Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Иркутский государственный университет»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
_____/Буднев Н.М.
"25" _____03_____ 2019 Г.

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.Б.9.1 Математический анализ

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Тип образовательной программы: Академический бакалавриат

Направленность (профиль) подготовки: Физика конденсированного состояния

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета	Рекомендовано кафедрой: Протокол №7
Протокол №19 от «14» марта 2019 г.	От «13» февраля 2019 г.
Председатель _____Н.М. Буднев	Зав. кафедрой _____ С.В. Ловцов

Иркутск 2019 г.

Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):.....3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП:.....3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):.....4
4. Объем дисциплины и виды учебной работы.....5
6. Перечень семинарских занятий.....9
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....11
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):.....12
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):.....13
10. Образовательные технологии:.....13
11. Оценочные средства (ОС):.....13

Приложение: фонд оценочных средств

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Целью курса «математический анализ» является развитие:

навыков математического мышления;

привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;

воспитание математической культуры у обучающихся;

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке физика, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Целью курса математического анализа является изучение основополагающих принципов, понятий и фактов анализа; теории пределов, дифференциального и интегрального исчислений функций одного и нескольких вещественных переменных; теории числовых и функциональных рядов, криволинейных и поверхностных интегралов, приемов их вычисления.

Первый семестр посвящен изучению основ математического анализа, теории пределов последовательности и функций одного переменного, изучается дифференциальное и интегральное исчисление функций одного переменного.

Во втором семестре подробно изучается дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных.

В третьем семестре на основе общих теорем теории рядов исследуются важнейшие конкретные типы функциональных рядов – степенных рядов и рядов Фурье, а также интеграла Фурье, дается систематическое изложение теории криволинейных и поверхностных интегралов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Математический анализ входит в базовую часть первого блока и является первым математическим курсом, наряду с аналитической геометрией и линейной алгеброй, который изучаются физиками. Именно в нем закладывается фундамент математического образования физиков, это определяет его важнейшую роль во всей системе образования для данной специальности.

В перечень дисциплин, в которых будут использованы знания по математическому анализу, входят практически все курсы и дисциплины, изучаемые на физическом факультете, а именно: векторный и тензорный анализ, дифференциальные уравнения, интегральные уравнения, ММФ, ТФКП, функциональный анализ, программирование, общая физика, теоретическая физика, электродинамика, квантовая механика.

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основополагающие принципы, понятия и факты анализа; теорию пределов, дифференциальное и интегральное исчислений функций одного и нескольких вещественных переменных; знать основы теории потенциальных векторных полей, знать основы работы с векторными полями в криволинейных ортогональных системах координат; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач и уравнений; приложения математических методов к классическим задачам физики;

Уметь: применять методы и приемы решения задач из различных разделов математики; применять математические методы для решения задач физики; использовать адекватный математический аппарат; выполнять математическую обработку результатов экспериментов; выполнять приближенные вычисления и оценивать их погрешность; использовать методы математического моделирования в практической деятельности; самостоятельно работать с математической литературой.

Владеть*:* навыками вычисления пределов, производных и интегралов функций одного и нескольких вещественных переменных, навыками решения физических задач, используя адекватный математический аппарат; навыками вычислений с векторами в различных системах координат; владеть как компонентной, так и безиндексной формой записи векторных и тензорных соотношений; навыками манипуляций со скалярным, векторным и смешанным произведением векторов; владеть приемами дифференцирования векторных и тензорных полей; владеть приемами для применения выражений для дивергенции, ротора и лапласиана в декартовой системе координат; интегральных формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры		
		I	II	III
Аудиторные занятия (всего)	400/11,1	156	164	80
В том числе:				
Лекции	188/5,2	72	80	34
Практические занятия (ПЗ)	188/5,2	72	80	34
Самостоятельная работа (всего)	122/3,4	33	52	37
КСР	24/0,7	12	4	12
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	90/2,5	27	36	27
Контактная работа (всего)	412/11,4	159	169	84
Общая трудоемкость часы	612	216	252	144
зачетные единицы	17	6	7	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины.

Раздел 1.

Тема 1. Элементы теории множеств, вещественные числа: Множества, операции над множествами, алгебра множеств. Декартово произведение, отношение. Свойства отношений. Отношение порядка, отношение эквивалентности. Отображение. Конечные и бесконечные множества, мощность множества. Числовые системы: натуральные, рациональные числа. Последовательности рациональных чисел, сходимость, критерий Коши. Вещественные числа, представление их дробями.

