



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**ФГБОУ ВО «ИГУ»**  
**Кафедра теоретической физики**

УТВЕРЖДАЮ  
Декан физического факультета

\_\_\_\_\_  
/Н.М. Буднев

«20» апреля 2023 г.



**Рабочая программа дисциплины**

Наименование дисциплины: Б1.О.13.03 Линейная алгебра

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки: Физика конденсированного состояния

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета  
Протокол №38 от «18» апреля 2023 г.

Председатель \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Н.М.Буднев

Рекомендовано кафедрой:

Протокол № 6  
От «15» марта 2023 г.  
И.о. зав. кафедрой \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
С.В. Ловцов

Иркутск 2023 г.

## Содержание

|  |   |
|--|---|
| I. Цели и задачи дисциплины (модуля):.....   | 3 |
| II. Место дисциплины в структуре ОПОП:.....  | 3 |
| III. Требования к результатам освоения дисциплины:.....  | 3 |
| IV. Содержание и структура дисциплины.....   | 4 |
| 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов..... | 4 |
| 4.2. План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....  | 4 |
| 4.3. Содержание учебного материала.....  | 5 |
| 4.3.1. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....  | 6 |
| 4.3.2. Перечень тем, выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы.....   | 7 |
| 4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....  | 8 |
| 4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....   | 8 |
| V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).....   | 8 |
| а) список литературы.....  | 8 |
| б) периодические издания.....  | 9 |
| в) список авторских методических разработок.....   | 9 |
| г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы.....  | 9 |
| VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):.....  | 9 |
| VII. Образовательные технологии:.....  | 9 |
| VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации.....  | 9 |
| Приложение: фонд оценочных средств   |   |

## I. Цели и задачи дисциплины (модуля):

**Цели** - изучение основных математических понятий и представлений линейной алгебры, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении, изучение различных числовых множеств и структур, построенных на числовых множествах, линейные и евклидовы пространства, линейные и полилинейные функции и функционалы, преобразования, линейные операторы, системы линейных уравнений и методы их решения.

Знания, полученные при изучении «Линейной алгебры» формируют математическую культуру, составляют основу естественнонаучного подхода исследования природных явлений. Изучение основных разделов линейной алгебры, необходимых для понимания других дисциплин математики, а также дисциплин классической и квантовой физики.

При изучении дисциплины «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

- изучение основных понятий линейной алгебры, методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений
- овладение практическими навыками и приемами вычислений определителей матриц, операций над матрицами, решения систем линейных алгебраических уравнений, законов преобразований векторов и матриц, решения характеристического уравнения, нахождения собственных векторов и собственных значений, операций над квадратичными формами, вычисления функций от матриц и т.д.
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
- овладение знаниями по применению алгебры в различных разделах физики при описании физических явлений;

Учебная программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как числовые множества, алгебраические структуры и их свойства. Приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

## II. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Линейная алгебра является обязательной для освоения дисциплиной. Основные требования к входным знаниям связаны со знаниями и навыками, владением вычислительными методами и приемами решения стандартных задач, приобретенными при изучении «Аналитической геометрии» и «Математического анализа», Изучаемая дисциплина является базовой для изучения таких дисциплин как «Дифференциальные уравнения» «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Методы математической физики», а также ряда дисциплин теоретической физики: «Теоретическая механика», «Квантовая теория» «Теория конденсированного состояния», а также большинства учебных дисциплин профиля «фундаментальная физика».

## III. Требования к результатам освоения дисциплины:

### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

|                        |  |
|------------------------|--|
| Компетенция            | ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности |
| Индикаторы компетенции | ИДК <sub>опк 1.1</sub><br>Применяет физико-математический аппарат в сфере своей профессиональной деятельности принципы   |
| Результаты обучения    | <i>Знает:</i> определения и понятия линейной алгебры, включая их свойства, основные примеры и границы их применения.   |

|  |  |
|--|--|
|  | <p><i>Умеет:</i> решать стандартные задачи линейной алгебры.</p> <p><i>Владеет:</i> методами и приемами доказательств теорем и утверждений, способами и методами вычислений.</p> |
|--|--|

#### IV. Содержание и структура дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа, в том числе 96 часов контактной работы.

