



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)
Институт математики и информационных технологий



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.19 Дискретная математика

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки	Системы искусственного интеллекта
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Иркутск 2023 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели: изучение основных принципов дискретного математического моделирования и алгоритмизации математических и прикладных задач, важнейших областей дискретной математики: комбинаторного анализа, теории функциональных систем и теории графов.

Задачи: дать обучающимся базовые знания по следующим разделам дискретной математики: комбинаторика; теория графов; модели алгоритмов; алгоритмическая разрешимость и неразрешимость; сложность алгоритмов; подходы к решению алгоритмически сложных задач; научить пользоваться терминологией, моделями и методами соответствующих разделов дискретной математики, применяемыми в практике инженерных и научно-технических расчетов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.19 Дискретная математика относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: Математический анализ, Алгебра.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: Базы данных, Теория вероятностей и математическая статистика, Научно-исследовательская работа, Производственная практика.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- комбинаторные методы;
- основы теории графов (ПК-2),
- алгоритмически разрешимые и алгоритмически неразрешимые проблемы,
- модели вычислений,
- основные понятия теории сложности алгоритмов,
- подходы к решению алгоритмически сложных задач;

уметь:

- оценивать сложность алгоритмов;
- применять приближенные алгоритмы для решения алгоритмически сложных задач;
- использовать математические методы в технических приложениях;

владеть:

- способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

- основными методами анализа и синтеза дискретных математических моделей;
- методами приближенного решения алгоритмически сложных задач.

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных ед., 108 час.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Самост. работа	Формы текущего контроля; Формы промежут. аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися					
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия			
Основные методы комбинаторных вычислений							
Основы теории графов							
Основы теории конечных автоматов							
Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Модели вычислений, исчисления							
Основы теории сложности алгоритмов							
Подходы к решению алгоритмически сложных задач							
Итого (5 семестр):		34		34	32	зач.с оц.	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Основные методы комбинаторных вычислений					
Основы теории графов					
Основы теории конечных автоматов					
Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Модели вычислений, исчисления					
Основы теории сложности алгоритмов					
Подходы к решению алгоритмически сложных задач					
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			32		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)					

4.3. Содержание учебного материала

Тема 1. Основные методы комбинаторных вычислений Комбинаторные конфигурации и комбинаторные числа. Производящие функции. Рекуррентные уравнения для последовательностей комбинаторных чисел. Метод включений и исключений.

Тема 2. Основы теории графов Понятие графа, способы задания графов, основные определения. Обходы графов, эйлеровы и гамильтоновы циклы, Деревья и остовы. Фундаментальные циклы и остовы. Независимые и доминирующие множества вершин графа. Раскраска вершин. Паросочетания в двудольных графах. Оптимизационные задачи на языке графов: кратчайший цикл, минимальный остов, максимальный поток в сети.

Тема 3. Основы теории конечных автоматов. Определение автомата. Классификация автоматов. Таблицы переходов-выходов и диаграммы переходов. Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и их свойства. Алфавитное кодирование. Однозначность кодирования. Теорема о существовании взаимно однозначного кодирования, обладающего свойством префикса. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.

Тема 4. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Модели вычислений, исчисления Машины с неограниченными регистрами и частично-рекурсивные функции как математические уточнения понятия алгоритма. Примеры алгоритмически неразрешимых проблем. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.

Тема 5. Основы теории сложности алгоритмов Сложность алгоритмов. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость проблем. NP–полные задачи: о выполнимости логической формулы, о покрытии бинарной таблицы, о гамильтоновом цикле в графе.