Тема 2. Теория пределов: Последовательность и ее предел. Последовательности вещественных чисел, арифметические операции над последовательностями. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Сходящиеся последовательности и их свойства. Монотонные последовательности, теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности, примеры последовательностей с такими свойствами. Предельные точки, верхний и нижний пределы. Открытые и замкнутые множества на оси. Определение предела функции (по Гейне и по Коши). Критерий Коши существования предела функции. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Два замечательных предела.

Тема 3. Непрерывность функций: Понятие непрерывности функции. Арифметические операции с непрерывными функциями. Свойства монотонных функций, непрерывность обратной функции. Свойства элементарных функций. Точки разрыва функций и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях. Теорема Больцано-Коши I (прохождение непрерывной функции через нуль). Теорема Больцано - Коши II (прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение). Теорема Вейерштрасса I (ограниченность непрерывной функции на сегменте). Теорема Вейерштрасса II (достижение непрерывной функции своих точных граней). Лемма Бореля Равномерная непрерывность функции, теорема Кантора.

Раздел 2

Тема 4. Дифференциальное исчисление: Понятие производной. Понятие дифференцируемости функции, дифференцируемость и непрерывность. Понятие дифференциала, геометрический смысл. Дифференцирование сложной и обратной функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Возрастание (убывание) функции, локальный экстремум. Теорема Ролля (о нуле производной). Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши). Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталя). Формула Тейлора. Исследование графика функций. Отыскание стационарных точек. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Построение графика функции.

Тема 5. Неопределенный интеграл: Понятие первообразной функции. Основные методы интегрирования. Интегрирование заменой переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональной функции. Интегрирование иррациональных выражений. Понятие первообразной функции.

Тема 6. Определенный интеграл Римана: Определение интеграла, интегрируемость. Суммы Дарбу и их свойства. Условия интегрируемости, классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем, оценки интегралов. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого рода. Несобственные интегралы второго рода, понятие главного значения. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признак сравнения. Признак Дирихле - Абеля. Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление длины дуги. Вычисление площади плоской фигуры.

Раздел 3

Тема 7. Функции нескольких переменных: Понятие функций нескольких переменных. n-мерное арифметическое (эвклидово) пространство. Множества точек эвклидова пространства (открытый и замкнутый шары, внутренние и внешние точки, понятие -окрестности). Область определения и область значений функции нескольких переменных.

Тема 8. Предел функции нескольких переменных: Последовательность точек n-мерного пространства. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Понятие предела и повторных пределов. Теорема о равенстве двойного и повторных пределов в случае функции двух переменных.

Тема 9. Непрерывность функции нескольких переменных: Определение непрерывности функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций многих переменных. Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение. Ограниченность функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве. Достижение функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве своих точных граней. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.

Раздел 4

Тема 10. Производные и дифференциалы функции многих переменных: Понятие частной производной функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции многих переменных. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции двух переменных. Дифференциал функции многих переменных. Теорема Эйлера об однородных функциях. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

11. Формула Тейлора: Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

12. Локальный экстремум: Понятие экстремума. Необходимые условия. Достаточные условия экстремума. Критерий Сильвестра.

13. Неявные функции: Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Понятие зависимости функций. Достаточные условия независимости функций. Функцио-

нальные определители и их свойства. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

Раздел 5

14. Двойные и n-кратные интегралы: Определение и условия существования двойного интеграла. Определение двойного интеграла для прямоугольной области. Свойства сумм Дарбу. Определение и условия существования двойного интеграла в случае произвольной области. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Преобразование элемента площади и якобиан. Тройные и n-кратные интегралы. Замена переменных для n-кратного интеграла. Вычисление объемов n- мерных тел. Кратные несобственные интегралы.

15. Криволинейные и поверхностные интегралы: Криволинейные интегралы. Ориентация пространства. Гладкие и кусочно-гладкие кривые. Криволинейные интегралы первого рода. Геометрическая интерпретация криволинейных интегралов первого рода. Криволинейные интегралы второго рода. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Поверхностные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-го рода.

16. Интегралы, зависящие от параметра: Равномерное по одной переменной стремление функции двух переменных к пределу по другой переменной. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Свойства интеграла, зависящего от параметра. Случай, когда пределы интегрирования зависят от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы первого рода, зависящие от параметра. Признаки Вейерштрасса и Дирихле-Абеля. Несобственные интегралы второго рода, зависящие от параметра. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению некоторых несобственных интегралов. Интегралы Эйлера. Интеграл Эйлера первого типа (гамма-функция). Интеграл Эйлера второго типа (бета-функция).

