



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФГБОУ ВО «ИГУ»

Кафедра общей и космической физики



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля): Б1.О.17 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Солнечно-земная физика

Квалификация выпускника: бакалавр


Форма обучения: очная

Согласовано с УМК:

физического факультета

Протокол № 42 от « 15 » апреля 2024 г.

Председатель: д.ф.-м.н., профессор

 Н.М. Буднев

Рекомендовано кафедрой:

общей и космической физики

Протокол № 8

от « 22 » марта 2024 г.

Зав.кафедрой д.ф.-м.н., профессор

 Паперный В.И.

Иркутск 2024 г.

Содержание

I. Цели и задачи дисциплины (модуля)	3
II. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО	3
III. Требования к результатам освоения дисциплины	3
IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)	4
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов.....	5
4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	6
4.3. Содержание учебного материала	7
4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....	8
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС).....	8
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....	9
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии).....	9
V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	10
а) <i>перечень литературы</i>	10
б) <i>периодические издания</i>	10
в) <i>список авторских методических разработок</i>	10
г) <i>базы данных, информационно-справочные и поисковые системы</i>	11
VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	11
6.1. Учебно-лабораторное оборудование:	11
6.2. Программное обеспечение:.....	11
6.3. Технические и электронные средства:.....	12
VII. Образовательные технологии	12
VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации	12

I. Цели и задачи дисциплины (модуля)

Цели: формирование у будущего бакалавра научного представления о вероятностных закономерностях массовых случайных явлений, теоретических знаний и практических навыков по применению теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных и исследовательских задач.

Задачи:

- теоретическое освоение студентами основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики;
- изучение вопросов построения математических моделей случайных экспериментов;
- выработка навыков применения изученных методов при решении практических и исследовательских задач;
- обучение методам обработки и анализа результатов экспериментов и использованию современных информационных технологий для решения вероятностно-статистических задач;
- показать студентам универсальный характер вероятностных и статистических методов для получения комплексного представления при создании математических моделей изучаемых систем и объектов.

II. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в профессиональный цикл общих математических дисциплин; данная дисциплина опирается на предшествующую ей дисциплину «Математический анализ».

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: термодинамика и статистическая физика, интернет-технологии обработки данных, методы обработки сигналов.

III. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

- Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности (ОПК-1).

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
ОПК-1	ИДК опк1.1 Использует математический аппарат	Знает: <ul style="list-style-type: none"> • базовые основы теории вероятностей, математической

	<p>для описания и анализа физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности.</p>	<p>статистики и случайных процессов; определения и свойства математических объектов в этой области;</p> <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> • использовать математический аппарат теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов для описания и анализа физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности; <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> • математическим аппаратом теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов для описания и анализа физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности
--	---	---

IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Объем дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа,

в том числе 65 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭЛИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 18 аудиторных часов (во время выполнения практических заданий).

Форма промежуточной аттестации: зачёт.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/тема	Семестр	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоятельная работа	
					Лекции	Семинарские/ практические/ лабораторные занятия	Консуль тации		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	<u>Раздел 1.</u> Случайные события	5	8,1	2	2	4	0,1	2	Самостоятельное решение задач по данной теме, контрольная работа, Домашняя контрольная работа, устный опрос
2	<u>Раздел 2.</u> Случайные величины	5	7,1	4	2	4	0,1	1	
3	<u>Раздел 3.</u> Случайные векторы	5	7,2	2	2	4	0,2	1	
4	<u>Раздел 4.</u> Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел	5	9,2	2	2	6	0,2	1	
5	<u>Раздел 5.</u> Основные понятия случайных процессов	5	13,2	4	4	8	0,2	1	
6	<u>Раздел 6.</u> Математическая статистика	5	13,2	4	4	8	0,2	1	
	Контроль		8						
	КСР		6						
	Зачёт								Опрос
<u>Итого часов</u>			72	18	16	34	1	7	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
5	Случайные события	Изучение литературы, подготовка к самост. и контрольной работе	2-4 нед.	1	Самост. работа Контрольная работа	http://educa.isu.ru/
5	Случайные величины	Изучение литературы, подготовка к самост. и контрольной работе	5-9 нед.	1	Самост. работа Контрольная работа	http://educa.isu.ru/
5	Случайные векторы	Изучение литературы, выполнение домашней контрольной работы	10-12 нед.	1	Домашняя контрольная работа	http://educa.isu.ru/
5	Предельные теоремы теории вероятностей	Изучение литературы, подготовка к самостоятельной работе; выполнение и подготовка к защите исследовательской работы	13,14 нед.	1	Самост. работа Исслед. работа	http://educa.isu.ru/
5	Основные понятия случайных процессов	Изучение литературы, подготовка к устному опросу по теме	15,16 нед.	1	Устный опрос	http://educa.isu.ru/
5	Основы математической статистики	Изучение литературы, выполнение практической работы и подготовка к защите практической работы	17-20 нед.	2	Практическая работа	http://educa.isu.ru/
Общий объем самостоятельной работы по дисциплине 7 (час)						

