



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФГБОУ ВО «ИГУ»

Кафедра общей и космической физики



Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля): Б1.О.14.02 Численные методы и математическое моделирование

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Физика конденсированного состояния

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Согласовано с УМК физического факультета
Протокол №38 от «18» апреля 2023 г.

Председатель  Буднев Н.М.

Рекомендовано кафедрой:
общей и космической физики

Протокол № 8

от « 15 » марта 2023 г.

Зав.кафедрой д.ф.-м.н., профессор

 Паперный В.Л.

Иркутск 2023 г.

Содержание

I. Цели и задачи дисциплины (модуля)	3
II. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО	3
III. Требования к результатам освоения дисциплины	3
IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)	4
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов	5
4.1. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	5
4.3. Содержание учебного материала	6
4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ	7
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)	8
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов	8
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)	8
V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)	9
а) <i>перечень литературы</i>	9
б) <i>периодические издания</i>	10
в) <i>список авторских методических разработок</i>	10
г) <i>базы данных, информационно-справочные и поисковые системы</i>	10
VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	10
6.1. Учебно-лабораторное оборудование:	10
6.2. Программное обеспечение:	10
6.3. Технические и электронные средства:	10
VII. Образовательные технологии	11
VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации	11
ПРИЛОЖЕНИЕ: ФОС	14

I. Цели и задачи дисциплины (модуля)

Цель курса – дать студентам представление о современных методах обработки информации и исследования явлений путем их численного моделирования на компьютерах, способствовать развитию их интеллектуальных, творческих способностей и критического мышления в ходе проведения исследований, анализа явлений, восприятия и интерпретации информации.

Для достижения данной цели были поставлены **задачи**:

- освоить приемы и методы программирования;
- изучить основы построения численной модели физического явления;
- освоить численные методы и основы математического моделирования.

II. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Курс численные методы и математическое моделирование модуля «информатика» относится к обязательной части блока Б1. Данная дисциплина предназначена для студентов курса.

При изучении данного курса используются разделы и темы следующих дисциплин:

- основы физики (механика, молекулярная физика и термодинамика, электродинамика, атомная и ядерная физика);
- высшая математика (математический анализ, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление, элементы вычислительной математики, теория вероятностей и математическая статистика)

III. Требования к результатам освоения дисциплины

Курс «Численные методы и математическое моделирование», согласно положениям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования при подготовке бакалавра по направлению 03.03.02 Физика, позволяет студенту приобрести следующие общепрофессиональные компетенции (ОПК):

- способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-3).

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	Индикаторы компетенций	Результаты обучения
<i>ОПК-3</i>	<i>ИДК ОПК.3.3</i> Использует современные информационные технологии для исследования и моделирования физических явлений и процессов в сфере своей профессиональной деятельности	Знает: <ul style="list-style-type: none"> • основные принципы построения систем обработки и передачи информации; • основы подхода к анализу информационных процессов; • современные аппаратные и программные средства вычислительной техники. Умеет: использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов.

IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часов,

в том числе 94 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 20 аудиторных часов (во время выполнения практических заданий).

Форма промежуточной аттестации: зачёт.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/тема	Семестр	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
					Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоятельная работа	
					Лекции	Семинарские/практические/лабораторные занятия	Консультации		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Раздел 1. Введение в численные методы.	2	54	8	8	28		18	Решение задач на программирование
2	Раздел 2. Слайны.	2	44	8	6	20		18	
3	Раздел 3. Численные методы решений обыкновенных дифференциальных уравнений.	2	32	4	6	12		14	
	Зачёт	2							Собеседование
	Контроль на зачёт		8						
	КСР		6						
	Итого часов		144	20	20	60		50	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
1	Все разделы	Решение задачи на программирование	В течение семестра	46	Задачи и упражнения	Вся рекомендуемая литература
1	Все разделы	Работа с лекционным материалом и учебной литературой. Подготовка к зачёту	К концу семестра	4	Тест	
Общий объем самостоятельной работы по дисциплине (час)				50		

4.3. Содержание учебного материала

Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1. Введение в численные методы.

Тема 1. Понятие численных методов.

Суть возникающих проблем. Влияние погрешности компьютерных вычислений. Пример – “исчезновение” корней и “ложные” корни алгебраических уравнений. Отличие численных алгоритмов от аналитических.

Тема 2. Визуализация данных.

Способы отображения вычисленных данных. Использование специализированных средств. Среда Gnuplot. Основные команды, примеры построения графиков функций. Простейшие скрипты среды Gnuplot. Сохранение построенных графиков в файл.

Тема 3. Численное решение нелинейных алгебраических уравнений.

Методы касательной, секущей, бисекции. Понятие расходимости алгоритма. Понятие скорости сходимости. Локализация корней.

