



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий  
Кафедра информационных технологий

**«УТВЕРЖДАЮ»**  
Директор ИМИТ ИГУ  
*М. В. Фалалеев*  
**М. В. Фалалеев**  
**«17» мая 2023 г.**



**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**Б1.О.18 Дискретная математика**

Направление подготовки 02.03.02 Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем

Направленность (профиль) подготовки Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем

Квалификация выпускника бакалавр

Форма обучения очная

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цели:** изучение основных принципов дискретного математического моделирования и алгоритмизации математических и прикладных задач, важнейших областей дискретной математики: комбинаторного анализа, теории функциональных систем и теории графов, знакомство с основными разделами дискретной математики, методы которых могут использоваться при решении различных задач, связанных математическим обеспечением проектирования, разработки и сопровождения программных продуктов.

**Задачи:** дать обучающимся базовые знания по следующим основным разделам дискретной математики: комбинаторика; теория графов; модели алгоритмов; алгоритмическая разрешимость и неразрешимость; сложность алгоритмов; подходы к решению алгоритмически сложных задач; научить пользоваться терминологией, моделями и методами соответствующих разделов дискретной математики, применяемыми в практике математического обеспечения различных информационных систем.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.18 Дискретная математика относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: Математический анализ, Алгебра.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: Базы данных, Теория вероятностей и математическая статистика, Научно-исследовательская работа, Производственная практика.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем:

**УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

**УК-6** Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни;

**ОПК-1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

- комбинаторные методы;
- основы теории графов,
- алгоритмически разрешимые и алгоритмически неразрешимые проблемы,
- модели вычислений,
- основные понятия теории сложности алгоритмов,
- подходы к решению алгоритмически сложных задач;

уметь:

- оценивать сложность алгоритмов;
- применять приближенные алгоритмы для решения алгоритмически сложных задач;
- использовать математические методы в технических приложениях;

владеть:

- способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;
- основными методами анализа и синтеза дискретных математических моделей;
- методами приближенного решения алгоритмически сложных задач.

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 6 зачетных ед., 216 час.

Форма промежуточной аттестации: зачет, экзамен.

##### 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Формы текущего контроля; Формы промежуточной аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самост. работа	
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия		
Математические основы		4		4		Самостоятельная работа № 1
Комбинаторика		12		12		Контрольная работа № 1
Основы теории булевых функций		16		16	2	Домашняя контрольная работа № 2
Элементы теории графов		12		12	6	Контрольная работа № 3
Помехоустойчивое кодирование		10		10	10	Самостоятельная работа № 2
Дискретное преобразование информации		10		10	10	Домашняя контрольная работа № 4
Итого (3 семестр):		34		34	2	зач.
Итого (4 семестр):		32		32	26	экз.

##### 4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Основы теории булевых функций	Подготовка к контр. работе	9 неделя	2	Домашняя контрольная работа № 2	<a href="http://domic/isu.ru">http://domic/isu.ru</a>

Элементы теории графов	Подготовка к контр. работе	19-21 неделя	6	Контрольная работа № 3	<a href="http://domic/isu.ru">http://domic/isu.ru</a>
Помехоустойчивое кодирование	Подготовка к самост. работе	22-24 неделя	6	Самост. работа № 2	<a href="http://domic/isu.ru">http://domic/isu.ru</a>
Дискретное преобразование информации		25-27 неделя	6	Домашняя контрольная работа № 4	<a href="http://domic/isu.ru">http://domic/isu.ru</a>
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			28		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)			8		

### 4.3. Содержание учебного материала

#### Тема 1. Математические основы

Конечные множества и операции над ними. Мультимножества. Функции и соответствия. Отношения. Отношения эквивалентности. Отношение частичного порядка. Определения, примеры, свойства.

#### Тема 2. Комбинаторика

2.1. Правила суммы и произведения. Число двоичных последовательностей длины  $n$ . Число всех подмножеств множества из  $n$ -элементов. Число разбиений  $n$ -множества на  $k$  непустых блоков, число  $n$ -перестановок, имеющих  $k$  циклов.