Раздел 6

17. Числовые ряды: Сходимость и сумма числового ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости. Расходимость гармонического ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Коши, Даламбера. Доказательство теоремы о том, что признак Коши сильнее признака Даламбера. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Теорема Лейбница о сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость. Формулировка теоремы Римана.

18. Функциональные ряды: Равномерная сходимость и критерий Коши. Признак Вейерштрасса. Теоремы о предельном переходе (непрерывности), почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов.

19. Степенные ряды: Радиус сходимости. Теорема Абеля. Формула Коши - Адамара. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование. Достаточное условие разложимости функций в степенные ряды, разложение в ряд Тейлора элементарных функций, область сходимости. Приложения рядов.

20. Ряд и интеграл Фурье: Нормированные пространства, бесконечномерные евклидовы пространства. Сходимость по норме. Ортогональные и ортонормированные системы. Процесс ортогонализации. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Комплексная форма ряда Фурье, нахождение коэффициентов ряда. Пример: разложение пилообразной функции в ряд Фурье. Полнота и замкнутость системы ортогональных функций. Предельный переход от ряда Фурье к интегралу Фурье. Преобразование Фурье для производной. Преобразование Фурье.

21. Криволинейные и поверхностные интегралы: Их свойства и вычисление. Поверхностные интегралы. Их свойства и вычисление. Теоремы Гаусса и Стокса в векторной записи. Геометрические и механические приложения криволинейных и поверхностных интегралов.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин
1.	Векторный и тензорный анализ	Темы 1-21
2.	Дифференциальные уравнения	Темы 1-21
3.	Интегральные уравнения	Темы 1-21

5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей)и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах			
			Лекц.	Практ. зан.	СРС	Всего
1.	**Раздел 1.**	Элементы теории множеств, вещественные числа	8	8	6	22
2.		Теория пределов	14	14	4	32
3.		Непрерывность функций	14	14	4	32
4.	**Раздел 2.**	Дифференциальное исчисление	14	14	4	32
5.		Неопределенный интеграл	12	12	4	28
6.		Определенный интеграл Римана	12	12	11	35
7.	**Раздел 3.**	Функции нескольких переменных	6	6	6	18
8.		Предел функции нескольких переменных	8	8	6	22
9.		Непрерывность функции нескольких переменных	8	8	6	22
10.	**Раздел 4.**	Производные и дифференциалы функции многих переменных:	8	8	6	22
11.		Формула Тейлора	4	4	6	14
12.		Локальный экстремум	6	6	6	18
13.		Неявные функции	8	8	6	22
14.	**Раздел 5.**	Двойные и n-кратные интегралы	12	12	2	26
15.		Криволинейные и поверхностные интегралы	12	12	2	26
16.		Интегралы, зависящие от параметра	6	6	6	18
17.	**Раздел 6.**	Числовые ряды	6	6	6	18
18.		Функциональные ряды	6	6	10	22
19.		Степенные ряды	8	8	6	22
20.		Ряд и интеграл Фурье	10	10	9	29
21.		Криволинейные и поверхностные интегралы.	6	6	6	18

6. Перечень семинарских занятий

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	Раздел 1. Тема 1	Элементы теории множеств, вещественные числа	8	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
2.	Раздел 1. Тема 2	Теория пределов	14	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
3.	Раздел 1. Тема 3	Непрерывность функций	14	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
4.	Раздел 2. Тема 4	Дифференциальное исчисление	14	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
5.	Раздел 2. Тема 5	Неопределенный интеграл	12	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
6.	Раздел 2. Тема 6	Определенный интеграл Римана	12	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
7.	Раздел 3. Тема 7	Функции нескольких переменных	6	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
8.	Раздел 3. Тема 8	Предел функции нескольких переменных	8	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
9.	Раздел 3. Тема 9	Непрерывность функции нескольких переменных	8	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
10.	Раздел 4. Тема 10	Производные и дифференциалы функции многих переменных:	8	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
11.	Раздел 4. Тема 11	Формула Тейлора	4	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
12.	Раздел 4. Тема 12	Локальный экстремум	6	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
13.	Раздел 4.	Неявные функции	8	Решение задач	ОПК-2