Тема 4. Решение систем линейных уравнений.

Матричный метод (обратной матрицы), метод Крамера, метод Гаусса-Жордана. Реализация методов. Сравнение методов по количеству операций и характеру накопления ошибок. Алгоритмы для случаев диагональных матриц.

Тема 5. Численное дифференцирование и интегрирование.

Основная формула дифференциального исчисления. Дифференцирование функций, заданных аналитически. Выбор величины приращения. Дифференцирование дискретно заданных функций. Понятие разделенной разности. Понятие сетки. Численное интегрирование в случае равномерной сетки. Метод прямоугольников и метод Симпсона. Интегрирование функции, заданной на неравномерной сетке. Интегрирование функций, имеющих особую точку.

Тема 6. Интерполяция. Аппроксимация. Экстраполяция.

Основные понятия. Линейная и полиномиальная интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа, плюсы и минусы. Кусочная интерполяция. Аппроксимация заданными функциями. Метод наименьших квадратов.

Раздел 2. Сплаины.

Тема 7. Основные понятия сплайн-функций.

Интерполяционные и аппроксимирующие сплайны. Сглаживающие и локальные сплайны. Представление через B-сплайны. “Сшивки” сплайнов. Понятие дефекта сплайна. Особенности сплайнов на равномерной и неравномерной сетках. Понятие узла сплайна и узла интерполяции.

Тема 8. Локальные B-сплайны.

Основные формулы. Подпрограммы вычисления коэффициентов и значений сплайна. Интегрирование и дифференцирование функций, заданных сплайном. Решение уравнений.

Тема 9. Интерполяционные кубические сплайны.

Сходимость сплайнов четной и нечетной степеней. Особенности использования на равномерной и неравномерной сетках. Основные формулы. Применение метода универсальной прогонки 3-диагональных матриц для нахождения коэффициентов сплайна.

Тема 10. Сплайны с дефектом, отличным от 1.

Смысл использования. Алгоритмы построения кубического сплайна дефекта 2 и сплайна 5-степени дефекта 3.

Тема 11. Приближение кривых.

Проблема замкнутых линий. Использование полярной системы координат. Параметрические сплайны. Кривые Безье. Сплайн Акимы.

Раздел 3. Численные методы решений обыкновенных дифференциальных уравнений.**Тема 12. Методы решение уравнений с начальными условиями (задача Коши).**

Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений второго и более высоких порядков.

Тема 13. Методы решения уравнений с граничными условиями (краевая задача).

Метод «стрельбы» решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с граничными условиями. Конечно-разностный метод решения краевой задачи.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудовое мкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1	Визуализация данных.	4	практ. И твор. Задания, собес.	ОПК3.3
2.	1	Численное решение нелинейных алгебраических уравнений.	6	практ. И твор. Задания, собес.	
3.	1	Решение систем линейных уравнений.	6	практ. И твор. Задания, собес.	
4.	1	Численное дифференцирование и интегрирование	6	практ. И твор. Задания, собес.	
5.	1	Интерполяция. Аппроксимация. Экстраполяция.	4	практ. И твор. Задания, собес.	
6.	2	Основные понятия сплайн-функций.	4	практ. И твор. Задания, собес.	
7.	2	Локальные В-сплайны.	4	практ. И твор. Задания, собес.	
8.	2	Интерполяционные кубические сплайны.	4	практ. И твор. Задания, собес.	
9.	2	Сплайны с дефектом, отличным от 1.	4	практ. И твор. Задания, собес.	

10.	2	Приближение кривых.	6	практ. И твор. Задания, собес.
11.	3	Методы решение уравнений с начальными условиями (задача Коши)	6	практ. И твор. Задания, собес.
12.	3	Методы решения уравнений с граничными условиями (краевая задача).	6	практ. И твор. Задания, собес.

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	ИДК
1.	Все темы	Решение задачи на программирование	Написать программу	Вся рекомендуемая литература	ИДК ОПК.3.3
2.	Текущие консультации				

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Самостоятельная работа реализуется:

- 1) Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
- 2) В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
- 3) В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

Границы между этими видами работ достаточно размыты, а сами виды самостоятельной работы пересекаются. Таким образом, самостоятельная работа студентов может быть как в аудитории, так и вне ее.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)

Курсовые работы не предусмотрены.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**а) перечень литературы***основная литература*

1. Квасов, Б. И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab [Электронный ресурс] / Б. И. Квасов. - Москва : Лань", 2016. - Режим доступа: ЭБС "Издательство Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-2019-3
2. Амосов, А. А. Вычислительные методы [Электронный ресурс] / А. А. Амосов, Н. В. Копченова, Ю. А. Дубинский. - Москва : Лань", 2014. - 672 с. : ил. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Предметный указатель: с. 655-666. - Библиогр.: с. 648-654 (27 назв.). - ISBN 978-5-8114-1623-3
3. Красов, В. И. Практическое программирование [Текст] : учеб. пособие / В. И. Красов, А. А. Перевалов ; рец.: А. Г. Ченский, В. Б. Иванов ; Иркутский гос. ун-т, Физ. фак. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2015. - 111 с. ; 20 см. - ISBN 978-5-9624-1279-5 : УДК 681.3.06(075.8) . – (66 экз.)