2.2. Упорядоченные выборки. Размещения. Перестановки. Число упорядоченных выборок. Число размещений, перестановок. Свойства размещений.

2.3. Неупорядоченные выборки. Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями. Число сочетаний. Перебор сочетаний.

2.4. Биномиальная и полиномиальная теоремы. Треугольник Паскаля. Свойства биномиальных коэффициентов. Полиномиальные коэффициенты и их свойства.

2.5. Метод включения-исключения. Приложения к теории чисел. Задача о перестановках, не имеющих неподвижных точек.

2.6. Метод производящих функций. Бесконечные суммы. Формальные степенные ряды. Операции над степенными рядами. Разложение на сумму элементарных дробей. Определение и примеры производящих функций. Соотношения между производящими функциями. Формула  $n$ -го члена последовательности Фибоначчи.

2.7. Метод рекуррентных соотношений. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами определение и примеры. Общий подход к решению. Теорема об общем решении.

#### Тема 3. Основы теории булевых функций

3.1. Двоичные наборы. Расстояние Хэмминга. Сфера заданного радиуса.

3.2. Булевы функции. Число всех булевых функций. Аргументы булевых функций. Остаточные функции. Существенные функции. Число существенных функций от  $n$  аргументов. Переменные и аргументы.

3.3. Представление булевых функций термами. Внешняя функция терма. Суперпозиция функций. Эквивалентные термы. Принцип двойственности.

3.4. Специальные представления булевых функций. Дизъюнктивные представления булевых функций. СДНФ. Конъюнктивные представления булевых функций. СКНФ. Полиномиальные представления булевых функций. Полином Жегалкина.

3.5. Замкнутость и полнота множества булевых функций. Понятия замкнутости и полноты. Классы функций, сохраняющих 0 и сохраняющих 1, классы монотонных, самодвойственных, линейных функций. Замкнутость этих классов. Теоремы о нелинейной функции, несамодвойственной функции, немонотонной функции. Критерий полноты.

#### Тема 4. Элементы теории графов

- 4.1. Графы. Способы задания графов. Маршруты, цепи, циклы.
- 4.2. Связные графы. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Гамильтоновы графы.
- 4.3. Планарные графы. Теоремы о вершинах, ребрах и гранях плоского графа. Непланарность графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ .
- 4.4. Раскраска графов. Теорема о 5-ти красках.
- 4.5. Деревья. Помеченные и непомеченные деревья. Код Прюфера. Деревья двоичного кода.
- 4.6. Алгоритмы на графах. Транзитивное замыкание. Кратчайшие пути. Алгоритм построения матрицы кратчайших путей для графа и для заданной вершины. Алгоритмы обхода графа в глубину и ширину.
- 4.7. Связные графы. Компоненты связности. Оценка числа ребер через вершины и компоненты связности. Теорема Менгера. Задачи о свадьбах, системе различных представителей, совершенном паросочетании. Теорема Холла.

#### Тема 5. Помехоустойчивое кодирование.

- 5.1. Блочные коды. Вес слова. Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки. Минимальное расстояние кода. Теорема о связи между минимальным расстоянием и способностью кода обнаруживать и исправлять ошибки.
- 5.2. Линейные коды. Порождающая и проверочная матрицы. Теорема о минимальном расстоянии для линейного кода. Нахождение проверочной матрицы. Проверочные уравнения. Принцип максимума правдоподобия. Вектор ошибок. Декодирование линейного кода. Декодирование по лидеру. Синдром. Теорема о синдроме.
- 5.3. Коды Хэмминга. Минимальное расстояние кода Хэмминга.
- 5.4. Коды Рида-Маллера. Теорема о порождающей матрице. Теорема о минимальном расстоянии.
- 5.4. Мажоритарное декодирование на примере кодов Рида-Маллера.