	Тема 13			на практических занятиях, проверка домашней работы	
14.	Раздел 5. Тема 14	Двойные и n-кратные интегралы	12	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
15.	Раздел 5. Тема 15	Криволинейные и поверхностные интегралы	12	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
16.	Раздел 5. Тема 16	Интегралы, зависящие от параметра	6	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
17.	Раздел 6. Тема 17	Сходимость и сумма числового ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости. Расходимость гармонического ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Коши, Даламбера. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Теорема Лейбница о сходимости знакопеременных рядов.	6	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
18.	Раздел 6. Тема 18	Функциональные ряды Равномерная сходимость и критерий Коши. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.	6	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
19.	Раздел 6. Тема 19	Радиус сходимости. Теорема Абеля. Формула Коши - Адамара. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение в ряд Тейлора элементарных функций, область сходимости. Приложения рядов.	8	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
20.	Раздел 6. Тема 20	Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Комплексная форма ряда Фурье, нахождение коэффициентов ряда. Интеграл Фурье.	10	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2
21.	Раздел 6. Тема 21	Криволинейные и поверхностные интегралы Их свойства и вычисление.	6	Решение задач на практических занятиях, проверка домашней работы	ОПК-2

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
	Темы 1-3	Решение задач домашней работы	30 задач по темам 1-3	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, до-ступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ.	16
	Темы 4-6	Решение задач домашней работы	40 задач по темам 4-6		19
	Темы 7-9	Решение задач домашней работы	15 задач по темам 7-9		18
	Темы 10-13	Решение задач домашней работы	20 задач по темам 10-12		24
	Темы 14-16	Решение задач домашней работы	20 задач по темам 14-16		10
	Темы 17-19	Внеаудиторная, решение задач	10 задач по темам 17-19		22
	Темы 20-21	Внеаудиторная, решение задач	2 задачи по теме 21, получить комплексную форму ряда Фурье		15

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Для закрепления материала, рассмотренного на лекциях и практических занятиях, студентам предлагаются задачи по изучаемым разделам и график их выполнения. Оценка самостоятельной работы студентов проводится в виде проверки домашней работы и устного зачета.

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебным планом написание курсовых работ (проектов) не предусмотрено.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст] : учеб. для студ. физ. и механико-математич. спец. вузов: В 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. - 8-е изд. - М. : Физматлит, 2006 - . - 22 см.

Т.1. - 679 с. : граф. - Алф. указ.: с. 671-679. - **ISBN** 5-9221-0436-5 : 185.00 р.(97)

2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1 [Электронный ресурс]: учебник. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2015. — 441 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055. Неограниченный доступ.
3. Батыгин, В. В. Сборник задач по электродинамике и специальной теории относительности [Текст] : учеб. пособие / В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. - 4-е изд., перераб. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2010. - 473 с. - ISBN 978-5-8114-0921-1 (45)

б) дополнительная литература

1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. – 14-е изд.,испр. - М. : Изд-во МГУ, 1998. - 624 с. (51)
2. Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. – М.: Физматлит, 1988.
3. Основы математического анализа [Текст]: учеб.для студ.физ.спец.и спец."Прикл.математика":в 2-х ч. / В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. - М. : Физматлит. Ч.1. - 2001. - 648 с. (9)
4. Основы математического анализа [Текст]: учеб.для студ.физ.спец.и спец."Прикл.математика":в 2-х ч. / В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. - М. : Физматлит. Ч.2. - 2001. - 464 с. (9)
5. Рудин, У. Основы математического анализа [Текст] : учебное пособие / У. Рудин; Пер. с англ. В.П. Хавина. - 3-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2002, 2004. - 319 с, 320 с. - ISBN 5-8114-0443-3 (11)
6. У. Рудин Основы математического анализа. М.: Мир, 2002, 2004. (11)
7. Ильин В.А. Математический анализ / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов. – 1979. -720 с.
8. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 736 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2660 — Загл. с экрана.
9. Карташев, А.П. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2007. — 448 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=178.
10. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа / Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2006. Т.1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. - 2006. - 703 с. - ISBN 5-358-00354-1. (1)
11. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа / Л. Д. Кудрявцев. - 5-е изд., перераб. и доп. - М. : Дрофа, 2004. - Т.2 : Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. - 2004. - 720 с. - ISBN 5-7107-5003-4 (1)
12. Будак, Б.М. Кратные интегралы и ряды [Текст]: учеб.для студ.физ.и физ.-мат.фак.ун-тов / Б.М. Будак, С.В. Фомин. - 3-е изд. - М.: Физматлит, 2002. - 511 с.; 22 см. - ISBN 5-9221-0300-8 (31)

в) программное обеспечение

Программное обеспечение не предусмотрено.