дополнительная литература

1. Срочко, В. А. Численные методы [Текст] : курс лекций : учеб. пособие / В. А. Срочко. - СПб. : Лань, 2010. - 202 с. ; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 200. - ISBN 978-5-8114-1014-9 : УДК 519.6(075.8) – (85 экз.)
2. Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И. Л. Акулич. - Москва : Лань, 2011. - 352 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Библиогр.: с. 347. - ISBN 978-5-8114-0916-7
3. Иванов, В.Б. Компьютерное моделирование и программирование [Текст] : учеб.пособие / В.Б. Иванов; М-во образования РФ. - Иркутск : Изд-во ИГУ.
 - Ч.1 : Основы компьютерного моделирования. - 2003. - 91 с. - Библиогр.: с.91. – (33 экз.)
 - Ч.2 : Язык программирования СИ. - 2003. - 68 с. - Библиогр.: с. 68. – (50 экз.)
 - Ч.3 : Инструментальные средства моделирования. - 2003. - 143 с. – (50 экз.)

б) *периодические издания*

- нет.

в) *список авторских методических разработок*

1. Красов, В. И. Практическое программирование [Текст] : учеб. пособие / В. И. Красов, А. А. Перевалов ; рец.: А. Г. Ченский, В. Б. Иванов ; Иркутский гос. ун-т, Физ. фак. - Иркутск : Изд-во ИГУ, 2015. - 111 с. ; 20 см. - ISBN 978-5-9624-1279-5 : УДК 681.3.06(075.8) . – (66 экз.)
2. В системе образовательного портала ИГУ (<http://educa.isu.ru/>) размещены методические материалы и задания по данному курсу

г) *базы данных, информационно-справочные и поисковые системы*

- • ЭЧЗ «Библиотех» <https://isu.bibliotech.ru/>
- • ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- • ЭБС «Рукопт» <http://rucont.ru>
- • ЭБС «Айбукс» <http://ibooks.ru>

VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

6.1. Учебно-лабораторное оборудование:

Применять полученные знания на практике студенты могут в двух специальных дисплейных классах с современной вычислительной техникой и соответствующим программным обеспечением. В классе имеет 14 стационарных компьютеров (Intel Atom CPU D2500) с мониторами (Samsung S19A10 18.5"), WiFi-роутер 54M Wireless Router TL-WR542G, маршрутизатор DES-1005D. Компьютеры имеют доступ к локальной сети университета и выход в Интернет. Студенты могут самостоятельно закреплять полученный на лекциях материал в этих классах. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: переносной проектор (CASIO XJ-A241), стационарный настенный экран (Classic Solution, 244x244), ноутбук Lenovo B590. Кроме того, на факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы.

6.2. Программное обеспечение:

На каждом компьютере установлены ОС Linux (Ubuntu 14.04.2 LTS) и следующие программные пакеты: Geany 1.23.1, Midnight Commander, Leafpad, Mozilla, Gnuplot, Evince 3.10.3, LibreOffice 4.2.8.2. Все установленное программное обеспечение Freeware. Имеются списки заданий и методическое руководство в электронном и печатном виде.

6.3. Технические и электронные средства:

Во время занятий для пояснения поставленных в практических работах заданий студентам демонстрируются на экране с помощью проектора дополнительные и вспомогательные материалы (презентации, типичные примеры)

VII. Образовательные технологии

Изучение курса «Численные методы и математическое моделирование» идет в плане накопительной системы, т.е. содержательная часть каждого раздела, как правило, может завершаться либо тестовым контролем оценки знаний, либо индивидуальными заданиями на практическом занятии. Студент в течение семестра должен выполнить определённое количество практических заданий. Контроль самостоятельной работы осуществляется при проверке созданной студентом компьютерной программы или модели из списка *семестровых заданий* по теме соответствующего раздела. Преподаватель оценивает работоспособность программы, её завершенность, гибкость, универсальность и рациональность. В зависимости от степени успеваемости студента и недочетов программы, даётся дополнительное задание. Итоговый контроль: зачёт.

VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации

Фонд оценочных средств (ФОС) представлен в приложении.

8.1.1. Оценочные средства для входного контроля

Входной контроль не осуществляется.

