МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВО «ИГУ»)

Институт математики и информационных технологий

Кафедра вычислительной математики и оптимизации

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор ИМИТ ИГУ
_____ М. В. Фалалеев
«15» июня 2020 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.14 Геометрия

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки	Математические методы и информационные технологии
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Иркутск 2020 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели:
– формирование систематических знаний о современных методах геометрии, её месте и роли в системе математических наук;
– расширение и углубление основных понятий геометрии;
– развитие абстрактного мышления, пространственных представлений, геометрической вычислительной, алгоритмической культур и общей математической культуры;
– овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи:
− стимулирование формирования общекультурных компетенций бакалавра через развитие культуры мышления в аспекте применения на практике современных методов геометрии;
− расширение систематизированных знаний в области математики для обеспечения возможности использовать знание современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач;
− обеспечение условий для активизации познавательной деятельности студентов и формирование у них опыта использования методов геометрии в ходе решения практических задач и стимулирование исследовательской деятельности студентов в процессе освоения дисциплины.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.14 Геометрия относится к обязательной части Блока 1 образовательной программы.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: Функциональный анализ, Комплексный анализ, Дифференциальные уравнения, Уравнения математической физики.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

основные понятия, определения и свойства математических объектов в области аналитической геометрии, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы применения изучаемых геометрических объектов;

уметь:

формулировать и доказывать основные результаты изученных разделов геометрии; проводить логические рассуждения при доказательстве математических утверждений; решать типовые задачи с применением изучаемого теоретического материала;

владеть:

математическим аппаратом аналитической геометрии, аналитическими методами исследования геометрических объектов.

4. СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 4 зачетных ед., 144 час.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

Раздел дисциплины / тема	Сем.	Виды учебной работы				Формы текущего контроля; Формы промежуточной аттестации
		Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самост. работа	
		Лекции	Лаб. занятия	Практ. занятия		
Введение	1	2		2	2	Самостоятельная работа
Векторная алгебра	1	6		6	6	Контрольная работа
Линейные образы	1	6		6	6	Домашняя контрольная работа
Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве	1	4		4	4	Самостоятельная работа
Линии и поверхности второго порядка	1	6		6	4	Самостоятельная работа
Теория кривых на плоскости и в трехмерном пространстве	1	6		6	5	Самостоятельная работа
Теория поверхностей. Первая и вторая квадратичная формы	1	4		4	4	Контрольная работа
Итого (1 семестр):		34		34	31	экз.

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел дисциплины / тема	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самост. работы
	Вид самост. работы	Сроки выполнения	Затраты времени		
Введение	Подготовка к самост. работе	2 неделя	2	Самост. работа № 1	http://domic/isu.ru
Векторная алгебра	Подготовка к контр. работе	3-5 неделя	6	Контрольная работа № 1	http://domic/isu.ru
Линейные образы	Подготовка к контр.	6-8 неделя	6	Домашняя контрольная	http://domic/isu.ru

	работе			работа № 2	
Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве	Подготовка к самост. работе	9-10 неделя	4	Самост. работа № 2	http://domic/isu.ru
Линии и поверхности второго порядка	Подготовка к самост. работе	11-12 неделя	4	Самост. работа № 3	http://domic/isu.ru
Теория кривых на плоскости и в трехмерном пространстве	Подготовка к самост. работе	13-15 неделя	5	Самост. работа № 4	http://domic/isu.ru
Теория поверхностей. Первая и вторая квадратичная формы	Подготовка к контр. работе	16-17 неделя	4	Контрольная работа № 3	http://domic/isu.ru
Общая трудоемкость самостоятельной работы (час.)			31		
Из них с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (час.)			12		

4.3. Содержание учебного материала

Тема 1. Введение
Простейшие задачи аналитической геометрии. Предмет аналитической геометрии. Декартовы координаты на прямой, на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Полярные цилиндрические и сферические координаты.

Тема 2. Векторная алгебра
Связанные, скользящие и свободные векторы. Линейные операции над векторами. Линейная независимость. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение, его свойства. Связь с проектированием. Ортонормированные базисы. Векторное произведение. Вычисление в ортонормированном репере. Смешанное произведение трех векторов. Его геометрическая интерпретация. Векторные тождества.