Занятия проводятся только в очной форме обучения с применением дистанционного контроля самостоятельной работы студентов через ЭИОС факультета. Электронной и дистанционной форм обучения не предусматривается.

На практическую подготовку отводится 40 аудиторных часов.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

#### 4.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам, с указанием видов учебных занятий и отведенного на них количества академических часов

| № п/п  | Раздел дисциплины/темы | С | Вс  | Из них практическая подготовка обучающихся | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, практическую подготовку и трудоемкость (в часах) |   |              |                        | Формы текущего контроля успеваемости; Форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|--------|------------------------|---|-----|--|---|---|--------------|------------------------|---|
|        |                        |   |     |  | Контактная работа преподавателя с обучающимися  |   |              | Самостоятельная работа |   |
|        |                        |   |     |  | Лекции  | Семинарские /практические /лабораторные занятия | Консультации |                        |   |
| 1      | 1-6                    | 2 | 144 | 40   | 40  | 40  | 2            | 22                     | Практическое задание  |
| Итого: |                        |   | 144 | 40   | 40  | 40  | 2            | 22                     |   |

#### 4.2 План внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

| Семестр | Название раздела, темы | Самостоятельная работа обучающихся |                      |                     | Оценочное средство           | Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы   |
|---------|------------------------|------------------------------------|----------------------|---------------------|------------------------------|--|
|         |                        | Вид самостоятельной работы         | Сроки выполнения     | Трудоемкость (час.) |                              |  |
| 2       | Тема 1-6               | Задание на семинаре в виде задачи  | После пройденных тем | 22                  | Демонстрация готовых решений | Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, до- |

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  | ступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ. |
|--|--|--|--|--|--|--|

### 4.3. Содержание учебного материала

#### Содержание тем дисциплины

##### Тема 1. Матрицы и определители

1. Введение. Линейность в физике и математике. Матрицы, операции над матрицами, свойства операций. Транспонирование. Линейное преобразование. Блочные матрицы, прямая сумма матриц, алгебраические свойства прямой суммы. Коммутатор и антикоммутатор. След матрицы. Группа подстановок и симметрическая группа.

2. Определитель матрицы (два определения). Минор и алгебраическое дополнение. Два типа миноров. Теорема № 1 Лапласа. Основные свойства определителей. Определитель произведения матриц  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$ , Теорема №2. Обратная матрица, Теорема № 3. Матричные уравнения.

3. Линейная зависимость строк и столбцов матрицы, Теорема № 4. Ранг и базисный минор матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы. Методы вычисления ранга: метод элементарных преобразований и метод окаймляющих миноров. Теорема № 5 о базисном миноре. Ранг произведения матриц:  $\text{Rang}(AB)$ . Теорема № 6 о  $\det(A) = 0$ .

##### Тема 2. Линейное пространство

4. Линейное пространство, вещественное и комплексное. Основные примеры линейных пространств. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов, теорема № 7. Размерность пространства. Базис и координаты. Примеры базисов. Единственность разложения вектора по базису, теорема № 8.

5. Подпространство и линейная оболочка системы векторов, размерность линейной оболочки. Прямая сумма линейных пространств, теорема № 9. Объединение и пересечение линейных пространств, теорема № 10 о размерности объединения пространств. Изоморфизм линейных пространств, теорема № 11. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса.

##### Тема 3. Системы линейных уравнений

6. Системы линейных уравнений (СЛУ). Способы записи и их классификация. Совместность СЛУ, теорема № 12 Кронекера-Капелли. Крамеровские системы линейных неоднородных уравнений. Формула Крамера. Метод К.Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение однородной СЛУ, тривиальное и нетривиальное решения, теорема № 13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение, пространство решений. Свойства решений неоднородной и соответствующей однородной системы уравнений.

