



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.18 Дискретная математика

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки	Математическое моделирование и программирование систем управления
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Иркутск 2025 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели: изучение основных принципов дискретного математического моделирования и алгоритмизации математических и прикладных задач, важнейших областей дискретной математики: комбинаторного анализа, теории функциональных систем и теории графов.

Задачи: дать обучающимся базовые знания по следующим разделам дискретной математики: комбинаторика; теория графов; модели алгоритмов; алгоритмическая разрешимость и неразрешимость; сложность алгоритмов; подходы к решению алгоритмически сложных задач; научить пользоваться терминологией, моделями и методами соответствующих разделов дискретной математики, применяемыми в практике инженерных и научно-технических расчетов в процессе математического моделирования сложных систем.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.19 Дискретная математика относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: Математический анализ, Алгебра.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: Базы данных, Теория вероятностей и математическая статистика, Научно-исследовательская работа, Производственная практика.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

- комбинаторные методы;
- основы теории графов,
- алгоритмически разрешимые и алгоритмически неразрешимые проблемы,
- модели вычислений,
- основные понятия теории сложности алгоритмов,
- подходы к решению алгоритмически сложных задач;

уметь:

- оценивать сложность алгоритмов;
- применять приближенные алгоритмы для решения алгоритмически сложных задач;
- использовать математические методы в технических приложениях;

владеть:

- способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;
- основными методами анализа и синтеза дискретных математических моделей;
- методами приближенного решения алгоритмически сложных задач.

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных ед., 108 час.

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Формы текущего контроля; Формы промежуточной аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самост. работа	
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия		
Тема 1. Основные методы комбинаторных вычислений		4	4		2	Самостоятельная работа
Тема 2. Основы теории графов		6	6		6	Контрольная работа
Тема 3. Основы теории конечных автоматов		6	6		6	Домашняя контрольная работа
Тема 4. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Модели вычислений, исчисления		6	6		6	Контрольная работа
Тема 5. Основы теории сложности алгоритмов		6	6		6	Самостоятельная работа
Тема 6. Подходы к решению алгоритмически сложных задач		6	6		6	Контрольная работа
Итого (5 семестр):		34	34		32	зач. с оц.

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Тема 1. Основные методы комбинаторных вычислений	Подготовка к самост. работе	2 неделя	2	Самост. работа № 1	http://domic/isu.ru
Тема 2. Основы теории графов	Подготовка к контр. работе	3-5 неделя	6	Контрольная работа № 1	http://domic/isu.ru
Тема 3. Основы	Подготовка	6-8 неделя	6	Домашняя	http://domic/isu.ru

теории конечных автоматов	к контр. работе			контрольная работа № 2	
Тема 4. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Классы P и NP	Подготовка к контр. работе	9-11 неделя	6	Контрольная работа № 3	http://domic/isu.ru
Тема 5. Основы теории сложности алгоритмов	Подготовка к самост. работе	12-14 неделя	6	Самост. работа № 2	http://domic/isu.ru
Тема 6. Подходы к решению алгоритмически сложных задач	Подготовка к контр. работе	15-17 неделя	6	Контрольная работа № 4	http://domic/isu.ru
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			32		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)			10		

4.3. Содержание учебного материала

Тема 1. Основные методы комбинаторных вычислений

Комбинаторные конфигурации и комбинаторные числа. Производящие функции. Рекуррентные уравнения для последовательностей комбинаторных чисел. Метод включений и исключений.

Тема 2. Основы теории графов

Понятие графа, способы задания графов, основные определения. Обходы графов, эйлеровы и гамильтоновы циклы. Деревья и остовы. Фундаментальные циклы и остовы. Независимые и доминирующие множества вершин графа. Раскраска вершин. Паросочетания в двудольных графах. Оптимизационные задачи на языке графов: кратчайший цикл, минимальный остов, максимальный поток в сети.