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

http://library.isu.ru/ - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ:

https://isu.bibliotech.ru/ - ЭЧЗ «БиблиоТех»;

http://e.lanbook.com - ЭБС «Издательство «Лань»;

http://rucont.ru - ЭБС «Руконт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;

http://ibooks.ru/ - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе;

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):

Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

Материалы: учебно-методические пособия, контрольные задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

10. Образовательные технологии:

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;

практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;

консультации –еженедельно для всех желающих студентов;

самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;

текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

11. Оценочные средства (ОС):

Фонд оценочных средств (ФОС) представлен в приложении.

11.1. Оценочные средства для входного контроля (контрольная работа)

1) Решить уравнение: $\left(\frac{4a-9a^{-1}}{2a^{1/2}-3a^{-1/2}}+\frac{a-4+3a^{-1}}{a^{1/2}-a^{-1/2}}\right)^2=1$

2) Доказать тождество: $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=tg\,\alpha$

3) Решить неравенство: $2x+3\le 4x$

4) Построить график функции: $y=\frac{x}{x-1}$

5) Решить уравнение: $\sin 3x-7\sin x=0$

6) Построить график функции: $y=2-\sqrt{1-x}$

7) Решить систему уравнений: $\begin{cases} x(x+y+z)=7 \\ y(x+y+z)=14 \\ z(x+y+z)=28 \end{cases}$

11.2. Оценочные средства текущего контроля.

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	коллоквиум	Темы 1 - 4	ОПК-2
2.	контрольная работа 1	Тема 5	ОПК-2
3.	контрольная работа 2	Темы 6 - 13	ОПК-2
4.	контрольная работа 3	Темы 14-16	ОПК-2
5.	Проверка решений задач	Тема 17	ОПК-2
6.	контрольная работа 4, проверка решений задач	Тема 18	ОПК-2
7.	контрольная работа 5, проверка решений задач, собеседование по теме	Тема 19	ОПК-2
8.	проверка решений задач	Тема 18	ОПК-2
9.	контрольная работа 6, проверка решений задач	Тема 21	ОПК-2

Вопросы для коллоквиума №1:

1. Элементы теории множеств (Множества, операции над множествами, алгебра множеств, Отображение. Конечные и бесконечные множества, мощность множества). Вещественные числа и их свойства (представление их дробями, теорема Дедекинда, арифметические действия)

2. Последовательности вещественных чисел, арифметические операции над последовательностями.
3. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей
4. Сходящиеся последовательности и их свойства. Определения предела последовательностей
5. Монотонные последовательности, теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности, примеры последовательностей с такими свойствами.
6. Предельная точка. Верхний (нижний) предел последовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса
7. Критерий Коши сходимости последовательности
8. Определения предела функций по Гейне и по Коши. Эквивалентность определений
9. Арифметические действия с пределами. Два замечательных предела. Критерий Коши существования предела функции.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций.
11. Понятие непрерывности функции. Арифметические операции с непрерывными функциями. Свойства монотонных функций, непрерывность обратной функции.
12. Свойства элементарных функций. Точки разрыва функций и их классификация.
13. Теорема Больцано-Коши I (прохождение непрерывной функции через нуль). Теорема Больцано - Коши II (прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение).
14. Теорема Вейерштрасса I (ограниченность непрерывной функции на сегменте). Теорема Вейерштрасса II (достижение непрерывной функции своих точных граней).
15. Равномерная непрерывность функции, теорема Кантора.
16. Понятие производной. Понятие дифференцируемости функции, дифференцируемость и непрерывность. Понятие дифференциала, геометрический смысл. Дифференцирование сложной и обратной функций.
17. Производные и дифференциалы высших порядков.
18. Лемма Дарбу (возрастание (убывание) функции), Теорема Ферма (локальный экстремум). Теорема Ролля (о нуле производной).
19. Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).
20. Раскрытие неопределенностей (правило Лопиталя).
21. Формула Тейлора.
22. Исследование графика функций. Отыскание стационарных точек. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Построение графика функции.

Демонстрационный вариант контрольной работы №1

Вычислить интегралы:

1. $\int \frac{x^2}{x+2}\,dx$ 2. $\int \frac{x+3}{x+2}\,dx$

3. $\int \frac{e^{2x}}{e^x+1}\,dx$ 4. $\int xe^{2x}dx$

5. $\int \frac{x-1}{(x-2)(x-3)}\,dx$ 6. $\int \frac{x}{x^2+2x+5}\,dx$

7. $\int \sin^2 2x\,dx$ 8. $\int \frac{\ln^4 x}{x}\,dx$

9. $\int \frac{3x^2+3\sqrt{x^5}-1}{x^{3/2}}\,dx$ 10. $\int \ln(3x+2)\,dx$

Демонстрационный вариант контрольной работы №2

Вычислить интегралы:

