
12. Основная задача оптимального управления. Необходимые условия оптимальности. Процедура слабого варьирования, слабая вариация функционала.
13. Основная задача оптимального управления. Построение метода игольчатого варьирования. Схема метода.
14. Основная задача оптимального управления. Схема метода игольчатого варьирования. Обоснование метода.
15. Основная задача оптимального управления. Метод условного градиента.
16. Основная задача оптимального управления. Метод проекции градиента.

Разработчик: Срочко В. А., доктор физ.-мат. наук, профессор