Тема 3. Основы теории конечных автоматов

Определение автомата. Классификация автоматов. Таблицы переходов-выходов и диаграммы переходов. Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и их свойства. Алфавитное кодирование. Однозначность кодирования. Теорема о существовании взаимно однозначного кодирования, обладающего свойством префикса. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.

Тема 4. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость

Модели вычислений, исчисления Машины с неограниченными регистрами и частично-рекурсивные функции как математические уточнения понятия алгоритма. Примеры алгоритмически неразрешимых проблем. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества.

Тема 5. Основы теории сложности алгоритмов

Сложность алгоритмов. Классы **P** и **NP**. Полиномиальная сводимость проблем. **NP**–полные задачи: о выполнимости логической формулы, о покрытии бинарной таблицы, о гамильтоновом цикле в графе.

Тема 6. Подходы к решению алгоритмически сложных задач

Приближенные решения задач об упаковке в контейнеры, о рюкзаке, о коммивояжере, о покрытии таблицы. Сокращение перебора при решении **NP**–полных задач: динамическое программирование, метод ветвей и границ.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Основные методы комбинаторных вычислений	4	Самостоятельная работа № 1	ОПК-1
Основы теории графов	6	Контрольная работа № 1	ОПК-1
Основы теории конечных автоматов	6	Домашняя контрольная работа № 2	ОПК-1
Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Классы P и NP	6	Контрольная работа № 3	ОПК-1
Основы теории сложности алгоритмов	6	Самостоятельная работа № 2	ОПК-1
Подходы к решению алгоритмически сложных задач	6	Контрольная работа № 4	ОПК-1

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Тема	Задание	Формируемые компетенции
Основные методы комбинаторных вычислений	Подготовка к самостоятельной работе № 1	ОПК-1
Основы теории графов	Подготовка к контрольной работе № 1	ОПК-1
Основы теории конечных автоматов	Подготовка к контрольной работе № 2	ОПК-1
Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Классы P и NP	Подготовка к контрольной работе № 3	ОПК-1
Основы теории сложности алгоритмов	Подготовка к самостоятельной работе № 2	ОПК-1
Подходы к решению алгоритмически сложных задач	Подготовка к контрольной работе № 4	ОПК-1

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Балагура А.А. Комбинаторика. Булевы функции. Графы: учеб. пособие / А.А. Балагура, О.В. Кузьмин. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. – 115 с. ISBN 978 – 5 – 9624 – 0695 – 4. – 68 экз.
2. Зинченко А. С., Пантелеев В. И., Семичева Н. Л. Дискретная математика в задачах и упражнениях: практикум. Часть 1 : учеб. пособие. – Иркутск: Репроцентр А1, 2019. – 100 с. ISBN 978-5-00133-182-7 – 59 экз.
3. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций – М.: Мир, 1983. – 256 с. – 30 экз.
4. Кузьмин О.В. Введение в комбинаторные методы дискретной математики: учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2012. – 113 с. – 69 экз.
5. Лакеев А.В. Элементы теории обыкновенных графов : учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. – 83 с. – 49 экз.
6. Мальцев И. А. Дискретная математика : учеб. пособие. – 2-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2011. – 304 с. – 50 экз.

б) дополнительная литература:

1. Акимов О.Е., Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 4 экз.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А., Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 17 экз.
3. Зубков О.В. Синтез и сложность логических устройств: учеб. пособие. – Иркутск: Изд-во ФГБОУ ВПО ВСГАО, 2014. – 149 с. ISBN 987-5-91344-761-6. – 19 экз.
4. Кузьмин О. В. Комбинаторные методы дискретного анализа : учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2013. - 126 с. – 59 экз.
5. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. – 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с. – 22 экз.
6. Харари Ф. Теория графов. – М.: Либроком, 2009. – 300 с. – 10 экз.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. НБ ИГУ <http://library.isu.ru/ru>
2. ЭЧЗ «Библиотех» <https://isu.bibliotech.ru/>
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
4. ЭБС «Рукопт» <http://rucont.ru>
5. ЭБС «Айбукс» <http://ibooks.ru>
6. ЭБС «Юрайт» [Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов. \(urait.ru\)](http://urait.ru)
7. Образовательный портал ИГУ <http://educa.isu.ru/>
8. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