#### Тема 6. Дискретное преобразование информации

- 6.1. Общая модель и классификация.
- 6.2. Схемы из функциональных элементов. Схемы с двоичными входами и выходами. Построение вычисляющих устройств.
- 6.3. Конечные автоматы. Автоматное преобразование информации. Модель отец-сын. Автоматы Мили. Эквивалентность конечных автоматов. Теорема Мура. Минимизация конечных автоматов. Теорема о  $(k+1)$  эквивалентных состояниях автомата. Автоматы Мура. Примеры автоматов Мура. Ограниченность конечных автоматов: проблема умножения.
- 6.4. Машины Тьюринга. Определение и примеры МТ. Тезис Тьюринга. Универсальная машина Тьюринга. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Проблема самоприменимости. Теорема Райса.

#### 4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Математические основы	4	Самостоятельная работа № 1	УК-1, УК-6, ОПК-1
Комбинаторика	6	Контрольная работа № 1	УК-1, УК-6, ОПК-1
Основы теории булевых функций	6	Домашняя контрольная работа № 2	УК-1, УК-6, ОПК-1
Элементы теории графов	6	Контрольная работа № 3	УК-1, УК-6, ОПК-1
Помехоустойчивое кодирование	6	Самостоятельная работа № 2	УК-1, УК-6, ОПК-1
Дискретное преобразование информации	6	Домашняя контрольная работа № 4	УК-1, УК-6, ОПК-1

#### 4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Тема	Задание	Формируемые компетенции
Основы теории булевых функций	Подготовка к контрольной работе № 2	УК-1, УК-6, ОПК-1
Элементы теории графов	Подготовка к контрольной работе № 3	УК-1, УК-6, ОПК-1
Помехоустойчивое кодирование	Подготовка к самостоятельной работе № 2	УК-1, УК-6, ОПК-1
Дискретное преобразование информации	Подготовка к контрольной работе № 4	УК-1, УК-6, ОПК-1

#### 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
- развитие навыков самоорганизации;
- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

**Подготовка к лекции.** Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к практическому занятию.** Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность

конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к семинарскому занятию.** Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к коллоквиуму.** Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

**Подготовка к контрольной работе.** Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

**Подготовка к зачету.** Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуются делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

**Подготовка к экзамену.** Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **ДИСЦИПЛИНЫ**

а) основная литература:

1. Балагура А.А. Комбинаторика. Булевы функции. Графы: учеб. пособие / А.А. Балагура, О.В. Кузьмин. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. – 115 с. ISBN 978 – 5 – 9624 – 0695 – 4. – 68 экз.
2. Зинченко А. С., Пантелеев В. И., Семичева Н. Л. Дискретная математика в задачах и упражнениях: практикум. Часть 1 : учеб. пособие. – Иркутск: Репроцентр А1, 2019. – 100 с. ISBN 978-5-00133-182-7 – 59 экз.
3. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций – М.: Мир, 1983. – 256 с. – 30 экз.
4. Кузьмин О.В. Введение в комбинаторные методы дискретной математики: учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2012. – 113 с. – 69 экз.
5. Лакеев А.В. Элементы теории обыкновенных графов : учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2014. – 83 с. – 49 экз.
6. Мальцев И. А. Дискретная математика : учеб. пособие. – 2-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2011. – 304 с. – 50 экз.

б) дополнительная литература:

1. Акимов О.Е., Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 4 экз.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А., Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 17 экз.
3. Зубков О.В. Синтез и сложность логических устройств: учеб. пособие. – Иркутск: Изд-во ФБГОУ ВПО ВСГАО, 2014. – 149 с. ISBN 987-5-91344-761-6. – 19 экз.
4. Кузьмин О. В. Комбинаторные методы дискретного анализа : учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2013. - 126 с. – 59 экз.
5. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. – 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с. – 22 экз.
6. Харари Ф. Теория графов. – М.: Либроком, 2009. – 300 с. – 10 экз.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. НБ ИГУ <http://library.isu.ru/ru>
2. ЭЧЗ «Библиотех» <https://isu.bibliotech.ru/>
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
4. ЭБС «Рукопт» <http://rucont.ru>
5. ЭБС «Айбукс» <http://ibooks.ru>
6. ЭБС «Юрайт» [Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов. \(urait.ru\)](http://urait.ru)
7. Образовательный портал ИГУ <http://educa.isu.ru/>



8. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Учебно-лабораторное оборудование

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

### 6.2. Программное обеспечение

1. Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
2. Программа для просмотра файлов формата Dj Vu Win Dj View, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
3. Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
4. Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Оценочные средства текущего контроля

Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые Компетенции
Самостоятельная работа	Математические основы	УК-1, УК-6, ОПК-1
Контрольная работа	Комбинаторика	УК-1, УК-6, ОПК-1
Домашняя контрольная работа	Основы теории булевых функций	УК-1, УК-6, ОПК-1
Контрольная работа	Элементы теории графов	УК-1, УК-6, ОПК-1
Самостоятельная работа	Помехоустойчивое кодирование	УК-1, УК-6, ОПК-1
Домашняя контрольная работа	Дискретное преобразование информации	УК-1, УК-6, ОПК-1

### Примеры оценочных средств текущего контроля

#### 1. Самостоятельные работы

*Демонстрационный вариант самостоятельной работы № 1 (тема: Математические основы)*

1. Пусть  $A$  — множество простых чисел вида  $7n + 2$ , где  $n \in \mathbb{N}$ .

Верна ли запись:

а)  $9 \in A$ ; б)  $23 \in A$ ; в)  $31 \notin A$ ; г)  $37 \notin A$ .

2. В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не обладающий им:

- а) {сумма; разность; множитель; частное};
- б) {4; 16; 22; 27; 30; 34};
- в) {1; 15; 16; 25; 64; 121};
- г) {синий; красный; круглый; бежевый; зеленый};
- д) {4; 6; 12; 81; 441; 1113};
- е) {Обь; Иртыш; Волга; Байкал; Ангара; Амур};
- ж) {шар; пирамида; параллелограмм; цилиндр; конус}.

3. Множество  $A$  состоит из целых чисел, делящихся на 4, множество  $B$  – из целых чисел, оканчивающихся нулем и множество  $C$  – из целых чисел, делящихся на 75. Из каких чисел состоит множество  $A \cap B \cap C$ ?

4. Пусть  $A$  – множество всех окружностей на плоскости и  $B$  – множество всех точек этой плоскости. Каждой окружности ставится в соответствие ее центр. Является ли это соответствие взаимно однозначным?

5. Устанавливает ли функция  $y = 2 - 4x$  взаимно однозначное соответствие между отрезками  $[1; 5]$  и  $[-2; -18]$ ?

*Демонстрационный вариант самостоятельной работы № 2 (тема: Помехоустойчивое кодирование)*

1. Выполнить работу кодера с заданной порождающей матрицей, построив:

- а) общую формулу вычисления дополнительных (избыточных) символов по двоичному информационному блоку, поступающему на вход в кодер;
- б) кодовую последовательность с дополнительными (избыточными) символами для четырех заданных двоичных информационных блоков, поступивших на вход кодера.

2. Выполните работу декодера, соответствующего заданной порождающей матрице, определив:

- а) параметры декодера в виде проверочной матрицы (постройте проверочную систематическую матрицу и приведите ее к виду, удобному для вычисления синдрома).
- б) для каждого из четырех двоичных блоков, поступивших на вход декодера, соответствующие синдромы и на их основании восстановив исходные информационные блоки (или сделайте вывод о невозможности их точного восстановления).

*Порождающая матрица  $P$*

1    0    1

1    1    0

0    0    1

0    1    1

Исходные информационные блоки

0 0 1 1

1 1 0 1

1 0 0 1

1 1 1 0

Двоичные блоки на выходе канала

0 1 1 0 1 1 1

## 2. Контрольные работы

Демонстрационный вариант контрольной работы № 1 (тема: Комбинаторика)

1. Число сочетаний из  $n$  по 2 равно 21. Найдите  $n$ .
2. Сколько способов существует, чтобы рассадить 5 человек за круглым столом?
3. Сколькими способами можно выбрать 8 яблок из пакета с 12 яблоками?
4. В коробке 5 кубиков, пронумерованных от 1 до 5. Из коробки вынимаются друг за другом 3 кубика и в этом же порядке записывают полученные цифры. Сколько трехзначных чисел можно записать таким образом?
5. Найти явный вид чисел, заданных рекуррентным соотношением  $f(n+2) - 6f(n+1) + 8f(n) = 0$ , при  $f(0) = 2$ ,  $f(1) = 5$ .
6. Найти общее решение уравнения  $f(n+4) - 4f(n+3) + 6f(n+2) - f(n+1) + f(n) = 0$ .