1. $\int_0^{\ln 2} xe^{-x}dx$ 2. $\frac{d}{dx}\int_0^x \sin x^2 dx$

3. $\int_0^{4\pi} |\sin x| dx$ 4. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$

Исследовать сходимость интегралов

5. $\int_0^2 \frac{dx}{\ln x}$ 6. $\int_0^2 \frac{x}{x^2-4}dx$

7. $d^3u; u = \ln(x+y)$

8. $x^2 + 2xy - y^2 = 1; найти\ y', y$

9. $\max(z = \frac{x}{2} + \frac{y}{3});\quad x^2 + y^2 = 1$

10. $u = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z$

Демонстрационный вариант контрольной работы №3

1. Вычислить $f'(x)$, если $f(x) = \int_{5x}^{x^2} (5x+y)\ tg\ y\, dy$

2. В интеграле $\int_0^{\infty} dx \int_0^{\infty} dy \int_0^{\infty} f(x,y,z)dz$ перейти к следующей системе координат:

$$x = a\,r\sin^2\theta\cos^2\phi$$
$$y = b\,r\sin^2\theta\sin^2\phi$$
$$z = c\,r\cos^2\theta$$

3. Вычислить: $\iint_{\Omega} (x^2 + 2y)\,dx\,dy$, где $\Omega: y = x,\ 6y = x, x = 3$

4. Вычислить: $\int_{2\pi}^{\frac{5\pi}{2}} \sin^5 t \cos^{\frac{5}{2}} t\, dt$

Вычислить криволинейные интегралы:

5. $\int_L (2x+y)dl$,

где L – контур треугольника построенного на точках O (0;0), A (0;-1), B (1;0)

6. $\int_L (x-y)^2 dx + (x+y)^2 dy$, где L – ломаная OAB: O (0;0), A (2;0), B (4;2)

7. $\int_{(1,1)}^{(2,5)} (x^2 - 2xy^2 + 3)dx + (y^2 - 2x^2y + 3)dy$

8. Найти объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = 9z,\quad z = 9$

Демонстрационный вариант контрольной работы №4

Задачи из сборника Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. – 14-е изд.,испр. - М. : Изд-во МГУ, 1998. - 624 с:

№№ 2548, 2554, 2560, 2568, 2573

Демонстрационный вариант контрольной работы №5

Задачи из сборника Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. – 14-е изд.,испр. - М. : Изд-во МГУ, 1998. - 624 с]:

№№ 2619, 2662, 2664, 2666.1, 2677

Демонстрационный вариант контрольной работы №6

1. Известно, что для всех сходящихся числовых рядов $\sum a_n$ выполняется условие $a_n \to 0$ при $n \to 0$. Какой из нижеприведенных рядов является расходящимся?

A. $\sum \frac{n}{2^n}$	B. $\sum \frac{n^2}{n!}$
C. $\sum \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$	D. $\sum \frac{n!}{n^n}$

2. Доказать сходимость ряда $\sum \frac{n}{2^n}$ с помощью признака Даламбера, в котором исследуется предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$. Решение записать.

3. Функциональные ряды можно почленно интегрировать если они

A. сходятся	B. равномерно сходятся
C. абсолютно сходятся	D. условно сходятся

4. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда $\sum c_n x^n$ имеет вид

A. $R = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{c_n}$	B. $R = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{c_{n+1}}{c_n}$
C. $R = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{c_n}{c_{n+1}}$	D. $R = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{c_n}}$

5. Найти радиус сходимости ряда $\sum \frac{1}{2^n} x^n$. Решение записать.

6. Запишите буквы, соответствующие правильным формулировкам теорем Гаусса и Стокса соответственно.

A. $\int\limits_S \oint rot A ds = \oint\limits_L A dl$	B. $\int\limits_V \oint A dv = \oint\limits_S div A ds$

C. $\int_S \oint A ds = \oint_L rot A dl$	D. $\int_V \int \int div A dv = \int_S \oint A ds$

Задачи из сборника Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. – 14-е изд.,испр. - М. : Изд-во МГУ, 1998. - 624 с

№№ 2546-2552, 2554, 2556-2564, 2568, 2571, 2573, 2574, 2577,2578-2583, 2586-2589, 2589.1, 2593, 26-07-2609, 2619, 2620, 2623,2659-2662, 2664, 2666.1, 2667-2570, 2673, 2675, 2677, 2697,2698,2716, 2717, 2724, 2773Ю, 2745, 2746-2749, 2767-2769, 2774(а-в), 2775, 2792,2812-28-18, 2821-2823, 2831.2, 2833-2835, 2838-2844, 2849, 2851-2857, 2869-2871, 2874, 2879, 2882,2906-2909, 2911, 2912, 2921-2924,2936,2937,2941,2938

