МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
_____/Н.М. Буднев
«02» апреля 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.О.13.06 Методы математической физики

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Фундаментальная физика и физика Космоса

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета
Протокол №49 от «26» марта 2025 г.

Председатель _____
Н.М.Буднев

Рекомендовано кафедрой:
Протокол №6
От «24» марта 2025 г.

Зав. кафедрой _____
С.В. Ловцов

Иркутск 2025 г.

Содержание

I. Цели и задачи дисциплины....3
II. Место дисциплины в структуре ОПОП....3
III. Требования к результатам освоения дисциплины....3
IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)....3
4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов....4
4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....4
4.3. Содержание учебного материала....4
4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ....6
4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)....7
4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов....7
4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)....8
V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины....8
а) список литературы....8
б) периодические издания....8
в) список авторских методических разработок....8
г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы....8
VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)....9
VII. Образовательные технологии:....9
VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации....9
Приложение: фонд оценочных средств

I. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины являются формирование представлений о теоретических основах методов математической физики; ознакомление с областью применения и современными достижениями математической физики; развитие практических навыков по составлению математических моделей простейших физических систем, решению дифференциальных и интегральных уравнений.

II. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Методы математической физики» является обязательной для изучения по данному профилю. Изучение курса предполагает наличие полученных на предыдущем уровне образования основных знаний, умений по дисциплинам «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Теоретическая механика». Дисциплина «Линейные и нелинейные уравнения физики» представляет собой теоретическую основу для последующих разделов курса теоретической физики «Квантовая теория», «Электродинамика».

III. Требования к результатам освоения дисциплины

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция	ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности
Индикаторы компетенции	ИДК $_{\text{опк 1.1}}$ Применяет физико-математический аппарат в сфере своей профессиональной деятельности принципы
Результаты обучения	*Знает*: методы математической физики, основные понятия математической физики; математические модели простейших систем и процессов в естествознании. *Умеет*: провести математическую классификацию уравнений математической физики. *Владеет*: способами решения краевых задач математической физики, в особенности метод разделения переменных, опытом использования математической символики; способами приведения уравнений математической физики к каноническому виду; опытом использования моделей с учетом их иерархичной структуры и оценкой пределов применимости полученных результатов.

IV. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Объем дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов, в том числе 111 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 50 аудиторных часов.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

№ п/п	Раздел дисциплины/ темы	Семестр	Всего часов	Из них практическая подготовка обучающихся	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся , практическую подготовку и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
					Контактная работа преподавателя с обучающимися			Самостоятельная работа	
					Лекции	Семинарские /практические /лабораторные занятия	Консультации		
1	1-12	5	216	50	50	50	1	79	Практическое задание; экзаменационные билеты
Итого:			216	50	50	50	1	79	

4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Семестр	Название раздела, темы	Самостоятельная работа обучающихся			Оценочное средство	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
		Вид самостоятельной работы	Сроки выполнения	Трудоемкость (час.)		
5	Тема 1-12	Задание в виде задачи	После пройденных тем	79	Демонстрация готовых решений	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, до-ступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ.

4.3. Содержание учебного материала

Содержание разделов и тем дисциплины

Раздел 1

Тема 1. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных.

Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение продольных колебаний ступеней и струн. Энергия колебаний струны. Поперечные колебания мембраны. Уравнения для напряженности электрического и магнитного поля в вакууме. Граничные и начальные условия. Редукция общей задачи. Постановка краевых задач для случая многих переменных.

Тема 2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка.Дифференциальные уравнения с двумя независимыми переменными. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типа. Классификация уравнений 2-го порядка со многими независимыми переменными. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 2

Тема 3. Уравнения гиперболического типа (методы решения).

Метод распространяющихся волн. Формула Даламбера. Физическая интерпретация. Неоднородное уравнение. Устойчивость решения. Полуограниченная прямая и метод продолжений.

Тема 4. Метод разделения переменных. Уравнение свободных колебаний струны. Интерпретация решения. Неоднородные уравнения. Общая первая краевая задача. Краевые задачи со стационарными неоднородностями. Общая схема метода разделения переменных.

Тема 5. Уравнения параболического типа.

Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач. Линейная задача о распространении тепла. Распространение тепла в пространстве. Постановка краевых задач. Функция источника для уравнения параболического типа. Неоднородное уравнение теплопроводности. Краевые задачи для полуограниченной прямой. Распространение тепла в ограниченном стержне.