Тема 3. Линейные образы
Различные виды уравнений прямой на плоскости. Вычисление угла между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности. Отклонение точки от прямой. Уравнение пучка прямых. Различные виды уравнений плоскости, неполные уравнения плоскости. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности. Отклонение точки от плоскости. Пучки и связки плоскостей. Прямая линия в пространстве: различные виды уравнений, вычисление угла между прямыми. Вычисление расстояний между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Тема 4. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве
Преобразование декартовых координат на плоскости: параллельный перенос, поворот. Преобразование ДПСК в пространстве. Углы Эйлера. Аффинные преобразования плоскости. Ортогональные преобразования. Проективные преобразования.

Тема 5. Линии и поверхности второго порядка

Эллипс: каноническое уравнение, эксцентриситет, директрисы, оптическое свойство. Гипербола: каноническое уравнение, эксцентриситет, директрисы, асимптоты, оптическое свойство. Сопряженная гипербола. Парабола: каноническое уравнение, оптическое свойство. Уравнения кривых второго порядка в полярной системе координат. Общая теория кривых второго порядка: определение типа кривой по ее инвариантам, центр кривой второго порядка, оси симметрии. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду путем преобразования системы координат. Теорема о канонических уравнениях поверхностей второго порядка (без доказательства); эллипсоиды; гиперболоиды; параболоиды; цилиндры; конические сечения; прямолинейные образующие; аффинная классификация поверхностей второго порядка.

Тема 6. Теория кривых на плоскости и в трехмерном пространстве
Уравнения кривых, параметризация. Кривые на плоскости: натуральный параметр, касательный вектор, нормаль и кривизна, формулы Френе, формулы кривизны. Кривые в пространстве: нормаль и бинормаль, кривизна и кручение, формулы Френе, натуральные уравнения и классификация.

Тема 7. Теория поверхностей
Первая и вторая квадратичная формы. Поверхности, способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности, длина дуги кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности. Кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее свойства.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

Тема занятия	Всего часов	Оценочные средства	Формируемые компетенции
Введение	2	Самостоятельная работа № 1	ОПК-1
Векторная алгебра	6	Контрольная работа № 1	ОПК-1
Линейные образы	6	Домашняя контрольная работа № 2	ОПК-1
Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве	4	Самостоятельная работа № 2	ОПК-1
Линии и поверхности второго порядка	6	Самостоятельная работа №3	ОПК-1
Теория кривых на плоскости и в трехмерном пространстве	6	Самостоятельная работа № 4	ОПК-1
Теория поверхностей. Первая и вторая квадратичная формы	4	Самостоятельная работа № 4	ОПК-1

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

Тема	Задание	Формируемые компетенции
Простейшие задачи аналитической геометрии	Подготовка к самостоятельной работе № 1	ОПК-1
Векторная алгебра	Подготовка к контрольной работе № 1	ОПК-1
Линейные образы	Подготовка к контрольной работе № 2	ОПК-1
Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве	Подготовка к самостоятельной работе № 2	ОПК-1
Линии и поверхности второго порядка	Подготовка к самостоятельной работе № 3	ОПК-1

Теория кривых на плоскости и в трехмерном пространстве	Подготовка к самостоятельной работе № 4	ОПК-1
Теория поверхностей. Первая и вторая квадратичная формы	Подготовка к самостоятельной работе № 5	ОПК-1

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования. Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, научно-исследовательской деятельности, подготовки к семинарам, лабораторным работам, сдаче зачетов и экзаменов. Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ. Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

– закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;
– приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;
– формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;
– развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;
– развитие навыков самоорганизации;
– формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
– выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Подготовка к лекции. Качество освоения содержания конкретной дисциплины прямо зависит от того, насколько студент сам, без внешнего принуждения формирует у себя установку на получение на лекциях новых знаний, дополняющих уже имеющиеся по данной дисциплине. Время на подготовку студентов к двухчасовой лекции по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к практическому занятию. Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы. Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии. Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, данных и специальных источников, с которыми предстоит учебная работа. Студенты должны дома подготовить к занятию 3–4 примера формулировки темы исследования, представленного в монографиях, научных статьях, отчетах. Затем они самостоятельно осуществляют поиск соответствующих источников, определяют актуальность конкретного исследования процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются. В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте. Время на подготовку к практическому занятию по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к семинарскому занятию. Самостоятельная подготовка к семинару направлена: на развитие способности к чтению научной и иной литературы; на поиск