6.2. Программное обеспечение

1. Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
2. Программа для просмотра файлов формата Dj Vu Win Dj View, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
3. Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
4. Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые
--------------	---------------------	----------------

		Компетенции
Самостоятельная работа	Основные методы комбинаторных вычислений	ОПК-1
Контрольная работа	Основы теории графов	ОПК-1
Домашняя контрольная работа	Основы теории конечных автоматов	ОПК-1
Контрольная работа	Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Классы P и NP	ОПК-1
Самостоятельная работа	Основы теории сложности алгоритмов	ОПК-1
Контрольная работа	Подходы к решению алгоритмически сложных задач	ОПК-1

Примеры оценочных средств текущего контроля

1. Самостоятельные работы

Демонстрационный вариант самостоятельной работы № 1 (тема: Основные методы комбинаторных вычислений)

1. Число сочетаний из n по 2 равно 21. Найдите n .
2. Сколько способов существует, чтобы рассадить 5 человек за круглым столом?
3. Сколькими способами можно выбрать 8 яблок из пакета с 12 яблоками?
4. В коробке 5 кубиков, пронумерованных от 1 до 5. Из коробки вынимаются друг за другом 3 кубика и в этом же порядке записывают полученные цифры. Сколько трехзначных чисел можно записать таким образом?
5. Найти явный вид чисел, заданных рекуррентным соотношением $f(n+2) - 6f(n+1) + 8f(n) = 0$, при $f(0) = 2$, $f(1) = 5$.
6. Найти общее решение уравнения $f(n+4) - 4f(n+3) + 6f(n+2) - f(n+1) + f(n) = 0$.

Демонстрационный вариант самостоятельной работы № 2 (тема: Основы теории сложности алгоритмов)

1. Оценить временную сложность алгоритма для следующей программы:

```

for i:=1 to N do
begin
  max:=A[i,1];
  for j:=1 to N do
  begin
    if A[i,j]>max then
      max:=A[i,j]
  end;
  writeln(max);
end;
```

2. Оценить временную сложность алгоритма для следующей программы:

```

procedure DoubleRecursive(N: integer);
```

```

begin
  if N>0 then
    begin
      DoubleRecursive(N-1);
      DoubleRecursive(N-1);
    end;
  end;
end;

```

3. Оценить временную сложность алгоритма для следующей программы:

```

procedure Slow;
var
  i,j,k: integer;
begin
  for i:=1 to N do
    for j:=1 to N do
      for k:=1 to N do
        {какое-то действие}
      end;
    end;
  end;
end;

procedure Fast;
var
  i,j: integer;
begin
  for i:=1 to N do
    for j:=1 to N do
      {какое-то действие}
    end;
  end;
end;

procedure Both;
begin
  Fast;
  Slow;
end;

```

4. Оценить временную сложность алгоритма вычисления $n!$.

5. Оценить временную сложность алгоритма вычисления n^n .

6. Разработать алгоритм формирования массива, составленного из сумм, пар элементов массива целых чисел $A[n]$, в сумме дающих четное число. Оценить временную сложность алгоритма.

2. Контрольные работы

Демонстрационный вариант контрольной работы № 1 (тема: Основы теории графов)

1. По коду Прюфера 233567891 построить дерево.
2. Множество векторов разбить на классы так, чтобы каждый класс состоял из кодов изоморфных корневым деревьям. Построить дерево по его коду для одного (любого) представителя каждого из классов. Если есть вектора, не являющиеся кодами деревьев, выделить их в отдельный класс. Векторы: $\alpha_1 = 0100101101$, $\alpha_2 = 0101000111$, $\alpha_3 = 0001110101$, $\alpha_4 = 0101001011$, $\alpha_5 = 0100011101$, $\alpha_6 = 0010011$, $\alpha_7 = 0011001$.
3. Найти хроматическое число графа K_n .
4. На пир при дворе короля Артура собралось четное число рыцарей, которые либо дружат,

либо враждуют. Оказалось, что у каждого из рыцарей друзей больше, чем врагов. Доказать, что волшебник Мерлин может так рассадить рыцарей за круглым столом, что справа и слева от каждого из них будет сидеть друг.