4.3. Содержание учебного материала

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Предмет теории вероятностей

Предмет теории вероятностей. Элементы комбинаторики.

2. Случайные события

Соотношения между событиями. Поле событий.

Определение вероятности. Классическое определение вероятностей. Свойства вероятностей. Геометрическое определение вероятностей. Статистический подход к определению вероятностей.

Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.

3. Случайные величины

Определение случайных величин. Спектр случайной величины. Типы случайных величин. Законы распределения. Функция распределения, ее основные свойства. Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал. Функция плотности вероятности, ее свойства. Зависимые и независимые случайные величины. Математическое ожидание случайной величины. Математическое ожидание от функции случайных аргументов.

Основные теоремы о математическом ожидании. Дисперсия. Основные теоремы о дисперсии.

Понятие о моментах высших порядков. Асимметрия. Эксцесс. Основные распределения дискретного типа: равномерное на конечном множестве, распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение.

Основные распределения непрерывного типа: равномерное распределение на отрезке, экспоненциальное распределение. Нормальный закон распределения и его свойства.

Определение характеристической функции, некоторые свойства.

4. Случайные векторы

Случайные векторы. Числовые характеристики случайного вектора. Условные распределения и условные математические ожидания. Понятие о корреляции. Коэффициент корреляции.

Корреляционная матрица. Регрессия.

5. Предельные теоремы теории вероятностей

Метод характеристических функций. Композиция законов распределения. Неравенство Чебышева. Сходимость по вероятности. Понятие о законе больших чисел. Теоремы Маркова,

Чебышева, Пуассона, Бернулли. Закон распределения суммы случайных величин.

Центральная предельная теорема Ляпунова.

6. Основные понятия случайных процессов

Случайные процессы с дискретным и непрерывным временем. Марковские процессы.

Пуассоновский процесс. Нахождение характеристик случайных процессов.

7. Основы математической статистики

Задачи математической статистики. Дескриптивная статистика. Статистическое оценивание параметров. Свойства статистических оценок. Интервальное оценивание.

Проверка статистических гипотез. Приемы построения эмпирических законов распределения.

Прикладной регрессионный анализ.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)		Оценочные средства	Формируемые компетенции
			Всего часов	Из них практическая подготовка		
1	2	3	4	5	6	7
1	2	Случайные события	4		Самост. работа Контрольная работа	ОПК-1
2	3	Случайные величины	8		Самост. работа Контрольная работа	ОПК-1
3	4	Случайные векторы	6		Устный опрос	ОПК-1
4	5	Предельные теоремы теории вероятностей	4		Защита исслед. работы	ОПК-1
5	6	Основные понятия случайных процессов	4		Устный опрос	ОПК-1
6	7	Основы математической статистики	8		Защита практических работ	ОПК-1 ОПК-2

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)

№ п/п	Тема	Задание	Формируемая компетенция	ИДК
1	2	3	4	5
1	Случайные события. Формула Байеса	Подготовка к контрольной работе	ОПК-1	ИДК _{ОПК11}
2	Случайные величины	Подготовка к контрольной работе	ОПК-1	ИДК _{ОПК11}
3	Случайные векторы.	Домашняя контрольная работа	ОПК-1	ИДК _{ОПК11}

	Многомерный нормальный закон распределения			
4	Предельные теоремы теории вероятностей. ЗБЧ. Знакомство с ППП для обработки опытных данных	Подготовка к самостоятельной работе. Выполнение исследовательской работы	ОПК-1	ИДКОПК11
5	Основные понятия случайных процессов	Подготовка к устному опросу	ОПК-1	ИДКОПК11
6	Основы математической статистики	Сбор статистического материала и выполнение практической работы	ОПК-1	ИДКОПК11

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий;
- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
- развитие навыков самоорганизации;
- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Включает в себя подготовку к лекциям, практическим занятиям, зачету.