дополнительной информации, позволяющей глубже разобраться в некоторых вопросах; на выделение при работе с разными источниками необходимой информации, которая требуется для полного ответа на вопросы плана семинарского занятия; на выработку умения правильно выписывать высказывания авторов из имеющихся источников информации, оформлять их по библиографическим нормам; на развитие умения осуществлять анализ выбранных источников информации; на подготовку собственного выступления по обсуждаемым вопросам; на формирование навыка оперативного реагирования на разные мнения, которые могут возникать при обсуждении тех или иных научных проблем. Время на подготовку к семинару по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к коллоквиуму. Коллоквиум представляет собой коллективное обсуждение раздела дисциплины на основе самостоятельного изучения этого раздела студентами. Подготовка к данному виду учебных занятий осуществляется в следующем порядке. Преподаватель дает список вопросов, ответы на которые следует получить при изучении определенного перечня научных источников. Студентам во внеаудиторное время необходимо прочитать специальную литературу, выписать из нее ответы на вопросы, которые будут обсуждаться на коллоквиуме, мысленно сформулировать свое мнение по каждому из вопросов, которое они выскажут на занятии. Время на подготовку к коллоквиуму по нормативам составляет не менее 0,2 часа.

Подготовка к контрольной работе. Контрольная работа назначается после изучения определенного раздела (разделов) дисциплины и представляет собой совокупность развернутых письменных ответов студентов на вопросы, которые они заранее получают от преподавателя. Самостоятельная подготовка к контрольной работе включает в себя: — изучение конспектов лекций, раскрывающих материал, знание которого проверяется контрольной работой; повторение учебного материала, полученного при подготовке к семинарским, практическим занятиям и во время их проведения; изучение дополнительной литературы, в которой конкретизируется содержание проверяемых знаний; составление в мысленной форме ответов на поставленные в контрольной работе вопросы; формирование психологической установки на успешное выполнение всех заданий. Время на подготовку к контрольной работе по нормативам составляет 2 часа.

Подготовка к зачету. Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра, соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету, если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Время на подготовку к зачету по нормативам составляет не менее 4 часов.

Подготовка к экзамену. Самостоятельная подготовка к экзамену схожа с подготовкой к зачету, особенно если он дифференцированный. Но объем учебного материала, который нужно восстановить в памяти к экзамену, вновь осмыслить и понять, значительно больше, поэтому требуется больше времени и умственных усилий. Важно сформировать целостное представление о содержании ответа на каждый вопрос, что предполагает знание разных научных трактовок сущности того или иного явления, процесса, умение раскрывать факторы, определяющие их противоречивость, знание имен ученых, изучавших обсуждаемую проблему. Необходимо также привести информацию о материалах эмпирических исследований, что указывает на всестороннюю подготовку студента к экзамену. Время на подготовку к экзамену по нормативам составляет 36 часов для бакалавров.

В ФБГОУ ВО «ИГУ» организация самостоятельной работы студентов регламентируется Положением о самостоятельной работе студентов, принятым Ученым советом ИГУ 22 июня 2012 г.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: учебник. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 99 экз.

2. Канатников А.Н. Аналитическая геометрия: учебник. – М.- Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 29 экз.

3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2009, 2014. – 90 экз.

4. Смирнов Ю.М. Курс аналитической геометрии: учебное пособие. – М.: ЕДИТОРИАЛ УРСС, 2011. – 19 экз.

5. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии: учебник. – СПб: Изд-во «Лань», 2007. – 78 экз.

б) дополнительная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005, 1980. – 40 экз.

2. Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие. – М.: Наука, 1987. – 50 экз.

3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник (Электр. ресурс), 2015. – М.: «Лань». Неогранич. доступ ЭЧЗ «БИБЛИОТЕХ»

4. Кузьмина Е. Ю. Элементы дифференциальной геометрии и топологии : учеб. пособие. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2021. – 104 с. ISBN 978-5-9624-1967-1– 21 экз.

5. Осипенко Л.А., Шеметова Л.Н. Аналитическая геометрия: учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2019. – 124 с. – 140 экз.

6. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие / Под ред. Беклемишева Д.В. (Электр. ресурс), 2008. ЭБС «Лань». Неогранич. доступ

7. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие / Под ред. Д.В. Беклемишева. – СПб: Изд-во «Лань», 2008. – 49 экз.

8. Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебное пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 20 экз.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. НБ ИГУ http://library.isu.ru/ru
2. ЭЧЗ «Библиотех» https://isu.bibliotech.ru/
3. ЭБС «Лань» http://e.lanbook.com/
4. ЭБС «Руконт» http://rucont.ru
5. ЭБС «Айбукс» http://ibooks.ru
6. ЭБС «Юрайт» Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов. (urait.ru)
7. Образовательный портал ИГУ http://educa.isu.ru/
8. Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебно-лабораторное оборудование

ЭТОТ РАЗДЕЛ НЕ ЗАПОЛНЯТЬ

6.2. Программное обеспечение

1. Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
2. Программа для просмотра файлов формата Dj Vu Win Dj View, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
3. Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
4. Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Оценочные средства текущего контроля

Вид контроля	Контролируемые темы	Контролируемые компетенции
Самостоятельная работа	Простейшие задачи аналитической геометрии	ОПК-1
Контрольная работа	Векторная алгебра	ОПК-1
Домашняя контрольная работа	Линейные образы	ОПК-1
Самостоятельная работа	Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве	ОПК-1
Самостоятельная работа	Линии и поверхности второго порядка	ОПК-1
Самостоятельная работа	Теория кривых на плоскости и в трехмерном пространстве	ОПК-1
Контрольная работа	Теория поверхностей. Первая и вторая квадратичная формы	ОПК-1

Примеры оценочных средств текущего контроля

Тема 1

1. Найти координаты центра тяжести треугольника **ABC**:

A(0; 0; 1), **B**(2; 3; 5), **C**(6; 2; 3). Вычислить периметр этого треугольника.

2. Записать уравнение $(x^2 + y^2)^2 = x^2 + y^2$ в полярной системе координат.

Тема 2

1. Вычислить косинус угла между векторами **AB** и **AC**, если **A**(0; 0; 1), **B**(2; 3; 5), **C**(6; 2; 3).

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах **a** и **b**.

3. Даны координаты вершин пирамиды **ABCD**: **A**(0; 0; 1), **B**(2; 3; 5), **C**(6; 2; 3), **D**(3; 7; 2). Найти объем пирамиды.

Тема 3

1. Даны прямые $\mathbf{L_1}$: x + 2y + 1 = 0, $\mathbf{L_2}$: 2x – y – 5 = 0. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $\mathbf{M_0}$ (4, 1) а) параллельно прямой $\mathbf{L_1}$, б) перпендикулярно прямой $\mathbf{L_2}$. Найти отклонение и расстояние от данной точки от прямой $\mathbf{L_1}$. Найти угол между прямыми.

2. Написать уравнение в отрезках плоскости, проходящей через точку $\mathbf{M_1}$ (3, 1, – 2), параллельно данным векторам **a** (1, 0, 4), **b** (2, 1, 0).

3. Найти расстояние от точки $\mathbf{M_0}$(4, 1, 0) до плоскости, проходящей через данные три точки $\mathbf{M_1}$ (2, 1, 0), $\mathbf{M_2}$ (3, – 2, 1), $\mathbf{M_3}$ (4, 0, – 1).

4. Найти угол между плоскостями x + 2y – 2z + 1 = 0, 2x – y + 2z – 5 = 0.

5. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $\mathbf{M_1}$ (3, 1, – 2), параллельно вектору **a** (1, 0, 4).

6. Найти расстояние от точки $\mathbf{M_0}$ (4, 1, 0) до прямой, проходящей через данные точки $\mathbf{M_1}$ (2, 1, 0), $\mathbf{M_2}$ (3, – 2, 1).

7. Найти угол между прямой, проходящей через точку $\mathbf{M_1}$ (3, 1, – 2), параллельно вектору **a** (1, 0, 4), и прямой, образованной пересечением плоскостей x + 2y – 2z + 1 = 0 и 2x – y + 2z – 5 = 0.

Тема 4

1. Написать формулы параллельного переноса системы координат в точку (4, – 3).

2. Написать формулы поворота системы координат на угол 45º.

Тема 5

1. На поверхности $x = u + \cos v$, $y = u - \sin v$, $z = \lambda u$ дана точка $\mathbf{M}\left(u = 1, v = \frac{\pi}{2}\right)$.

а) Написать уравнение касательных прямых и нормальных плоскостей к линиям $u = 1, v = \frac{\pi}{2}$ в точке **M**.

б) Найти угол между линиями $u = 1, v = \frac{\pi}{2}$.

в) Показать, что касательная в точке **M** к линии $u = \sin v$ является касательной к линии $u = 1$ в той же точке.

2. Составить уравнение конуса, имеющего вершину в точке **M** (–1, 0, 0) и описанного около параболоида .

Тема 6

1. Эквивалентны ли кривые $x = \frac{1 + t^2}{1 - t^2}, \quad y = \frac{2t}{1 - t^2}$ и $x = \operatorname{ch} t, \quad y = \operatorname{sh} t$?