##### Тема 4. Евклидово и унитарное пространство

7. Система аксиом скалярного произведения. Комплексное и вещественное евклидовы пространства. Общий вид задания скалярного произведения конечномерного линейного пространства. Основные примеры задания скалярных произведений в различных линейных пространствах. Неравенство Коши - Буняковского. Примеры неравенств Коши - Буняковского. Определения угла между двумя векторами и нормы (длины) вектора. Нормированное пространство.

8. Ортогональность векторов и ортогональный базис, теорема № 14. Свойства ортогонального базиса. Метод ортогонализации Грама - Шмидта, теорема № 15. Матрица Грама. Геометрический смысл определителя матрицы Грама.

### Тема 5. Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве

9. Линейный оператор. Операции над линейными операторами и их свойства. Пространство линейных операторов. Матрица линейного оператора в конечномерном линейном пространстве. Ядро и образ линейного оператора, примеры. Теорема № 16 о сумме размерностей ядра и образа. Ранг линейного оператора. Обратный оператор и условия существования обратного оператора.

10. Структура линейного оператора. Инвариантное пространство. Вид матрицы линейного оператора в случае существования инвариантных пространств. Одномерные инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, теорема № 17. Характеристическое уравнение и характеристический полином.

11. Спектр линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора, теорема № 18. Подобные матрицы и их свойства. Теорема № 19 о свойствах собственных векторов линейного оператора. Диагонализация матрицы линейного оператора, теорема № 20. *Понятие жордановой формы матрицы.*

12. Сопряженный оператор, теорема № 21. Эрмитов оператор и свойства операции эрмитово сопряжения. Свойство собственных векторов и собственных значений эрмитова оператора, теорема № 22. Унитарный (ортогональный) оператор и его основные свойства.

Общий вид ортогонального оператора на плоскости.

### Тема 6. Билинейные и квадратичные формы, функции от матриц

13. Билинейная и квадратичная формы. Полуторалинейная форма. Классификация квадратичных форм, критерий Сильвестра. Нормальный и канонический виды квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при преобразовании базиса, теорема № 23. Ранг квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к сумме квадратов. Метод ортогонального преобразования квадратичной формы к каноническому виду, теорема № 24. Закон инерции. Одновременное приведение двух квадратичных форм к сумме квадратов, теорема № 25.

14. Спектральное разложение эрмитова оператора. Свойства проекционных операторов. Теорема № 26 Гамильтона - Кэли.

15. Функции от матриц. Полиномиальная матрица и минимальный полином. Интерполирующий полином Лагранжа — Сильвестра.

#### **4.3.1 Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ**

| № п/п | № раздела и темы дисциплины (модуля) | Наименование семинаров, практических и лабораторных работ (практические занятия) | Трудоемкость (часы) | Оценочные средства | Формируемые компетенции |
|-------|--------------------------------------|--|---------------------|--------------------|-------------------------|
| 1     | 2                                    | 3  | 4                   | 5                  | 6                       |
| 1     | 1                                    | Матрицы и определители   | 6                   | Комплект заданий   | ОПК-1                   |
| 2     | 2                                    | Линейное пространство  | 6                   | Комплект 3заданий  | ОПК-1                   |
| 3     | 3                                    | Системы линейных уравнений   | 6                   | Комплект заданий   | ОПК-1                   |
| 4     | 4                                    | Евклидово и унитарное пространство   | 6                   | Комплект заданий   | ОПК-1                   |
| 5     | 5                                    | Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве                         | 8                   | Комплект заданий   | ОПК-1                   |
| 6     | 6                                    | Билинейные и квадратичные формы, функции от матриц                               | 8                   | Комплект заданий   | ОПК-1                   |