В начале семестра на первом же занятии студенты ознакомлены с целями, средствами, трудоемкостью, сроками выполнения, формами контроля и самоконтроля СРС. В системе образовательного портала ИГУ (<http://educa.isu.ru/>) размещены некоторые методические материалы и задания по дисциплине Б1.В.017 «Теория вероятностей и математическая статистика».

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)

Курсовые работы не предусмотрены

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) перечень литературы

основная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учеб. пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2005. - 479 с.: ил; 22 см. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6. – (21 экз.)
2. Докин В.Н., Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / В. Н. Докин, Т. Г. Тюрнева ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2007. - 183 с. ; 20 см. - Библиогр.: с. 183. - ISBN 978-5-9624-0141-6. – (97 экз.)
3. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Текст] : учеб. пособие / Б. Г. Володин [и др.] ; под ред. А. А. Свешникова. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2013. - 445 с. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике). - Авт. указаны на обороте тит. л. - Библиогр.: с. 350-355. - ISBN 978-5-8114-0708-8. – (25 экз.)
4. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учеб. пособие для бакалавров : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - ЭВК. - М. : Юрайт, 2013. - (Бакалавр. Базовый курс). - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотек". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-9916-2220-2
5. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 2. Математическая статистика [Электронный ресурс]: Учебник и практикум / Н. Ш. Кремер. - 4-е изд., пер. и доп. - Электрон. текстовые дан. - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 254 с. - (Бакалавр. Академический курс). - ЭБС "Юрайт". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-534-01926-1

дополнительная литература

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики [Текст] : учеб. для студ. экон. спец. вузов: В 2 т. - 2-е изд., испр. - М. : Юнити. – Т.1 : Теория вероятностей и прикладная статистика / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. - 2-е изд., испр. - 2001. - 656 с. : ил. ; 25см. - ISBN 5238003048. – (6 экз.)
2. Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. Н. Иванов. - 2-е изд., испр. и доп. - Электрон. текстовые дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 224 с. - ЭБС "Лань". - неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-3636-1

б) периодические издания

- нет.

в) список авторских методических разработок

- 1) В системе образовательного портала ИГУ (<http://educa.isu.ru/>) размещены методические материалы и задания по данному курсу.

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

- 1) НБ ИГУ <http://library.isu.ru/ru>
- 2) ЭЧЗ «Библиотех» <https://isu.bibliotech.ru/>
- 3) ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- 4) ЭБС «Рукопт» <http://rucont.ru>
- 5) ЭБС «Айбукс» <http://ibooks.ru>
- 6) В системе образовательного портала ИГУ (<http://educa.isu.ru/>) размещены методические материалы и задания по дисциплине Б1.В.01 «Теория вероятностей и математическая статистика».

VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

6.1. Учебно-лабораторное оборудование:

Специальные помещения:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа:

Аудитория оборудована: специализированной мебелью (столы, стулья, одинарная стеклянная меловая доска) на 80 рабочих мест, и техническими средствами обучения, служащими для представления информации в большой аудитории (стационарный проектор Casio XJ-M256, XGA1024*768, ноутбук ASUS X51L Intel Celeron 560, 2.13 GHz., экран).

Аудитория оборудована: специализированной мебелью (парты, одинарная стеклянная меловая доска) на 30 рабочих мест; и техническими средствами обучения, служащими для представления информации (стационарный проектор Casio XJ-M256, XGA1024*768, ноутбук ASUS X51L Intel Celeron 560, 2.13 GHz., экран).

Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины.