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	экзамен (I семестр)	Темы 1 - 5	ОПК-2
2.	экзамен (II семестр)	Темы 6 -16	ОПК-2
3.	экзамен (III семестр)	Темы 17 -21	ОПК-2

Примерный перечень вопросов к экзамену за I семестр

1. Элементы теории множеств (Множества, операции над множествами, алгебра множеств, Отображение. Конечные и бесконечные множества, мощность множества). Вещественные числа и их свойства (представление их дробями, теорема Дедекинда, арифметические действия)
2. Последовательности вещественных чисел, арифметические операции над последовательностями.
3. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей
4. Сходящиеся последовательности и их свойства. Определения предела последовательностей
5. Монотонные последовательности, теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности, примеры последовательностей с такими свойствами.
6. Предельная точка. Верхний (нижний) предел последовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса
7. Критерий Коши сходимости последовательности
8. Определения предела функций по Гейне и по Коши. Эквивалентность определений
9. Арифметические действия с пределами. Два замечательных предела. Критерий Коши существования предела функции.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций.

11. Понятие непрерывности функции. Арифметические операции с непрерывными функциями. Свойства монотонных функций, непрерывность обратной функции.
12. Свойства элементарных функций. Точки разрыва функций и их классификация.
13. Теорема Больцано-Коши I (прохождение непрерывной функции через нуль). Теорема Больцано - Коши II (прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение).
14. Теорема Вейерштрасса I (ограниченность непрерывной функции на сегменте). Теорема Вейерштрасса II (достижение непрерывной функции своих точных граней).
15. Равномерная непрерывность функции, теорема Кантора.
16. Понятие производной. Понятие дифференцируемости функции, дифференцируемость и непрерывность. Понятие дифференциала, геометрический смысл. Дифференцирование сложной и обратной функций.
17. Производные и дифференциалы высших порядков.
18. Лемма Дарбу (возрастание (убывание) функции), Теорема Ферма (локальный экстремум). Теорема Ролля (о нуле производной).
19. Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).
20. Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталя).
21. Формула Тейлора.
22. Исследование графика функций. Отыскание стационарных точек. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Построение графика функции.
23. Понятие первообразной функции.
24. Основные методы интегрирования: Интегрирование заменой переменных. Интегрирование по частям.
25. Основные методы интегрирования Интегрирование рациональной функции.
26. Основные методы интегрирования Интегрирование иррациональных выражений.
27. Определенный интеграл Римана: определение интеграла, интегрируемость
28. Суммы Дарбу и их свойства.
29. Условия интегрируемости, классы интегрируемых функций.
30. Свойства определенного интеграла.
31. Теоремы о среднем, оценки интегралов.
32. Определенный интеграл как функция верхнего предела.
33. Формула Ньютона-Лейбница.
34. Интеграл Стилтьеса

Демонстрационный вариант экзаменационного билета к за I семестр

1) Построить график следующей функции: $y = \ln \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$

2) Вычислить неопределенный интеграл: $\int x^{\frac{3}{2}} \ln x \, dx$

3) Сходящиеся последовательности и их свойства. Определения предела последовательностей

Примерный перечень вопросов к экзамену за II семестр

1. Несобственные интегралы, понятие главного значения.
2. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признак сравнения. Признак Дирихле-Абеля.
3. n- мерное арифметическое (эвклидово) пространство. Множества точек эвклидова пространства (открытый и замкнутый шары, внутренние и внешние точки, понятие ε-окрестности).
4. Понятие функций нескольких переменных. Область определения и область значений функции нескольких переменных.
5. Предел функции нескольких переменных.
6. Последовательность точек n-мерного пространства. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
7. Понятие предела и повторных пределов. Теорема о равенстве двойного и повторных пределов в случае функции двух переменных.
8. Непрерывность функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций многих переменных. Арифметические операции с непрерывными функциями.
9. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
10. Теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение.
11. Ограниченность функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве.
12. Достижение функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве своих точных граней.
13. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора.
14. Производные и дифференциалы функции многих переменных.
15. Понятие частной производной функции нескольких переменных.
16. Дифференцируемость функции многих переменных.
17. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции двух переменных.
18. Дифференциал функции многих переменных.
19. Теорема Эйлера об однородных функциях.
20. Инвариантность формы первого дифференциала.
21. Производная по направлению. Градиент.
22. Производные и дифференциалы высших порядков.
23. Теорема о равенстве смешанных производных.
24. Формула Тейлора.
25. Понятие экстремума. Необходимые условия. Достаточные условия экстремума. Критерий Сильвестра.
26. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции.
27. Понятие зависимости функций. Достаточные условия независимости функций.
28. Функциональные определители и их свойства.
29. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
30. Определение и условия существования двойного интеграла.
31. Определение двойного интеграла для прямоугольной области. Свойства сумм Дарбу.
32. Определение и условия существования двойного интеграла в произвольной области.
33. Основные свойства двойного интеграла.
34. Сведение двойного интеграла к повторному.
35. Замена переменных в двойном интеграле. Преобразование элемента площади и якобиан.
36. Тройные и n-кратные интегралы. Замена переменных для n-кратного интеграла.
37. Вычисление объемов n-мерных тел.
38. Кратные несобственные интегралы.
39. Ориентация пространства.