Тема 6. Подходы к решению алгоритмически сложных задач Приближенные решения задач об упаковке в контейнеры, о рюкзаке, о коммивояжере, о покрытии таблицы. Сокращение перебора при решении NP–полных задач: динамическое программирование, метод ветвей и границ.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Основные методы комбинаторных вычислений			
Основы теории графов			
Основы теории конечных автоматов			
Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Модели вычислений, исчисления			
Основы теории сложности алгоритмов			
Подходы к решению алгоритмически сложных задач			

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Тема	Задание	Формируемые компетенции
Основные методы комбинаторных вычислений		
Основы теории графов		
Основы теории конечных автоматов		
Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Модели вычислений, исчисления		
Основы теории сложности алгоритмов		
Подходы к решению алгоритмически сложных задач		

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала,

данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуются делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного

материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Балагура А.А. Комбинаторика. Булевы функции. Графы: учеб. пособие / А.А. Балагура, О.В. Кузьмин. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. – 115с. ISBN 978 – 5 – 9624 – 0695 – 4. – 70 экз.
2. Мальцев И. А. Дискретная математика: Учебное пособие. – 2-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2011. – 304 с. – 50 экз.
3. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. – 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с. – 31 экз.
4. Лакеев А.В. Элементы теории обыкновенных графов : учеб. пособие / А.В.Лакеев. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. – 83 с. - 70 экз.
5. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций—М.: Мир, 1983.—256 с. – 30 экз.

б) дополнительная литература:

1. Акимов О.Е., Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 4 экз.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А., Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 17 экз.
3. Иванов Б.Н. Дискретная математика: алгоритмы и программы. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 1 экз.
4. Набебин А.А. Сборник задач по дискретной математике. – М., Научный мир, 2009. – 280 с. – 1 экз.
5. Харари Ф. Теория графов. – М.: Либроком, 2009. – 300 с. – 10 экз.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- 1.
- 2.
- 3.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

6.2. Программное обеспечение

ПЕРЕЧИСЛИТЬ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТРЕБУЕМОЕ ДЛЯ ДИСЦИПЛИНЫ

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые компетенции

Примеры оценочных средств текущего контроля

Тема 1. Основные методы комбинаторных вычислений Комбинаторные конфигурации и комбинаторные числа. Производящие функции. Рекуррентные уравнения для последовательностей комбинаторных чисел. Метод включений и исключений.

Тема 2. Основы теории графов Понятие графа, способы задания графов, основные определения. Обходы графов, эйлеровы и гамильтоновы циклы, Деревья и остовы. Фундаментальные циклы и остовы, их связь с задачами электротехники. Независимые и доминирующие множества вершин графа. Раскраска вершин. Паросочетания в двудольных графах. Оптимизационные задачи на языке графов: кратчайший цикл, минимальный остов, максимальный поток в сети.

Тема 3. Основы теории конечных автоматов. Определение автомата. Классификация автоматов. Таблицы переходов-выходов и диаграммы переходов. Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и их свойства. Алфавитное кодирование. Однозначность кодирования. Теорема о существовании взаимно однозначного кодирования, обладающего свойством префикса. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.

Тема 4. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Модели вычислений, исчисления Машины с неограниченными регистрами и частично-рекурсивные функции как математические уточнения понятия алгоритма. Примеры алгоритмически неразрешимых проблем. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Исчисления. Понятия вывода и выводимости. Формальные грамматики и языки. Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Ассоциативные исчисления. Полусистемы Туэ, продукции Поста, нормальные алгорифмы Маркова.

Тема 5. Основы теории сложности алгоритмов Сложность алгоритмов. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость проблем. NP-полные задачи: о выполнимости логической формулы, о покрытии бинарной таблицы, о гамильтоновом цикле в графе.

Тема 6. Подходы к решению алгоритмически сложных задач Приближенные решения задач об упаковке в контейнеры, о рюкзаке, о коммивояжере, о покрытии таблицы. Сокращение перебора при решении NP-полных задач: динамическое программирование, метод ветвей и границ.

Например:

Демонстрационный вариант контрольной работы №1 (№2, №3)

Демонстрационный вариант теста №1 (№2, №3)

Вопросы для собеседования №1 (№2, №3)

Вопросы для коллоквиума №1 (№2, №3)

Темы рефератов и др.