Тема 6. Уравнения эллиптического типа.

Задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Постановка краевых задач. Формулы Грина. Основные свойства гармонических функций. Решение краевых задач методом функций Грина. Свойство симметрии функции Грина. Особенности функции Грина для двухмерного и трехмерного случая. Физическая интерпретация функции Грина. Метод электростатических изображений. Функция источника для полупространства, полуплоскости, для сферы и круга.

Раздел 3

Тема 7. Сферические функции

Полиномы Лежандра. Производящая функция и полиномы Лежандра. Рекуррентные формулы. Уравнение Лежандра. Ортогональность полиномов Лежандра. Норма полиномов Лежандра. Нули полиномов Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Норма присоединенных функций. Сферические гармоники как собственные функции операторов L^2 и L_z орбитального углового момнета. Ортогональность системы сферических гармоник.

Тема 8. Полиномы Эрмита. Дифференциальная формула. Рекуррентные формулы. Норма полиномов Эрмита. Применение полиномов Эрмита для описания собственных функций гармонического осциллятора.

Тема 9. Полиномы Лагерра. Дифференциальная формула. Рекуррентные формулы. Уравнение Лагерра. Ортогональность и норма полиномов Лагерра. Обобщенные полиномы Лагерра. Применение полиномов Лагерра для описания радиальной части собственных функций связанных состояний водородоподобного атома.

Тема 10. Цилиндрические функции.

Общее уравнение теории специальных функций. Поведение решений в окрестности x = a, к(а)=0. Постановка краевых задач. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Степенные ряды. Функции Бесселя 1-го рода ◎-го порядка. Рекуррентные формулы. Функции по-

луцелого порядка. Асимптомический порядок цилиндрических функций. Краевые задачи для Уравнения Бесселя. Функции Ханкеля и Неймана.

Раздел 4

Тема 11. Обобщенные функции.

Основные и обобщенные функции, действия с ними. Дифференцирование обобщенных функций. Интегральные преобразования обобщенных функций. Операция свертки и ее основные свойства. Фундаментальные решения основных дифференциальных операторов.

Тема 12. Фундаментальные решения линейных диффренциальных операторов.

Построение фундаментальных решений волнового оператора, оператора теплопроводности и оператора Лапласа. Классическая и обобщенная задачи Коши. Решение краевых задач.

4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	**1.1**	Составление математической модели и задачи для физического явления	4	Дом. контрольное задание	ОПК-1
2.	**1.2**	Приведение уравнений к каноническому виду	4	Дом. контрольное задание	ОПК-1
3.	**2.3**	Решение гиперболических задач методами характеристик и отражения	4	Дом. контрольное задание	ОПК-1
4.	**2.4**	Метод Фурье (разделения переменных) в однородных и неоднородных задачах	4	Дом. контрольное задание	ОПК-1
5.	**2.5**	Метод Фурье для параболических задач	4	Контрольная работа	ОПК-1
6.	**2.6**	Эллиптические задачи (разделение переменных)	4	Домашнее контрольное задание	ОПК-1
7.	**3.7**	Полиномы Лежандра и сферические функции	4	Домашнее контрольное задание	ОПК-1
8.	**3.8**	Цилиндрические функции	4	Домашнее контрольное задание	ОПК-1
9.	**3.9**	Гипергеометрические и другие специальные функции	2	Контрольная работа	ОПК-1
10.	**4.10**	Действия с обобщенными функциями	6	Домашнее контрольное задание	ОПК-1
11.	**4.11**	Обобщенные задачи Коши и краевые задачи	6	Контрольная работа	ОПК-1
12.	**5.12**	Автомодельные задачи, Решение нелинейных уравнений методом возмущений и заменой переменных	4	Домашнее контрольное задание	ОПК-1

4.3.2. Перечень тем (вопросов), выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы (СРС)

