



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**

Институт математики и информационных технологий  
Кафедра информационных технологий



**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**Б1.О.06 Непрерывные математические модели**

Направление подготовки	01.04.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки	Семантические технологии и многоагентные системы
Квалификация выпускника	магистр
Форма обучения	очная

Иркутск 2024 г.

## **2 АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«НЕПРЕРЫВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ»**

Дисциплина формирует представление о возможности восстановления непрерывного сигнала по системе отсчетов. В курсе рассматриваются принципы и алгоритмы построения базисов, позволяющих с гарантированной точностью восстанавливать сигнал по коэффициентам разложения.

### **SUBJECT SUMMARY**

### **«CONTINUOUS MATHEMATICAL MODELS»**

The discipline forms an idea of the possibility of restoring a continuous signal in the frame of reference. The course examines the principles and algorithms for constructing bases that allow to recover the signal with guaranteed accuracy from the expansion coefficients.

## 3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

### 3.1 Цели и задачи дисциплины

1. Цель дисциплины -изучение математических методов, позволяющих оценить возможность восстановления сигналов по системе отсчетов, включая знание теории сплайнов, и приобретение навыков их применения в профессиональной деятельности.

2. Знание возможностей и ограничений восстановления непрерывного сигнала по системе отсчетов. Умение строить базисы, дающие нужную точность восстановления сигнала по системе отсчетов. Формирование навыков непрерывного моделирования на основе известных алгоритмов. Объектом изучения являются принципы восстановления информации о решении дифференциального уравнения по косвенным данным (метод обратной задачи).

3. В результате изучения дисциплины студенты должны получить знания: основные типы нелинейных уравнений, допускающих явное решения; модели физических процессов, в основе которых лежат эти уравнения.

4. В результате изучения дисциплины у студентов должны сформироваться умения: применять стандартные методы решения нелинейных уравнений; анализировать поведение решений в зависимости от формирующих его параметров.

5. В результате изучения дисциплины студенты должны владеть навыками использования подходящих дифференциальных уравнений при формировании математических моделей физических процессов, в частности непрерывном моделировании.

### 3.2 Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина изучается на основе знаний, полученных при освоении программы бакалавриата или специалитета.

и обеспечивает изучение последующих дисциплин:

1. «Интернет вещей»
2. «Глубокое обучение»
3. «Интеллектуальные агенты и многоагентные системы»

### 3.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен достичь следующие результаты обучения по дисциплине:

<b>Код компетенции/ индикатора компетенции</b>	<b>Наименование компетенции/индикатора компетенции</b>
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики
<i>ОПК-1.1</i>	<i>Знает математические, естественнонаучные и социальноэкономические методы для использования в профессиональной деятельности</i>
<i>ОПК-1.2</i>	<i>Умеет решать нестандартные профессиональные задачи с применением математических, естественнонаучных знаний</i>
<i>ОПК-1.3</i>	<i>Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности</i>

## 4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Содержание разделов дисциплины

#### 4.1.1 Наименование тем и часы на все виды нагрузки

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лек, ач	Пр, ач	ИКР, ач	СР, ач
1	Введение	1	0		5
2	Ряды и интегралы Фурье	4	8		10
3	Преобразования сигналов, допускающие восстановление сигнала. Сплайны.	3	8		20
4	Бета сплайны и их свойства.	2	8		20
5	Приложения: свойства базисов из бета-сплайнов	3	6		20
6	Заключение.	1	0		17
	Итого, ач	14	30	8	92
	Из них ач на контроль	0	0	0	0
	Общая трудоемкость освоения, ач/зе	144/4			