### 4.3.2 Перечень тем, выносимых на самостоятельное изучение студентами в рамках самостоятельной работы

| № нед. | Тема   | Вид самостоятельной работы | Задание          | Рекомендуемая литература                         | Количество часов |
|--------|--|----------------------------|------------------|--|------------------|
| 1      | Матрицы и определители                                   | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5 а) основная и дополнительная литература | 2                |
| 2      | Линейное пространство                                    | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5 а) основная и дополнительная литература | 2                |
| 3      | Системы линейных уравнений                               | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5 а) основная и дополнительная литература | 4                |
| 4      | Евклидово и унитарное пространство                       | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5 а) основная и дополнительная литература | 4                |
| 5      | Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5 а) основная и дополнительная литература | 5                |
| 6      | Билинейные и квадратичные формы, функции от матриц       | Контрольное задание        | Комплект заданий | См. п. 5 а) основная и дополнительная литература | 5                |

#### Контрольные задания, поименованные в предыдущей таблице

|   | Тема контрольного задания   | Номера задач  | Срок выполнения |
|---|---|---|-----------------|
| 1 | Операции над матрицами  | 790 791 798 801 809 815 817 828   | 1 неделя        |
| 2 | Определитель матрицы. Обратная матрица.   | 45 54 60, 116 121 236 275 279 300 426 837 840 844 865                                     | 1 неделя        |
| 3 | Линейное пространство. Линейная зависимость. Базис и координаты.                    | 643, 665, 672, 674, 683, 1278 1280 1282 1291, 1292, 1311, 1318                            | 1 неделя        |
| 4 | Системы линейных уравнений. Евклидовы пространства.                                 | 693 697 701 708 726 727 731 736 737 742, 751 1354 1362 1366 1371 1381 1419 1444 1450 1452 | 2 недели        |
| 5 | Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. | 1469 1471 1504 1541 1585  | 1 неделя        |
| 6 | Квадратичные формы. Функции от матриц.  | 1183 1225 1250 1258   | 1 неделя        |

#### Требования по выполнению домашнего задания

Задание выполняется в отдельной тетради (12 или 24 листа)

Задание должно быть выполнено полностью.

Решения задач, должны быть полными и, при необходимости, должны содержать обоснования или пояснения. Обязательно указывать условия задач и полученный ответ.

Задание оценивается по 5 –ти бальной системе.

0 баллов - задание не выполнялось

1 балл - задание не выполнено

2 балла - выполнено половина задания

3 балла - выполнено  $\frac{3}{4}$  задания

4 балла - хорошее выполнение

Комплекты заданий по каждой теме формируются по сборнику задач Проскуряков И.В. «Сборник задач по линейной алгебре»

#### **4.4. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов**

Организация самостоятельного углубленного изучения дисциплины основана на выполнении комплектов контрольных домашних заданий (5-7 заданий). В перечень контрольных заданий включаются задачи по темам, не рассматриваемым на практических аудиторных занятиях. Это предполагает самостоятельный характер работы студента по изучению ряда дидактических единиц. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, используя основную и дополнительную литературу, а затем решит предложенные задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится путем выставления баллов по 5-ти бальной накопительной системе (баллы суммируются) за выполненные контрольные задания.

#### **4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Учебным планом написание курсовых работ (проектов) не предусмотрено.

### **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

#### **а) основная литература**

1. [Ильин, В. А.](#) Линейная алгебра / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - М. : Физматлит, 2005, 2010. - 278 с. - ISBN 5-9221-0481-0 (46 экз.)

2. [Фаддеев, Д. К.](#) Лекции по алгебре: Учеб. пособие / Д. К. Фаддеев. - 5-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2007. - 416 с. - ISBN 978-5-8114-0447-6 (49 экз.)

3. [Проскуряков, И. В.](#) Сборник задач по линейной алгебре: Учеб. пособие / И. В. Проскуряков. - 11-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2008. - 475 с. - ISBN 978-5-8114-0707-1 (50 экз.)

#### **дополнительная литература**

1. [Курош, А. Г.](#) Курс высшей алгебры: учеб. для студ. вузов / А. Г. Курош. - 17-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 431 с. - ISBN 978-5-8114-0521-3 (49 экз.)