Компьютерный класс (учебная аудитория) для групповых и индивидуальных консультаций, организации самостоятельной работы, в том числе, научно-исследовательской:

Компьютерный класс, оборудованный учебной мебелью на 25 посадочных мест с компьютерами: моноблок Hewlett-Packard DualCore Intel Core i3-3240, 3.40 GHz (25 шт.); с неограниченным доступом к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации, доска для маркеров; мобильный проектор Epson EB-X12, XGA1024*768.

6.2. Программное обеспечение:

WinPro10 Rus Upgrd OLP NL Acdmc (Сублицензионный договор № 502 от 03.03.2017 Счет № ФРЗ- 0003367 от 03.03.2017 Акт № 4496 от 03.03.2017 Лицензия № 68203568);

Microsoft OfficeProPlus 2013 RUS OLP NL Acdmc (Контракт № 03-013-14 от 08.10.2014.Номер Лицензии Microsoft 45936786)

6.3. Технические и электронные средства:

В ходе учебного процесса используются технические средства обучения и контроля знаний студентов (презентации, контролирующих программ, демонстрационных установок), использование которых предусмотрено методической концепцией преподавания.

VII. Образовательные технологии

Используются как традиционные типы лекций: вводная, текущая, заключительная, обзорная, так и нетрадиционные, например, лекция – диалог: содержание подается через серию вопросов, на которые слушатель должен отвечать непосредственно в ходе лекции или лекция с применением игровых ситуаций (метода «мозговой атаки», метода конкретных ситуаций и т. д.), когда слушатели сами формируют проблему и сами пытаются ее решить. Практические занятия проводятся в интерактивной форме.

VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации

Фонд оценочных средств (ФОС) представлен в приложении.

8.1.1. Оценочные средства для входного контроля

Не предусмотрены

8.1.2. Оценочные средства текущего контроля

Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

№	Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые компетенции
1	Самостоятельная работа	Случайные события. Случайные величины. Предельные теоремы теории вероятностей	ОПК-1
2	Контрольная работа	Случайные события. Случайные величины. Случайные векторы.	ОПК-1
3	Исследовательская работа	Предельные теоремы	ОПК-1
4	Практическая работа	Основы математической статистики	ОПК-1
5	Устный опрос	Основные понятия случайных процессов	ОПК-1

Примеры оценочных средств текущего контроля

1. Самостоятельная работа

Демонстрационный вариант самостоятельной работы

(тема 2: Случайные события – 5 баллов)

1. Записать словесно противоположные события для $A = \{\text{среди трёх билетов лотереи по крайней мере два выигрышных}\}$ и $B = \{\text{среди четырех юношей два семнадцатилетних}\}$.
2. В очереди три человека. Событие $A_i = \{i\text{-ым в очереди стоит мужчина}\}$, $i=1,2,3$. Записать алгебраически и показать на диаграмме Эйлера – Венна события $A = \{\text{в очереди все не мужчины}\}$, $B = \{\text{в очереди более одного мужчины}\}$, $C = \{\text{в очереди хотя бы один не мужчина}\}$, $D = \{\text{в очереди только один мужчина}\}$.
3. Событие $A = \{\text{выигрыш по билету одной лотереи}\}$, событие $B = \{\text{выигрыш по билету другой лотереи}\}$. Что означают события $\overline{A+B}$, $\overline{A+B}$, $\overline{A \cdot B}$, $\overline{A \cdot B}$?

Демонстрационный вариант самостоятельной работы

(тема 3: Случайные величины – 5 баллов)

1. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-2;2]$. Найти $P(|X-MX| < \sigma)$.
2. Независимые случайные величины X и Y распределены по закону Пуассона с параметрами 3 и 5. Найдите характеристическую функцию случайной величины $X + Y$.
3. Найдите начальный момент второго порядка случайной величины X , распределенной по биномиальному закону с параметрами $n=4$ и $p=0,4$.
4. Для случайной величины $X \sim N(-2,9)$ вычислить $M((3-X) \cdot (X+5))$.