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
	1.1 Составление уравнений и постановка граничных условий	Внеаудиторная, решение задач	Составить уравнения диффузии частиц с поглощением, рождением и распадом	Основная и дополнительная литература из п.8	10
	1.2 Приведение уравнений к каноническому виду	Внеаудиторная, решение задач	Привести заданное уравнение с двумя (тремя) переменными к каноническому виду		5
	1.3 Задачи на распространение волн	Внеаудиторная, решение задач	Найти характеристики для заданных ураенений и получить общий вид решений		5
	1.4 Решение смешаных задач колебаний	Внеаудиторная, решение задач	Решение неоднородных задач, редукция неоднородных граничных условий		5
	1.5 Решение диффузионных задач	Внеаудиторная, решение задач	То же для задач параболического вида		5
	1.6 Решение стационарных задач	Внеаудиторная, решение задач	Нахождение собственных векторов и собственных значений задач Штурма-Лиувилля		5
	1.7 Мультипольное разложение по сферическим гармоникам	Внеаудиторная, решение задач, работа над рефератом	Разложение в ряд Фурье по сферическим функциям		5
	1.8 Исследование различных цилиндрических функций	Внеаудиторная, решение задач, работа над рефератом	Асимптотика цилиндрических функций. Цилиндрические функции мнимого аргумента		10
	1.9 Ортогональные полиномы	Внеаудиторная, решение задач, работа над рефератом	Решения уравнения Шредингера для осциллятора и для кулоновского потенциала		10
	1.10 Работа с обобщенными функциями	Внеаудиторная, решение задач	Дифференцирование, интегрирование и преобразование Фурье обобщенных функций		10
	1.11 Классическая и обобщенная задачи Коши	Внеаудиторная, решение задач, работа над рефератом	Найти фундаментальные решения, построить функции Грина. Решить краевые и задачи Коши		9

4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

В разделе 4.3.2 студентам для самостоятельного углубленного изучения дисциплины (параллельно с лекциями) предлагаются задачи по изучаемым разделам и график их изучения. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, представленные в литературе из п. 5, а затем решит предложенные задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится в виде приема контрольных заданий и реферата.

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)

Учебным планом не предусмотрено написание курсовых работ (проектов).

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) список литературы

основная литература

1. Головко Е. А. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач: учеб. пособие: ч. 1 – Иркутск : Изд-во ИГУ 2014. 130 с. (физмат 35073; нф А645063) (48 экз.)
2. Головко Е. А. Уравнения математической физики. Руководство к решению задач : учеб. пособие : ч. 2 – Иркутск : Изд-во ИГУ 2014. 142 с. (физмат 35074; нф А645064) (48 экз.)

дополнительная литература

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: Учебник для Вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – 2-е изд., стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с. ISBN 5922100114 (46 экз.)
2. Владимиров В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В. С. Владимиров [и др.]; под ред. В. С. Владимирова. – 4-е изд., стереотип. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. -288 с. ISBN 5-9221-0309-1 (5 экз.)
3. Мартинсон, Леонид Карлович. Дифференциальные уравнения математической физики [Текст] / Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов. - Изд. 3-е, испр. - М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. - 368 с. (8)

б) периодические издания

- нет

в) список авторских методических разработок

- нет

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

http://library.isu.ru/ - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ:

- https://isu.bibliotech.ru/ - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- http://e.lanbook.com - ЭБС «Издательство «Лань»;
- http://rucont.ru - ЭБС «Руконт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и другое;
- http://ibooks.ru/ - ЭБС «Айбукс» - интернет ресурсы в свободном доступе;

VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебная аудитория для проведения занятий. Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность

обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

VII. Образовательные технологии:

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

8.1. Оценочные средства для входного контроля: не требуются.

8.2. Оценочные средства текущего контроля

Материалы для проведения текущего контроля знаний студентов

№	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Контрольная работа	Решение задач математической физики методом Фурье	ОПК-1
2	Контрольная работа	Использование специальных функций	ОПК-1
3	Контрольная работа	Применение обобщенных функций для решения задач математической физики	ОПК-1

Демонстрационный вариант контрольной работы

1. Найти решение неоднородного уравнения и выяснить условие резонанса:

$$u_{tt}=a^2u_{xx}+\frac{\phi_0 a^2}{T}\sin\varpi t$$

с нулевыми начальными и однородными граничными условиями в области $0 \le x \le l$

2. Найти функцию Грина для полупространства и полуплоскости в случае первой краевой задачи.

Вопросы для самостоятельной работы студентов по курсу
«Методы математической физики»

Форма отчётности - реферат.

1.Цилиндрические функции, их асимптотика при малых и больших значениях аргумен-

та. Уравнения Бесселя, модифицированое уравнение Бесселя. Норма и нули цилиндрических функций.