2. [Гельфанд, И. М.](#) Лекции по линейной алгебре [Электронный ресурс]: научное издание / И. М. Гельфанд. - 6-е изд., испр. - ЭВК. - М. : Добросвет : Университет, 2006. - 321 с. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех". - Неогранич. доступ. - ISBN 5-98227-173-X

3. [Кострикин, А. И.](#) Линейная алгебра и геометрия: учеб. пособие для студ. мех.-мат. спец. вузов / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. - М. : Изд-во МГУ, 1980. - 319 с. ( нф А121038; нф А121121; нф А121122; нф А142026 )

4. [Фаддеев, Д. К.](#) Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев, авт. И. С. Соминский. - Москва : Лань, 2008. - 288 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0427-8

5. [Беклемишев, Д. В.](#) Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] / Д. В. Беклемишев. - Москва : Лань", 2015. – 310 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1844-2

6. [Александров, П. С.](#) Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / П. С. Александров. - Москва : Лань, 2009. - 512 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0908-2

7. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л. А. Беклемишева [и др.]. - Москва : Лань, 2008. - 496 с. - Режим доступа:



**б) периодические издания**

- нет .

**в) список авторских методических разработок**

- нет

**г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

<http://library.isu.ru/> - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ:

- <https://isu.bibliotech.ru/> - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- <http://e.lanbook.com> - ЭБС «Издательство «Лань»;
- <http://rucont.ru> - ЭБС «Руконт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- <http://ibooks.ru/> - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе.

**VI. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):**

Учебная аудитория для проведения лекционных и практических занятий. Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

**VII. Образовательные технологии:**

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

**VIII. Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации**

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

Примечание: Студент успешно прошел обучение в семестре и готов к сдаче экзамена, если он знает и понимает формулировки основных понятий и определений, знает формулировки теорем, умеет применять понятия и теоремы для решения задач и упражнений, знает методы решения и успешно решает задачи и упражнения, может привести примеры, характеризующие основные понятия алгебры (линейное пространство, базис, скалярное произведение ...)

#### 8.1. Оценочные средства для входного контроля.

Оценочные средства для входного контроля не используются, так как дисциплина содержит в основном новые знания. Используемые же в дисциплине знания и простейшие методы вычислений освоены студентами в рамках аналитической геометрии, которая изучается в первом семестре непосредственно перед изучением данной дисциплины. Поэтому не рационально и нет необходимости, выделять учебное время на проведение входного контроля .

#### 8.2. Оценочные средства текущего контроля

Оценочные средства текущего контроля состоят из контрольных письменных заданий, составленных из наборов задач и упражнений рекомендованных в п. 5 основной и дополнительной литературы.

## Примеры контрольных заданий по линейной алгебре

I. Дана матрица  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 2 & \dots & 2 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 3 & \dots & 1 & \dots & 1 & \dots & 2 & \dots & 2 \\ 1 & \dots & 1 & -1 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Найти ранг матрицы  $A$
- 2) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 3) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$

II. Задана система четырех векторов  $a, b, c, d$ .

$$a = (2, 1, 3, -1), b = (3, -1, 2, 0), c = (1, 3, 4, -2), d = (4, -3, 1, 1).$$

- 1) Найти линейно-независимые векторы.
- 2) Остальные векторы выразить через найденные линейно-независимые векторы.

III. Доказать линейную зависимость системы векторов  $a, b, c, d$  где

$$a = (2, 1, 11, 2)$$

$$b = (1, 0, 4, -1)$$

$$c = (11, 4, 56, 5)$$

$$d = (2, -1, 5, 6)$$

Выделить из нее линейно-независимую подсистему и выразить остальные векторы в виде линейных комбинаций этой линейно-независимой подсистемы

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

IV. Найти матрицу  $B^{-1}$ , обратную к матрице

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Форма проведения промежуточной аттестации — экзамен.

### Примерный список вопросов к экзамену

1. Операции над матрицами, детерминант матрицы и его свойства, минор без черты и с чертой, алгебраическое дополнения, формула Лапласа, обратная матрица, матричные уравнения, линейная комбинация строк матрицы, линейная зависимость строк матрицы, ранг матрицы, базисный минор.
2. Ранг произведения матриц.
3. Линейное пространство (примеры), линейная зависимость векторов, базис (примеры), координаты вектора, размерность пространства, изоморфизм, преобразование координат вектора, подпространство и линейная оболочка, прямая сумма пространств.