Демонстрационный вариант самостоятельной работы

(тема 5: Предельные теоремы теории вероятностей – 5 баллов)

1. Среднее число молодых специалистов, ежегодно направляемых в аспирантуру, составляет 200 человек. Оценить вероятность того, что в данном году будет направлено в аспирантуру не более 220 молодых специалистов.
2. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что нормально распределенная случайная величина отклонится от своего математического ожидания на величину, большую трех среднеквадратических отклонений. Сравнить с точной оценкой.
3. Установить, будут ли выполнены достаточные условия применимости закона больших чисел в форме Чебышева для последовательности взаимно независимых случайных величин $\{X_k\}$, с распределениями, задаваемыми формулами ($k=1,2, \dots$): $P(X_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}$, $P(X_k=0) = 1 - 2^{-2k}$.
4. В страховой компании застраховано 10 000 автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля равна 0,006. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 12 руб. страховых и в случае поломки автомобиля в результате аварии получает от компании 1000 руб. Найти вероятности следующих событий:
 $A = \{\text{по истечении года работы страховая компания потерпит убыток}\}$,
 $B = \{\text{страховая компания получит прибыль не менее чем 40 000руб.}\}$.

2. Контрольная работа

Демонстрационный вариант контрольной работы

(тема 2: Случайные события – 10 баллов)

- Из шести карточек, образующих слово «ЛИТЕРА», наудачу выбирают четыре и выкладывают слева направо. Найдите вероятность $P(A)$ того, что в результате получится слово «ТИРЕ».
- В партии из 12 изделий три нестандартных. Определите вероятности того, что среди выбранных наугад двух изделий окажется:
хотя бы одно нестандартное изделие;
ровно два нестандартных изделия.
- Из колоды в 36 карт наугад извлекают одну. Событие $A = \{\text{извлеченная карта черной масти}\}$, а событие $B = \{\text{извлеченная карта – «дама»}\}$. Определить, являются ли зависимыми события A и B .
- В каждой из двух урн по 3 белых и 2 черных шаров. Из первой урны во вторую переложили наудачу два шара, а затем из второй урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что переложены белые шары при условии, что из второй урны вынут белый шар.

Демонстрационный вариант контрольной работы

(тема 3: Случайные величины – 15 баллов)

- Дайте определение случайной величины. Приведите пример.
- В сейсмоопасной местности создано 100 автоматических сейсмических станций. Каждая станция в течение года может выйти из строя с вероятностью 0,4. Какова вероятность того, что в течение года выйдет из строя 50 станций?
- Может ли при каком-либо значении аргумента функция плотности распределения быть больше единицы? Ответ поясните.
- Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[a; b]$. Известно, что $MX=2$, $DX=4/3$. Найдите значения a и b .
- Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X - 2Y - 5$, если известно, что $MX=1$, $MY=2$, $DX=2$, $DY=3$, величины X и Y независимы.
- Случайная величина распределена по нормальному закону, $MX=2$, $DX=25$. Найти вероятности $P(1 < X < 3)$, $P(X < 10)$.
- В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью 0,1. Найти наименьшее число заключенных договоров после 25 визитов.
- Запишите характеристическую функцию с.в. $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$
А) запишите характеристическую функцию с.в. $Y = 5X + 10$;
Б) запишите характеристическую функцию с.в. $X \sim B(10, 0,6)$.
- Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции:
а) не выше 15,3 ден. ед.;
б) не ниже 15,4 ден. ед.;
в) от 14,4 до 15,6 ден. ед.

С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.

10. Завод отправил на базу 1000 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,001. Найти вероятности того, что в пути будет повреждено изделий: а) ровно 2; б) более двух; в) хотя бы одно.

Демонстрационный вариант контрольной работы

(тема 4: Случайные векторы – 5 баллов)

1. Двумерная случайная величина (X, Y) распределена равномерно в области D , ограниченной снизу осью OX , а сверху кривой $y = \text{Exp}(-x^2)$. Найти совместную плотность распределения $f(x,y)$, плотности распределения X и Y , условные плотности распределения и, основные числовые характеристики величин X и Y , коэффициент корреляции между X и Y .
2. Пусть X и Y – независимые случайные величины, имеющие показательные распределения с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Доказать, что случайные величины $X - Y$ и $\min\{X, Y\}$ независимы.
3. Заданы следующие характеристики двумерного НОРМАЛЬНОГО вектора: $MX = -2$, $MY = 3$ и ковариационная матрица

$$\begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & 25 \end{pmatrix}$$

Записать выражение для плотности распределения вероятностей $f(x,y)$.