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Размещения, размещение без повторений, сочетания (на языке функций и на языке предметы – ящики).
2. Рекуррентная формула для сочетаний и бином Ньютона.
3. Разбиения. Числа Стирлинга первого и второго рода (включая рекуррентные формулы).
4. Принципы включения и исключения.
5. Производящие функции и их свойства.
6. Возвратные (рекуррентные) последовательности. Их характеристические и производящие функции.
7. Общее решение рекуррентного соотношения в случае, когда все корни характеристического многочлена различны.
8. Графы. Способы задания графов. Маршруты, цепи, циклы. Характеризация двудольных графов.
9. Связные графы. Компоненты связности графа.
10. Теорема Менгера.
11. Теорема Холла, трансверсаль и совершенные паросочетания.
12. Деревья. Теорема характеристики деревьев – свойства с 1 по 5.
13. Теорема характеристики деревьев – свойства с 5 по 8.
14. Код Прюффера и количество помеченных деревьев.
15. Эйлеровы графы и их характеристикация.
16. Гамильтоновы графы, критерий гамильтоновости.
17. Планарные и плоские графы. Формула Эйлера. Теорема Понтрягина-Куратовского.
18. Хроматическое число графа. Теорема о 5-ти красках для планарных графов.
19. Графические последовательности.
20. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона и алгоритм нахождения максимального потока.
21. Определение автомата. Классификация автоматов.
22. Таблицы переходов-выходов и диаграммы переходов.
23. Триггеры.
24. Канонические уравнения и их получение из таблиц переходов-выходов.
25. Формальные языки и настроенные диаграммы.
26. Конечно-автоматные языки и их свойства.
27. Алфавитное кодирование. Однозначность кодирования.
28. Свойство префикса. Теорема.
29. Нетривиальное разложение кодов в схеме кодирования. Алгоритм проверки кодирования на однозначность.

30. Неравенство Макмилана. Теорема.
 31. Теорема о существовании взаимно однозначного кодирования, обладающего свойством префикса.
 32. Понятие о кодах с минимальной избыточностью.
 33. Дерево взаимно однозначного кодирования и операции на нем.
 34. Насыщенное и приведенное кодовые деревья.
 35. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.
1. Вычислимые функции. Нумерация вычислимых функций. Число индексов вычислимой функции.
 2. Существование невычислимых функций. Существование частично рекурсивных функций, не имеющих обще рекурсивных доопределений.
 3. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Существование перечислимого, но не рекурсивного множества.
 4. Замкнутость (незамкнутость) рекурсивных и рекурсивно перечислимых множеств относительно операций пересечения, объединения, дополнения (разности).
 5. Множество К, перечислимость К, неразрешимость К.
 6. Теорема: множество разрешимо тогда и только тогда, когда оно и его дополнение рекурсивно перечислимы.
 7. Оценка сложности вычислений. Временная и ёмкостная сложность, их связь. Примеры.
 8. Рекурсивные алгоритмы. Пример: алгоритм сортировки с временной сложностью $n \log n$.
 9. Класс сложности P. Примеры полиномиально разрешимых алгоритмических проблем.
 10. Недетерминированные машины Тьюринга. Классы P, NP, PSPACE. Соотношения между этими классами. Примеры.
 11. NP-трудность и NP-полнота. Проблема выполнимости булевых формул. Полиномиальная сводимость. Теорема Кука.
 12. Альтернирующие машины Тьюринга. Классы DSPACE[s(n)], NSPACE[s(n)], ATIME[t(n)], ASPACE[s(n)]. Теорема Савича.
 13. Рекурсивные алгоритмы. Пример: алгоритм сортировки с временной сложностью $n \log n$.

Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:

- 1.
- 2.
- 3.

Разработчик: Кузьмин О. В., доктор физ.-мат. наук, зав. кафедрой