#### 4.1.2 Содержание

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Содержание
1	Введение	Задача восстановления непрерывного сигнала по системе отсчетов: возможности и ограничения. Математический аппарат необходимый для решения задачи.
2	Ряды и интегралы Фурье	Обзор основных свойств. Спектр сигнала. Возможность восстановления сигнала по спектру. Формула Пуассона. Длительность сигнала и ширина спектра. Принцип неопределенности. Теорема отсчетов.
3	Преобразования сигналов, допускающие восстановление сигнала. Сплайны.	Ограничения на сигнал возникающие из возможности восстановить сигнал по усеченному изображению. Пространства сплайнов на ограниченном отрезке. Построение базиса из ограниченных функций.
4	Бета сплайны и их свойства.	Эквивалентность двух определений бета-сплайнов. Ограниченность и компактность носителя бета-сплайнов. Рекуррентная формула для бета-сплайнов. Бета-сплайны как разложение единицы.
5	Приложения: свойства базисов из бета-сплайнов	Базисы похожие на ортогональные и их спектральные свойства. Базисы из бета-сплайнов – похожи на ортогональные. Возможности восстановления сигнала по его коэффициентам в базисе бета-сплайнов.
6	Заключение.	Возможности бета-сплайнов решении прикладных задач.

#### **4.2 Перечень лабораторных работ**

Лабораторные работы не предусмотрены.

#### **4.3 Перечень практических занятий**

<b>Наименование практических занятий</b>	<b>Количество ауд. часов</b>
1. Методы интегрирования солитонных уравнений	10
2. Алгоритм Беклунда для исключения промежуточной функции	10
3. Применения преобразования Фурье для решения дифференциальных уравнений	10
Итого	30

#### **4.4 Курсовое проектирование**

Курсовая работа (проект) не предусмотрены.

#### **4.5 Реферат**

Реферат не предусмотрен.

#### **4.6 Индивидуальное домашнее задание**

Индивидуальное домашнее задание не предусмотрено.

#### **4.7 Доклад**

Доклад не предусмотрен.

#### **4.8 Кейс**

Кейс не предусмотрен.

#### **4.9 Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Изучение дисциплины сопровождается самостоятельной работой студентов с рекомендованными преподавателем литературными источниками и информационными ресурсами сети Интернет.

Планирование времени для изучения дисциплины осуществляется на весь период обучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Обучающимся, в рамках внеаудиторной самостоятельной работы, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников материал, законспектированный на лекциях. При этом на основе изучения рекомендованной литературы целесообразно составить конспект основных положений, терминов и определений, необходимых для освоения разделов учебной дисциплины.

Особое место уделяется консультированию, как одной из форм обучения и контроля самостоятельной работы. Консультирование предполагает особым образом организованное взаимодействие между преподавателем и студентами, при этом предполагается, что консультант либо знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, либо он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы.

Самостоятельное изучение студентами теоретических основ дисциплины обеспечено необходимыми учебно-методическими материалами (учебники, учебные пособия, конспект лекций и т.п.), выполненными в печатном или электронном виде.

Изучение студентами дисциплины сопровождается проведением регулярных консультаций преподавателей, обеспечивающих практические занятия по дисциплине, за счет бюджета времени, отводимого на консультации (внеаудиторные занятия, относящиеся к разделу «Самостоятельные часы для изучения

дисциплины»).

<b>Текущая СРС</b>	<b>Примерная трудоемкость, ач</b>
Работа с лекционным материалом, с учебной литературой	30
Опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	10
Самостоятельное изучение разделов дисциплины	10
Выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	20
Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	10
Подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	0
Выполнение расчетно-графических работ	0
Выполнение курсового проекта или курсовой работы	0
Поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
Работа над междисциплинарным проектом	0
Анализ данных по заданной теме, выполнение расчетов, составление схем и моделей, на основе собранных данных	0
Подготовка к зачету, дифференцированному зачету, экзамену	12
<b>ИТОГО СРС</b>	<b>92</b>

## **5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

<b>№ п/п</b>	<b>Название, библиографическое описание</b>	<b>К-во экз. в библ.</b>
<b>Основная литература</b>		
1	Коточигов, Александр Михайлович. Цифровая обработка непрерывных сигналов [Текст] : учеб. пособие / А. М. Коточигов, И. Г. Зельвенский, 2019. -59 с.	25
2	Смирнов, Владимир Иванович. Курс высшей математики [Текст] : [в 2 т.] : учеб. для механико-мат. и физ.-мат. факультетов. Т. 1, 1965. -479 с.	14
<b>Дополнительная литература</b>		
1	Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы : в 2 ч. [Текст]. Ч. 2, 1988. -359 с.	28
2	Поздняков, Сергей Николаевич. Математические методы цифровой обработки сигналов [Текст] : учеб. пособие / С. Н. Поздняков, С. В. Рыбин, 2015. -60 с.	58

### **5.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых при освоении дисциплины**



№ п/п	Электронный адрес
1	Курс по компьютерной графике: <a href="https://compsclub.ru/courses/computergraphics/">https://compsclub.ru/courses/computergraphics/</a>

## 6 Критерии оценивания и оценочные материалы

### 6.1 Критерии оценивания

Для дисциплины «Непрерывные математические модели» формой промежуточной аттестации является зачет с оценкой.