5. Сколько цветов нужно для раскраски карты, получающейся при пересечении прямых на плоскости? Ответ обоснуйте.

Демонстрационный вариант контрольной работы № 2 (тема: Основы теории конечных автоматов)

1. Минимизировать конечный автомат, заданный в виде автоматной таблицы:

	q^0	q^1	q^2	q^3	q^4	q^5
0	$0 / q^1$	$0 / q^5$	$1 / q^4$	$1 / q^0$	$1 / q^4$	$0 / q^1$
1	$1 / q^5$	$1 / q^3$	$1 / q^0$	$1 / q^4$	$1 / q^5$	$1 / q^0$

2. $A_{\text{вх}} = A_{\text{вых}} = \{0,1\}$. Построить конечный автомат, который после каждого трех символов вместо четвертого выдает двоичную сумму трех предыдущих (эти три числа подаются на вход без изменений).

Демонстрационный вариант контрольной работы № 3 (тема: Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Классы P и NP)

1. Докажите утверждения о замкнутости классов **P** относительно различных операций:

а) если $L_1, L_2 \in P$ и $L = L_1 \cup L_2$, то $L \in P$ (объединение);

б) если $L \in P$, то $\bar{L} \in P$ (дополнение);

в) если $L_1, L_2 \in P$ и $L = \{\alpha\beta : \alpha \in L_1, \beta \in L_2\}$, то $L \in P$ (конкатенация).

2. Сформулируйте и докажите утверждения о том, что класс **NP** замкнут относительно объединения и конкатенации. Что будет происходить в случае дополнения?

3. Докажите, что следующие задачи разрешения принадлежат классу **NP**:

а) раскраска вершин графа двумя цветами таким образом, чтобы любые две смежные вершины были разноцветными;

б) раскраска вершин графа тремя цветами таким образом, чтобы любые две смежные вершины были разноцветными.

Демонстрационный вариант контрольной работы № 4 (тема: Подходы к решению алгоритмически сложных задач)

1. Имеется три предмета и рюкзак, способный выдержать 50 кг. Первый предмет весит 10 кг и стоит 60 у.е. Второй предмет весит 20 кг и имеет стоимость 100 у.е. Третий предмет весит 30 кг и стоит 120 у.е. требуется оптимально заполнить рюкзак предметами, не превысив его веса.

2. Пароход может быть использован для перевозки 11 наименований груза, масса, объём и цена единицы каждого из которых приведены в таблице.

Параметры единицы груза	Номер груза										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Масса (т)	80	62	92	82	90	60	81	83	86	65	83
Объём (м ³)	100	90	96	110	120	80	114	60	106	114	86
Цена (у.е.)	4,4	2,7	3,2	2,8	2,7	2,8	3,3	3,5	4,7	3,9	4,0

На пароход может быть погружено не более 800 т груза общим объёмом, не превышающим 600 м³. Определить, сколько единиц каждого груза следует поместить на пароход так, чтобы общая стоимость размещённого груза была максимальной.