2. При каких a, b, c параметр t кривой $x = \int_0^t \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}} dt, y = a\sqrt{t + t^2} + c$ является натуральным?

3. Может ли нормаль к синусоиде y = sin x быть параллельной оси координат? Почему?

Тема 7

1. Найти, под каким углом пересекаются линии $u+v=0, u-v=0$ на геликоиде

$$x=u\cos v, y=u\sin v, z=av.$$

2. Указать, какая из приведенных квадратичных форм может служить первой квадратичной формой некоторой поверхности:

а) $ds^2=du^2+4du\,dv+dv^2;$

б)

в) $ds^2=du^2-4du\,dv+6dv^2;$

г)

3. На поверхности $x=u^2+v^2, y=u^2-v^2, z=uv$ дана точка $P(u=1, v=1)$.

а) Вычислить главные кривизны поверхности в точке P.

б) Найти уравнения касательных PT_1, PT_2 к главным нормальным сечениям в указанной точке.

в) Вычислить кривизну нормального сечения, проходящего через касательную к линии $v=u^2$.

4. Вычислить вторую квадратичную форму поверхности

$$x=\sqrt{u^2+a^2}\cos v, y=\sqrt{u^2+a^2}\sin v, z=a\ln\left(u+\sqrt{u^2+v^2}\right).$$

7.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов для промежуточной аттестации:

1. Понятие вектора. Радиусы-векторы точек. Правило параллелограмма, правило трех точек. Операция сложения векторов. Умножение вектора на число (определение).

2. Проекция вектора на числовую ось.

3. Скалярное произведение векторов и его свойства (теорема).

4. Линейная зависимость и независимость векторов. Определение векторного (линейного) пространства.

5. Прямоугольная декартова система координат (ПДСК). Аффинная система координат. Условие коллинеарности и ортогональности двух векторов, заданных своими координатами. Деление отрезка в данном отношении.

6. Векторное произведение векторов и его свойства.

7. Смешанное произведение векторов и его свойства.

8. Уравнение прямой, проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом.

9. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

10. Уравнение прямой в отрезках.

11. Параметрические уравнения прямой. Каноническое уравнение прямой.

12. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

13. Общее уравнение прямой.

14. Угол между двумя прямыми с угловым коэффициентом. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.

15. Условие совпадения, пересечения, параллельности двух прямых, заданных общим уравнением.

16. Угол между двумя прямыми, заданными общим уравнением.

17. Нормальное уравнение прямой. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.

18. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

19. Уравнение пучка прямых.

20. Полярная система координат на плоскости. Формулы перехода от ПДСК к полярной и наоборот.

21. Геометрическое истолкование уравнения с двумя переменными. Алгебраические кривые. Порядок линии. Окружность.

22. Парабола. Определение. Вывод канонического уравнения (фокус, директриса).

23. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения.

24. Гипербола. Определение. Вывод канонического уравнения.

25. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы

26. Общее уравнение плоскости и его исследование.

27. Угол между двумя плоскостями.

28. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.

29. Взаимное расположение двух и трех плоскостей в пространстве.

30. Неполные уравнения плоскости.

31. Различные способы задания прямой.

32. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

33. Взаимное расположение прямой и плоскости.

34. Расстояния между скрещивающимися прямыми.

35. Угол между двумя прямыми.

36. Угол между прямой и плоскостью.

37. Цилиндрические поверхности.

38. Конические поверхности.

39. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды.

40. Длина дуги плоской кривой. Натуральный параметр.

41. Кривизна плоской кривой. Вычислительные формулы для кривизны.

42. Основная теорема теории плоских кривых.

43. Теория пространственных кривых.

44. Репер Френе пространственной кривой. Формулы Френе пространственной кривой.

45. Кривизна и кручение. Геометрическая интерпретация кривизны и кручения.

46. Первая квадратичная форма.

47. Вторая квадратичная форма.

Примеры оценочных средств для промежуточной аттестации:

Пример экзаменационного билета

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине

«Геометрия»

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.

2. Даны вершины треугольника **A**(1, 2, 1), **B**(2, 2, 3), **C**(3, 4, 3). Найти высоту треугольника, опущенную из вершины C.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку **M**(2, 3, –1) и прямую $x = t - 3$, $y = 2t + 5$, $z = -3t + 1$.

Разработчик: **Кузьмина Елена Юрьевна**, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теории вероятностей и дискретной математики