#### Зачет с оценкой

Оценка	Описание
Неудовлетворительно	Курс не освоен. Студент испытывает серьезные трудности при ответе на ключевые вопросы дисциплины
Удовлетворительно	Студент в целом овладел курсом, но некоторые разделы освоены на уровне определений и формулировок теорем
Хорошо	Студент овладел курсом, но в отдельных вопросах испытывает затруднения. Умеет решать задачи
Отлично	Студент демонстрирует полное овладение курсом, способен применять полученные знания при решении конкретных задач.

#### Особенности допуска

По результатам текущего контроля (выполнения всех параметров более чем на 50 %) студент получает допуск на дифференцированный зачет (зачетное собеседование).

Зачет проводится в форме собеседования по вопросам п. 6.2.

### 6.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### Примерные вопросы к дифф.зачету

№ п/п	Описание
1	Возможность представления оператора в виде свертки (дискретный случай).
2	Возможность представления оператора в виде свертки (непрерывный случай). Временное и спектральное описание.
3	Преобразование Фурье и его основные свойства.

4	Формулы для суммирования отсчетов.
5	Автокорреляционная функция. Продолжение преобразования Фурье на квадратично-суммируемые функции.
6	Преобразование Габора.
7	Принцип неопределенности
8	Теорема отсчетов (схема доказательства) (алгоритм реализации)
9	Вычисление преобразования Фурье для дискретной последовательности импульсов.
10	Частотно временная локализация. Обязательные свойства функции-окна. Формулы преобразования во временной и в частотной области. Окно локализации.
11	В-сплайны: определение и описание. Пригодность для частотно временной локализации
12	Описание пространства сплайнов. Простейший базис в пространстве сплайнов и его модификация.
13	В-сплайн как функционал
14	Действие В-сплайна $m$ -го порядка на $m$ -ю производную
15	Совпадение В-сплайна $m$ -го порядка с функцией, порождающий базис в пространстве сплайнов $m$ -го порядка
16	Формула понижения порядка сплайна.
17	Условие ортогональности сдвигов функции в пространстве квадратично-суммируемых функций на прямой
18	Базисы Рисса. *Условие эквивалентное тому, что сдвиг функции образуют базис Рисса
19	Проверка того, что сдвиги базисных сплайн-вейвлетов образуют базис Рисса( $m=1,2$ ).
20	Многочлены Эйлера – Фробениуса – базисы Рисса для больших $m$ .
21	Задача построения графика сплайна
22	Оператор Бернштейна.* Теорема Вейрштрасса-Бернштейна. В-сеть многочлена. В-сети и операции анализа.
23	В-сети для В-сплайнов

### **Образцы задач (заданий) для контрольных (проверочных) работ**

### Построение графика сплайна

Рассмотрим сплайн из пространства  $V_j$

$$f(x) = \sum_{r=r_1}^{r_2} a(j, r) N_m(2^j x - r).$$

Как отмечалось, значения  $f(\frac{k}{2^j})$  вычисляются легко. Воспользуемся двухмасштабным соотношением для перехода к сетке точек вида  $\frac{k}{2^j}$ , при любом  $j_1 > j$ . Достаточно воспользоваться тождеством

$$f\left(\frac{k}{2^j}\right) = \sum_r a(j_1, r) N_m\left(2^{j_1} \frac{k}{2^j} - r\right) = \sum_r a(j_1, r) N_m(k - r)$$

вычисления  $f(\frac{k}{2^j})$  для функции

$$f(x) = \sum_r a(j, r) N_m(2^j x - r).$$

- 1) вычисляем  $p_{m,k}$
- 2) пересчитываем  $a(j, r)$  в  $a(j+1, r)$
- 3) закидываем (2) пока не достигнем  $j_1$ ;
- 4) записываем разложение функции в базисе  $V_{j_1}$ ;
- 5) вычисляем  $f(\frac{k}{2^j})$  ( $k = A, \dots, B$ )
- 6) по полученным точкам строим график функции на отрезке  $[\frac{A}{2^j}, \frac{B}{2^j}]$ .