Демонстрационный вариант контрольной работы № 2 (тема: Основы теории булевых функций)

1. Полна ли система  $B$ ?  $B = \{f_1 = (0, 1, 1, 0); f_2 = (1, 1, 0, 0, 0, 1, 1); f_3 = (1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)\}$ .
2. Реализовать  $f$  над  $B$ :  $B = \{\downarrow\}$ ,  $f = x|y$ .
3. Найти СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина функции  $f = (\bar{X}_1 X_2 \oplus X_3)(X_1 X_2 \rightarrow X_2)$ .
4. Для функции  $f = xy \rightarrow z$  найти двойственную.
5. Указать все существенные переменные функции  $f = (1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$ . Найти единичную остаточную по второй и третьей переменным.

Демонстрационный вариант контрольной работы № 3 (тема: Элементы теории графов)

1. По коду Прюфера 233567891 построить дерево.

2. Множество векторов разбить на классы так, чтобы каждый класс состоял из кодов изоморфных корневым деревьям. Построить дерево по его коду для одного (любого) представителя каждого из классов. Если есть вектора, не являющиеся кодами деревьев, выделить их в отдельный класс. Векторы:  $\alpha_1 = 0100101101$ ,  $\alpha_2 = 0101000111$ ,  $\alpha_3 = 0001110101$ ,  $\alpha_4 = 0101001011$ ,  $\alpha_5 = 0100011101$ ,  $\alpha_6 = 0010011$ ,  $\alpha_7 = 0011001$ .

3. Найти хроматическое число графа  $K_n$ .

4. На пир при дворе короля Артура собралось четное число рыцарей, которые либо дружат, либо враждуют. Оказалось, что у каждого из рыцарей друзей больше, чем врагов. Доказать, что волшебник Мерлин может так рассадить рыцарей за круглым столом, что справа и слева от каждого из них будет сидеть друг.

5. Сколько цветов нужно для раскраски карты, получающейся при пересечении прямых на плоскости? Ответ обоснуйте.

*Демонстрационный вариант контрольной работы № 4 (тема: Основы теории конечных автоматов)*

1. Минимизировать конечный автомат, заданный в виде автоматной таблицы:

	$q^0$	$q^1$	$q^2$	$q^3$	$q^4$	$q^5$
0	$0/q^1$	$0/q^5$	$1/q^4$	$1/q^0$	$1/q^4$	$0/q^1$
1	$1/q^5$	$1/q^3$	$1/q^0$	$1/q^4$	$1/q^5$	$1/q^0$

2.  $A_{вх} = A_{вых} = \{0,1\}$ . Построить конечный автомат, который после каждого трех символов вместо четвертого выдает двоичную сумму трех предыдущих (эти три числа подаются на вход без изменений).

## 7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

### Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Конечные множества и операции над ними. Мультимножества.
2. Функции и соответствия. Отношения. Отношения эквивалентности. Отношение частичного порядка. Определения, примеры, свойства.
3. Правила суммы и произведения. Число двоичных последовательностей длины  $n$ . Число всех подмножеств множества из  $n$ -элементов. Число разбиений  $n$ -множества на  $k$  непустых блоков, число  $n$ -перестановок, имеющих  $k$  циклов.
4. Упорядоченные выборки. Размещения. Перестановки. Число упорядоченных выборок. Число размещений, перестановок. Свойства размещений.
5. Неупорядоченные выборки. Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями. Число сочетаний. Перебор сочетаний.
6. Биномиальная и полиномиальная теоремы. Треугольник Паскаля. Свойства биномиальных коэффициентов. Полиномиальные коэффициенты и их свойства.
7. Метод включения-исключения. Приложения к теории чисел.