Написать уравнение регрессии Y на X .

4. Исследовательская работа

Демонстрационный вариант задания исследовательской работы

(тема 5: Предельные теоремы – 20 баллов)

Проверить выполнение ЦПТ.

Сгенерировать результаты наблюдений случайных величин $X_i \sim R(0,1)$, $i=1, 2, \dots, n$.

Образовать суммы: $S_2 = X_1 + X_2$, $S_3 = X_1 + X_2 + X_3$, ..., $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$.

Построить гистограммы для $X_1, S_2, S_3, \dots, S_n$.

Сделать выводы о законе распределения и числовых характеристиках суммарных случайных величин

5. Практическая работа

Демонстрационный вариант задания исследовательской работы

(тема 7: Основы математической статистики – 20 баллов)

1. Провести эксперимент, записать результаты наблюдений в порядке их регистрации.
2. Записать выборку в виде вариационного и статистического рядов.
3. Представить выборку в виде таблицы частот.
4. Построить гистограмму и полигон частот.
5. Построить график эмпирической функции распределения.
6. Вычислить моду, медиану, среднее и дисперсию, к-ты асимметрии и эксцесса для группированной выборки.
7. Проанализировать полученные результаты.

6. Устный опрос

Вопросы для подготовки к теме 6: Основные понятия случайных процессов – 5 баллов.

1. Понятие случайного процесса. Классификация случайных процессов.
2. Основные характеристики случайного процесса: математическое ожидание; дисперсия; корреляционная функция.
3. Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле.
4. Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов.
5. Дифференцирование и интегрирование случайных процессов.
6. Спектральное разложение стационарного случайного процесса.
7. Спектральная плотность случайного процесса.
8. Стационарный белый шум.
9. Понятие марковского случайного процесса.
10. Дискретный марковский процесс. Цепь Маркова.
11. Анализ структуры цепи Маркова. Существенные и несущественные состояния.
12. Алгоритм построения множества существенных состояний и его разбиения на классы эквивалентности.
13. Понятие о непрерывном марковском процессе. Уравнения Колмогорова.

8.1.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов к зачетному занятию

Основные понятия: сочетание, размещение, перестановка, вероятность, событие, полная группа событий, совместные и несовместные события, зависимые и независимые события, случайная величина, закон распределения случайной величины, функция распределения, плотность распределения, моменты, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, функция Лапласа, правило «трех сигм», ЗБЧ, ЦПТ, ковариация, регрессия.

Статистическая оценка, статистическое распределение, полигон, гистограмма, кумулята, эмпирическая функция распределения, несмещенность, состоятельность, эффективность, доверительный интервал, статистическая гипотеза, статистический критерий, критическая область, уровень значимости, мощность критерия, надежность, метод моментов, метод максимального правдоподобия, ошибка первого рода, ошибка второго рода, МНК.

1. Пространство элементарных исходов.
2. События, действия над ними.
3. Вероятность, свойства вероятности.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрическое определение вероятности.
6. Статистическое определение вероятности.
7. Аксиоматическое определение вероятности.
8. Определение условной вероятности. Формула умножения вероятностей.
9. Определение условной вероятности. Независимые и зависимые события.
10. Формула полной вероятности.

11. Формула Байеса.
12. Схема Бернулли.
13. Определение случайной величины.
14. Функция распределения случайной величины.
15. Дискретные случайные величины.
16. Непрерывные случайные величины.
17. Многомерные случайные величины.
18. Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания.
19. Дисперсия. Свойства дисперсии.
20. Моменты высших порядков.
21. Биномиальный закон распределения
22. Закон распределения Пуассона.
23. Нормальный закон распределения
24. Равномерное на отрезке распределение.
25. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.
26. Предельные теоремы теории вероятностей.
27. Генеральная совокупность и выборочный метод.
28. Графическое и табличное представление данных.
29. Распределения в математической статистике.
30. Квантили, процентные и критические точки.
31. Методы нахождения точечных оценок.
32. Точечные оценки и их свойства.
33. Доверительные интервалы.
34. Проверка статистических гипотез.
35. Критерии согласия.
36. Случайные процессы с дискретным и непрерывным временем.
37. Математическое ожидание и корреляционная функция случайного процесса.
38. Определение характеристик случайного процесса по опытным данным.
39. Марковские процессы.
40. Понятие временного ряда и его характеристики.