### Генерация задания

$\{b_n\}$ ,  $n = -4, \dots, 14$  случайные целые числа равномерно распределенные на  $[-5; 5]$ .

$$a_n = \frac{1}{9}(b_{n-4} + \dots + b_{n+4}), \quad n = 0, \dots, 10.$$

$$f(t) = \sum_{n=0}^{10} a_n N_4(x - n).$$

Построить графики  $N_4(x)$ ,  $f(x)$ ,  $-1 < x < 16$ .

### План решения

Вычислить  $p_{4,0}, \dots, p_{4,4}$  ( $w_{4,1}, w_{4,2}, w_{4,3}$ ).

Пересчитать коэффициенты разложения  $f \in V_m^{(0)}$  в базисах  $V_m^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Построить график  $f$  по значениям в точках

$$\left\{\frac{k}{2^j}\right\}_k \text{ и } \left\{\frac{k}{2^6}\right\}_k.$$

Провести сравнение графиков функции  $f$  и двух графиков, построенных по точкам.

Весь комплект контрольно-измерительных материалов для проверки сформированности компетенции (индикатора компетенции) размещен в закрытой части по адресу, указанному в п. 5.3

## 6.3 График текущего контроля успеваемости

Неделя	Темы занятий	Вид контроля
1	Ряды и интегралы Фурье	
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9	Бета сплайны и их свойства.	
10		
11		
12		
13		
14		
15		

16		Коллоквиум
17	Ряды и интегралы Фурье Преобразования сигналов, допускающие восстановление сигнала. Сплайны. Бета сплайны и их свойства. Приложения: свойства базисов из бета-сплайнов	Контрольная работа

#### 6.4 Методика текущего контроля

**на лекционных занятиях** текущий контроль включает в себя:

- контроль посещаемости (не более 20% от общего объема оценивания текущей аттестации);
- контроль активности студентов. В ходе проведения занятий происходит привлечение студентов к активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов учитывается преподавателем, как один из параметров текущего контроля на практических занятиях (не более 10% от общего объема оценивания текущей аттестации).

**на практических занятиях** текущий контроль включает в себя:

- контроль посещаемости (не более 30% от общего объема оценивания текущей аттестации);
- контроль активности студентов. В ходе проведения практических занятий происходит привлечение студентов к активному участию в дискуссиях, решении задач, обсуждениях и т. д. При этом активность студентов учитывается преподавателем, как один из параметров текущего контроля на практических занятиях (не более 10% от общего объема оценивания текущей аттестации);
- распределенный коллоквиум - 2 коллоквиума по тематике дисциплины (не более 30% от общего объема оценивания текущей аттестации). Каждый студент получает для самостоятельной подготовки вопрос по теоретическому моделированию, относящейся к приложениям рассматриваемой темы.

мых теоретических моделей. При ответе студент должен показать: понимание модели и знание особенностей её применения, возможные области их применения и т.д.

- контрольная работа оцениваются по следующим критериям: ”удовлетворительно” - решено 50%- 69% заданий ; ”хорошо”- решено 70% -89% заданий ; ”отлично” - решено 90% -100% заданий .

По результатам текущего контроля (выполнения всех параметров более чем на 50 %) студент получает допуск на дифференцированный зачет (зачетное собеседование).

### **Контроль самостоятельной работы студентов**

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях студентов по методикам, описанным выше.

## **7 Описание информационных технологий и материально-технической базы**

<b>Тип занятий</b>	<b>Тип помещения</b>	<b>Требования к помещению</b>	<b>Требования к программному обеспечению</b>
Лекция	Лекционная аудитория	Количество посадочных мест – в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, меловая или маркерная доска	
Практические занятия	Аудитория	Количество посадочных мест, в соответствии с контингентом, рабочее место преподавателя, проектор, экран, меловая или маркерная доска	
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы	Оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	1) Windows XP и выше; 2) Microsoft Office 2007 и выше

## **8 Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ**

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.