8.1.2. Оценочные средства текущего контроля

Каждое задание предполагает написание студентом программы в среде Geany на заданную тему, отладка и защита ее. При необходимости провести исследование полученной модели путем изменения параметров задачи. За выполнение задания студент получает определенное количество баллов. Однотипные задания собраны в разделы. Для получения зачета в семестре необходимо набрать 20 баллов, выполнив хотя бы по одному заданию из каждого раздела. Текст заданий приведён ниже.

1. *Найти корень уравнения $\sin(x)=0.5$ на интервале от 0 до 1 с относительной ошибкой, не превышающей 1%. Решение получить двумя способами: 1 - использовать метод половинного деления; 2 – использовать метод хорд. Убедиться в том, что для оптимально написанных программ метод хорд более эффективен по быстродействию. Подтверждением этому должен служить тот факт, что для достижения одинаковой точности во втором методе требуется меньшее число обращений к функции (в данном случае к функции $\sin(x)$).*
2. *Методом трапеций и методом Симпсона вычислить с заданной точностью определенный интеграл:*

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx.$$

Убедиться в том, что метод Симпсона дает более точное значение интеграла по сравнению с методом трапеций при одинаковом числе разбиений интервала интегрирования.

3. Решить дифференциальное уравнение $y'=y$ на интервале от 0 до 2 с начальным условием $y(0)=1$ методом Эйлера и по неявной схеме. Сравнить оба численных решения с точным $y=e^x$ путем построения графиков решений. Предусмотреть возможность изменения величины шага интегрирования, и убедиться в том, что с уменьшением шага точность улучшается.

4. Методом Рунге-Кутты четвертого порядка решить дифференциальное уравнение:

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

с начальным условием $y(0)=1$ на интервале от 0 до 1. Построить графики численного решения и точного решения:

$$y = e^{x^2/2}.$$

5. Составить программу, вычисляющую функцию $\sin(x)$ с помощью разложения в ряд Тейлора. Вычисление функции должно быть выполнено с заданной относительной точностью.

6. Найти точку, доставляющую минимум функции двух переменных:

$$f(x, y) = x^2 - \sqrt{y} + y \sin(2x) + 2.5$$

при ограничениях:

$$y \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad 2x + 3y \geq 4.$$

7. Методом прогонки решить следующую краевую задачу:

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} - xy = e^x, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = 1.$$

Построить графики численного решения и точного решения:

$$y = \frac{e^x}{2} + \frac{C_1 e^x - C_2 e^{-x}}{x},$$

где

$$C_1 = \frac{5 - 2e^2}{2(e^2 - 1)}, \quad C_2 = (C_1 + \frac{1}{2})e^2.$$

Проанализировать зависимость точности численного решения от числа разбиений интервала, на котором ищется решение.

8. Найти производные функций аналитически и численно. Нарисовать графики, сравнить.

1) $y = |x|$

2) $y = (x+2)^{\frac{2}{3}} - (x-2)^{\frac{2}{3}}$

3) $y = \frac{e^x}{1+x}$

4) $y = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}$

5) $y = \frac{a^x}{1+a^{2x}} - \frac{1-a^{2x}}{1+a^{2x}} \operatorname{arctg}(a^{-x}) \quad a > 1$

6) $y = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

7) $y = x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

9. Построить интерполяционный полином для функции $f(x)$. Исследовать качество интерполяции в зависимости от числа узлов интерполяции.

1) $f(x) = \sin(2\pi x), \quad x \in [-2, 2]$

2) $f(x) = e^{-x^2} + x^2 + \sin(2\pi x), \quad x \in [-2, 2]$

3) $f(x) = \frac{1}{1+2x^2}, \quad x \in [-2, 2]$

10. Написать программу для вычисления базовых сплайнов.

11. Построить графики базисных сплайнов $B_{0,i}(x), B_{1,i}(x), B_{2,i}(x)$.

8.1.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачёта с учётом выполненных за семестр практических заданий

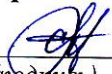
Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов:

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Собеседование при защите готовой программы	Все темы	ОПК-3
2.	Подготовка к зачету	Все разделы	ОПК-3

Примерный список вопросов к зачету:

1. Приближенное решение трансцендентных уравнений
2. Методы вычислений определенных интегралов
3. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений в постановке задачи Коши.
4. Численное решение линейных дифференциальных уравнений в задаче с краевыми условиями.
5. Формирование математических и компьютерных моделей.
6. Реализация основных численных методов в пакете.

Разработчики:


(подпись)

доцент, к.ф.-м.н.
(занимаемая должность)

С.П., Горбунов
(инициалы, фамилия)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры общей и космической физики ИГУ
« 15 » марта 2023 г.

Протокол № 8, зав. кафедрой  В.Л. Паперный

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.