По дисциплине предусмотрен **зачет**.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра.

Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к практическим занятиям в течение семестра, выполнить в течение семестра все самостоятельные, контрольные, исследовательские и практические работы, принимать активное участие в устных опросах, в работе на практических занятиях.

Выполнение каждого вида работ оценивается баллами, максимальное количество баллов за все виды работ – **90 баллов**. За активную работу на практических и лекционных занятиях студент может получить до 10 баллов.

Критерии оценивания результатов обучения

Тема	Оценочные средства	Баллы
Случайные события	<i>самостоятельная работа</i>	0-5
	<i>контрольная работа</i>	0-10
Случайные величины	<i>самостоятельная работа</i>	0-5
	<i>контрольная работа</i>	0-15
Случайные векторы	<i>домашняя контрольная работа</i>	0-5
Предельные теоремы	<i>самостоятельная работа</i>	0-5
	<i>исследовательская работа</i>	0-20
Основные понятия случайных процессов	<i>Устный опрос</i>	0-5
Математическая статистика	<i>расчетно-графическая работа</i>	0-20
итого		0-90
Зачет		0-30
БОНУС		0-10
ИТОГО		0-100

Для результатов оценивания учебной работы по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система оценки знаний в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценки в ФГБОУ ВО «ИГУ».

Баллы, полученные обучающимся по дисциплине в течение семестра	Академическая оценка	
	60...70 баллов	«удовлетворительно»
71...85 баллов	«хорошо»	
86...100 баллов	«отлично»	

Для получения зачета необходимо в семестре набрать **не менее 60 баллов**. Если в течение семестра студент не набрал необходимое количество баллов, то на последнем занятии он получает индивидуальное (зачетное) задание.

Демонстрационный вариант индивидуального задания (от 0 до 30 баллов)

1. Независимые испытания с двумя возможными исходами. Предельные теоремы в схеме Бернулли.
2. Закон больших чисел.

Задачи

1. Студент одинаково плохо подготовился к каждому из трёх экзаменов. С какой вероятностью он сдаёт каждый экзамен, если хотя бы один из них он сдаст с вероятностью 0,578125.
2. Случайная величина $X \sim N(2,1)$. Сравнить $P(X < MX)$ и $P(X > DX)$.
3. Пригородная электричка следует строго по расписанию. Интервал движения 30 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередную электричку более 20 мин.
4. Случайная величина X распределена по закону Бернулли с параметром 0,2. Запишите характеристическую функцию случайной величины X^4 .

Пример тестовых заданий для оценки сформированности компетенций

1. Одну монетку кидают три раза. Сколько вариантов возможных результатов? Ответ введите с точностью до целых.
2. О каком событии идет речь? "...при одном и том же комплексе условий событие **обязательно произойдет**"
 - a) достоверное;
 - b) случайное;
 - c) невозможное.
3. Какое из событий **наиболее вероятно** при бросании правильной игральной кости?
 - a) появление 6 очков;
 - b) появление любого четного числа очков;
 - c) появление любой грани, кроме 6.
4. Произошли два события A и B . Установлено, что $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$. Что можно сказать о событиях A и B ?
 - a) события независимы;
 - b) события зависимы;
 - c) события невозможны.
5. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания первого стрелка 0,4, второго 0,8. Найти вероятность того, что **оба попали в мишень**. Ответ введите с точностью до второго знака после запятой.
6. Какое из перечисленных событий означает появление всех трех событий A , B и C **одновременно**?
 - a) $A+B+C$;
 - b) $A \cdot B \cdot C$;
 - c) $A-B-C$.

Разработчики:

Тюрнева

доцент кафедры теории вероятностей и дискретной
математики ИМЭИ ИГУ Т.Г. Тюрнева

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры общей и космической физики ИГУ
« 22 » марта 2024 г.

Протокол № 8, зав. кафедрой Паперный В.Л. Паперный

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.