8. Метод производящих функций. Формальные степенные ряды. Определение и примеры производящих функций. Соотношения между производящими функциями. Формула  $n$ -го члена последовательности Фибоначчи.
9. Метод рекуррентных соотношений. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами определение и примеры. Общий подход к решению. Теорема об общем решении.
10. Двоичные наборы. Расстояние Хэмминга. Сфера заданного радиуса.
11. Булевы функции. Число всех булевых функций. Аргументы булевых функций. Остаточные функции. Существенные функции. Число существенных функций от  $n$  аргументов. Переменные и аргументы.
12. Представление булевых функций термами. Внешняя функция терма. Суперпозиция функций. Эквивалентные термы. Принцип двойственности.
13. Специальные представления булевых функций. Дизъюнктивные представления булевых функций. СДНФ. Конъюнктивные представления булевых функций. СКНФ. Полиномиальные представления булевых функций. Полином Жегалкина.
14. Замкнутость и полнота множества булевых функций. Понятия замкнутости и полноты. Классы функций, сохраняющих 0 и сохраняющих 1, классы монотонных, самодвойственных, линейных функций. Замкнутость этих классов. Теоремы о нелинейной функции, несамодвойственной функции, немонотонной функции. Критерий полноты.
15. Графы. Способы задания графов. Маршруты, цепи, циклы.
16. Связные графы. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Гамильтоновы графы.
17. Планарные графы. Теоремы о вершинах, ребрах и гранях плоского графа. Непланарность графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ .
18. Раскраска графов. Теорема о 5-ти красках.
19. Деревья. Помеченные и непомеченные деревья. Код Прюфера. Деревья двоичного кода.
20. Алгоритмы на графах. Транзитивное замыкание. Кратчайшие пути. Алгоритм построения матрицы кратчайших путей для графа и для заданной вершины. Алгоритмы обхода графа в глубину и ширину.
21. Связные графы. Компоненты связности. Оценка числа ребер через вершины и компоненты связности. Теорема Менгера. Задачи о свадьбах, системе различных представителей, совершенном паросочетании. Теорема Холла.
20. Блочные коды. Вес слова. Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки. Минимальное расстояние кода. Теорема о связи между минимальным расстоянием и способностью кода обнаруживать и исправлять ошибки.
21. Линейные коды. Порождающая и проверочная матрицы. Теорема о минимальном расстоянии для линейного кода. Нахождение проверочной матрицы. Проверочные уравнения. Принцип максимума правдоподобия. Вектор ошибок. Декодирование линейного кода. Декодирование по лидеру. Синдром. Теорема о синдроме.
22. Коды Хэмминга. Минимальное расстояние кода Хэмминга.
23. Коды Рида-Маллера. Теорема о порождающей матрице. Теорема о минимальном расстоянии. Мажоритарное декодирование на примере кодов Рида-Маллера.
24. Общая модель и классификация.

25. Схемы из функциональных элементов. Схемы с двоичными входами и выходами. Построение вычисляющих устройств.

26. Конечные автоматы. Автоматное преобразование информации. Модель отец-сын. Автоматы Мили. Эквивалентность конечных автоматов. Теорема Мура. Минимизация конечных автоматов. Теорема о  $(k+1)$  эквивалентных состояниях автомата. Автоматы Мура. Примеры автоматов Мура. Ограниченность конечных автоматов: проблема умножения.

27. Машины Тьюринга. Определение и примеры МТ. Тезис Тьюринга. Универсальная машина Тьюринга. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Проблема самоприменимости. Теорема Райса.

### **Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:**

*Пример экзаменационного билета*

#### **БИЛЕТ 1**

1. Принцип включения и исключения.
2. Связные и несвязные графы.
3. Имеется  $p$  белых и  $q$  черных шаров. Сколькими способами можно выложить в ряд все шары таким образом, чтобы никакие два черных шара не лежали рядом?
4. Записать вектор трехместной функции, принимающей нулевое значение только на наборе (100) и на соседних с ним наборах.

Разработчик: **Кузьмин Олег Викторович**, доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой теории вероятностей и дискретной математики