2.Уравнение Лежандра. Полиномы Лежандра, второе линейно-независимое решение уравнения Лежандра. Производящая функция, мультипольное разложение. Норма полиномов Лежандра.

3. Присоединённые полиномы Лежандра, их норма. Сферические функции. Собственные колебания сферы.

4.Сферические функции и полиномы Лагерра. Разделение переменных в уравнении Шредингера для атома водорода. Ортогональность и норма полиномов Лагерра.

5. Задача Коши для волнового уравнения. Фундаментальное решение волнового оператора (n= 1, 2, 3). Формулы Даламбера, Пуассона и Кирхгофа.

6. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение оператора теплопроводности. Тепловой потенциал. Формула Пуассона.

7. Метод разделения переменных. Сведение к задаче Штурма- Лиувилля. Свойства собственных функций и собственных значений задачи Ш.-Л.. Теорема Стеклова о разложимости в ряд Фурье.

8. Задачи Дирихле и Неймана. Функция Грина для задачи Дирихле, её свойства. Решение краевой задачи с помощью функции Грина. Формула Пуассона.

9.Нелинейные уравнения и системы уравнений, линеаризация. Метод возмущений. Пример: Система уравнений гидродинамики идеальной жидкости.

10. Метод характеристик. Характеристические направления дифференциальных операторов. Решения задач методом характеристик.

8.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Форма проведения промежуточной аттестации — экзамен.

Примерный перечень вопросов и заданий к экзамену

1. Основные понятия о методах математической физики (МФ). Математические модели физических объектов.
2. Уравнения математической физики. Дифференциальные уравнения в частных производных. Основные понятия и определения. Основные типы уравнений математической физики. Корректность постановок задач МФ.
3. Вывод волнового уравнения (уравнения колебаний струны). Вид уравнения колебаний мембраны.
4. Решение уравнения колебаний струны методом Фурье.
5. Вывод уравнения распространения теплоты в стержне. Уравнение теплопроводности. Краевая задача. Распространение теплоты в пространстве.
6. Решение задачи теплопроводности в неограниченном стержне методом Фурье. Интеграл Пуассона.
7. Распространения теплоты в ограниченном стержне.
8. Уравнение Лапласа. Стационарное распределение температуры в однородном теле. Типы краевых задач.
9. Решение задачи Дирихле для кольца. Уравнение Лапласа в цилиндрической системе координат.
10. Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона в полярной системе координат.
11. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом конечных разностей.
12. Классификация уравнений МФ (однородные, неоднородные; линейный. квазилинейные; порядок уравнения).
13. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка в частных произ-

водных. Соответствующее уравнение.
14. Приведение дифференциального уравнения второго порядка к каноническому виду. Уравнение характеристик.
15. Специальные функции и задачи, приводящие к специальным функциям. Гамма-функция.
16. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Уравнение Бесселя и его общее решение. Функция Бесселя второго рода нулевого порядка.
17. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Свойства полиномов Лежандра.
18. Производящая функция. Функция Лежандра второго рода. Присоединенные полиномы Лежандра. Ортогональность сферических функций.
19. Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций.
20. Фурье-преобразование, прямое произведение и свертка обобщенных функций.
21. Фундаментальные решения дифференциальных операторов.
22. Использование обобщенных функций при решении задач математической физики.
23. Нелинейные уравнения математической физики, линеаризация. Метод возмущений.
24. Различные методы поиска решений нелинейных задач математической физики.

Пример тестовых заданий для проверки сформированности компетенций, указанных выше п.3:

1	Вещественная и мнимая части аналитической функции комплексного переменного z=x+iy удовлетворяют уравнению	1) Лапласа 2) Пуассона 3) Шредингера
2	Краевая задача, в рамках которой на границе области фиксируется производная искомой функции по нормали, является задачей	1) Дирихле 2) Неймана 3) Робэна
3	Волновое уравнение является уравнением в частных производных следующего типа:	1) эллиптического 2) параболического 3) гиперболического
4	Результатом действия линейного дифференциального орператора на фундаментальное решение является	1) дельта-функция Дирака 2) функция Хевисайда 3) производная дельта-функции

Разработчики:

доцент кафедры теоретической физики А.Э. Растегин

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики
«24» марта 2025 г.
Протокол №6 Зав. кафедрой С.В. Ловцов

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.