4. Системы линейных уравнений, классификация линейных уравнений, формула Крамера, фундаментальная система решений, общее решение однородной системы уравнений, свойство решений неоднородной системы уравнений, метод Гаусса.
5. Скалярное произведение, евклидово пространство (примеры).
6. Метод ортогонализации Грамма-Шмидта.
7. Характеристическое уравнение.
8. Метод Лагранжа и метод ортогонального преобразования приведения квадратичной формы к нормальному и каноническому видам.
9. Интерполирующий полином Лагранжа-Сильвестра.
10. Метод нахождения функции от матрицы через минимальный полином в случае различных и совпадающих корней характеристического уравнения.

**Перечень теорем:**

- Теорема 1 Лапласа о детерминанте (без доказательства)  
 Теорема 2 О детерминанте произведения матриц  
 Теорема 3 О существовании обратной матрицы  
 Теорема 4 О линейной зависимости строк  
 Теорема 5 О базисном миноре  
 Теорема 6 О детерминанте матрицы равном нулю  
 Теорема 7 О линейной зависимости векторов  
 Теорема 8 О координатах вектора в данном базисе  
 Теорема 9 Об изоморфизме линейных пространств  
 Теорема 10 О прямой сумме линейных пространств  
 Теорема 11 О размерности объединения и пересечения линейных пространств  
 Теорема 12 Кронекера – Капелли  
 Теорема 13 О решения однородной системы уравнений.  
 Теорема 14 О свойстве ортогональной системы векторов  
 Теорема 15 О существовании ортогонального базиса  
 Теорема 16 О сумме размерностей ядра и образа линейного оператора  
 Теорема 17 О собственном векторе линейного оператора  
 Теорема 18 О преобразовании матрицы линейного оператора  
 Теорема 19 О свойствах собственных векторов линейного оператора  
 Теорема 20 О диагонализации матрицы линейного оператора  
 Теорема 21 О сопряженном операторе  
 Теорема 22 О свойствах сопряженного оператора (с.з. и с.в.)  
 Теорема 23 О преобразовании квадратичной формы  
 Теорема 24 О приведении квадратичной формы к каноническому виду.  
 Теорема 25 О законе инерции  
 Теорема 26 Теорема Гамильтона - Кэли.

**Пример тестовых заданий для проверки сформированности компетенций, указанных выше**

**п.3:**

| Вопросы   | Ответы  |
|---|---|
| 1 Система неоднородных линейных алгебраических уравнений совместна если | А) ранг основной матрицы на единицу меньше ранга расширенной матрица<br>Б) ранги основной и расширенной матрицы равны<br>В) ранг основной матрицы больше ранга расширенной матрица  |
| 2 Матрица линейного оператора приводится к диагональному виду если      | А) корнями характеристического уравнения являются различные вещественные числа<br>Б) корнями характеристического уравнения являются различные рациональные числа.<br>В) корнями характеристического уравнения являются как вещественные так и комплексные числа |

|   |  |
|---|--|
| 3 Если система векторов является линейно зависимой, то                              | А) один из векторов системы будет линейной комбинацией остальных векторов системы<br>Б) нулевая линейная комбинация будет тривиальной<br>В) любой вектор системы будет линейной комбинацией остальных векторов системы |
| 4 Однородная система линейных алгебраических уравнений имеет ненулевое решение если | А) определитель основной матрицы равен нулю<br>Б) ранг основной матрицы меньше числа неизвестных в системе уравнений<br>В) ранг основной матрицы равен числу уравнений в системе уравнений                             |

Разработчики:

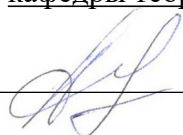
  
\_\_\_\_\_

доцент кафедры теоретической физики

В.А. Карнаков

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики  
«15» марта 2023 г.

Протокол №6 И.о. зав. кафедрой  С.В. Ловцов

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**