3. Решить задачу коммивояжера с матрицей стоимостей

–	43	21	20	14	24	17
10	–	9	22	15	8	23
20	10	–	5	15	25	15
42	50	27	–	33	45	30
30	17	15	7	–	21	27
25	31	36	19	24	–	38
36	26	18	11	21	13	–

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Размещения, размещение без повторений, сочетания (на языке функций и на языке предметы – ящики).
2. Треугольник Паскаля. Рекуррентная формула для сочетаний и бином Ньютона.
3. Разбиения. Числа Стирлинга первого и второго рода (включая рекуррентные формулы).
4. Принципы включения и исключения.
5. Производящие функции и их свойства.
6. Возвратные (рекуррентные) последовательности. Их характеристические и производящие функции.
7. Общее решение рекуррентного соотношения в случае, когда все корни характеристического многочлена различны.
8. Графы. Способы задания графов. Маршруты, цепи, циклы. Характеризация двудольных графов.
9. Связные графы. Компоненты связности графа.
10. Теорема Менгера.
11. Теорема Холла, трансверсаль и совершенные паросочетания.
12. Деревья. Теорема характеристики деревьев – свойства с 1 по 5.
13. Теорема характеристики деревьев – свойства с 5 по 8.
14. Код Прюффера и количество помеченных деревьев.
15. Эйлеровы графы и их характеристика.

16. Гамильтоновы графы, критерий гамильтоновости.
17. Планарные и плоские графы. Формула Эйлера. Теорема Понтрягина-Куратовского.
18. Хроматическое число графа. Теорема о 5-ти красках для планарных графов.
19. Графические последовательности.
20. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона и алгоритм нахождения максимального потока.
21. Определение автомата. Классификация автоматов.
22. Таблицы переходов-выходов и диаграммы переходов.
23. Триггеры.
24. Канонические уравнения и их получение из таблиц переходов-выходов.
25. Формальные языки и настроенные диаграммы.
26. Конечно-автоматные языки и их свойства.
27. Алфавитное кодирование. Однозначность кодирования.
28. Свойство префикса. Теорема.
29. Нетривиальное разложение кодов в схеме кодирования. Алгоритм проверки кодирования на однозначность.
30. Неравенство Макмилана. Теорема.
31. Теорема о существовании взаимно однозначного кодирования, обладающего свойством префикса.
32. Понятие о кодах с минимальной избыточностью.
33. Дерево взаимно однозначного кодирования и операции на нем.
34. Насыщенное и приведенное кодовые деревья.
35. Алгоритм построения кода с минимальной избыточностью.
36. Вычислимые функции. Нумерация вычислимых функций. Число индексов вычислимой функции.
37. Существование невычислимых функций. Существование частично рекурсивных функций, не имеющих обще рекурсивных доопределений.
38. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Существование перечислимого, но не рекурсивного множества.
39. Замкнутость (незамкнутость) рекурсивных и рекурсивно перечислимых множеств относительно операций пересечения, объединения, дополнения (разности).
40. Множество K , перечислимость K , неразрешимость K .
41. Теорема: множество разрешимо тогда и только тогда, когда оно и его дополнение рекурсивно перечислимы.
42. Оценка сложности вычислений. Временная и ёмкостная сложность, их связь. Примеры.
43. Рекурсивные алгоритмы. Пример: алгоритм сортировки с временной сложностью $n \log n$.
44. Класс сложности P . Примеры полиномиально разрешимых алгоритмических проблем.

45. Недетерминированные машины Тьюринга. Классы P, NP, PSPACE. Соотношения между этими классами. Примеры.

46. NP-трудность и NP-полнота. Проблема выполнимости булевых формул. Полиномиальная сводимость. Теорема Кука.

47. Альтернирующие машины Тьюринга. Классы DSPACE[s(n)], NSPACE[s(n)], ATIME[t(n)], ASPACE[s(n)]. Теорема Савича.

Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:

Пример экзаменационного билета

БИЛЕТ 1

1. Принцип включения и исключения.
2. Связные и несвязные графы.
3. Имеется p белых и q черных шаров. Сколькими способами можно выложить в ряд все шары таким образом, чтобы никакие два черных шара не лежали рядом?
4. Записать вектор трехместной функции, принимающей нулевое значение только на наборе (100) и на соседних с ним наборах.

Разработчик: **Кузьмин Олег Викторович**, доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой теории вероятностей и дискретной математики