40. Криволинейные интегралы первого рода.
41. Криволинейные интегралы второго рода.
42. Формула Грина.
43. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
44. Поверхностные интегралы первого рода.
45. Поверхностные интегралы второго рода.
46. Равномерное по одной переменной стремление функции двух переменных к пределу по другой переменной.
47. Свойства интеграла, зависящего от параметра. Случай, когда пределы интегрирования зависят от параметра.
48. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Признаки Вейерштрасса и Дирихле-Абеля.
49. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению некоторых несобственных интегралов.

Демонстрационный вариант экзаменационного билета за II семестр

1) Переходя к полярным координатам, вычислить интеграл:

$$\iint_D (1 + x^2 + y^2)\,dxdy, \quad \text{где} \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \le a^2\}$$

2) Преобразовать выражение $xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - (x^2 + y^2)\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} + y\dfrac{\partial z}{\partial x} + x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$, введя новые переменные: $U = \dfrac{1}{2}(x^2 + y^2)$; $V = xy$.

3) Производная по заданному направлению. Градиент. Связь градиента с производной по заданному направлению.

Примерный перечень вопросов к экзамену за Ш семестр

1. Сходимость и сумма числового ряда
2. Критерий Коши
3. Необходимое условие сходимости
4. Расходимость гармонического ряда
5. Признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Коши, Даламбера
6. Доказательство теоремы о том, что признак Коши сильнее признака Даламбера
7. Интегральный признак Коши
8. Обобщенный гармонический ряд
9. Теорема Лейбница о сходимости знакопеременных рядов
10. Абсолютная и условная сходимость
11. Формулировка теоремы Римана
12. Функциональные ряды
13. Равномерная сходимость и критерий Коши
14. Признак Вейерштрасса
15. Теоремы о предельном переходе (непрерывности), почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов
16. Степенные ряды
17. Радиус сходимости
18. Формула Коши - Адамара
19. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование
20. Достаточное условие разложимости функций в степенные ряды, разложение в ряд Тейлора элементарных функций, область сходимости
21. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье
22. Комплексная форма ряда Фурье, нахождение коэффициентов ряда
23. Пример: разложение пилообразной функции в ряд Фурье
24. Предельный переход от ряда Фурье к интегралу Фурье
25. Преобразование Фурье для производной
26. Поверхностные интегралы. Их свойства и вычисление. Теоремы Гаусса и Стокса в векторной форме.
27. Геометрические и механические приложения криволинейных и поверхностных интегралов.

Примеры заданий к экзамену за Ш семестр

Задачи из сборника Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. – 14-е изд.,испр. - М. : Изд-во МГУ, 1998. - 624 с

№№ 2546-2552, 2554, 2556-2564, 2568, 2571, 2573, 2574, 2577,2578-2583, 2586-2589, 2589.1, 2593, 26-07-2609, 2619, 2620, 2623,2659-2662, 2664, 2666.1, 2667-2570, 2673, 2675, 2677, 2697,2698,2716, 2717, 2724, 2773Ю, 2745, 2746-2749, 2767-2769, 2774(а-в), 2775, 2792,2812-28-18, 2821-2823, 2831.2, 2833-2835, 2838-2844, 2849, 2851-2857, 2869-2871, 2874, 2879, 2882,2906-2909, 2911, 2912, 2921-2924,2936,2937,2941,2938

Разработчики:

_____	ст.преп. кафедры теоретической физики	И.А. Портянская
_____	доцент кафедры теоретической физики	Н.В. Ильин
_____	доцент кафедры теоретической физики	Б.В. Мангазеев

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики «13» февраля 2019 г.
Протокол №7

Зав. кафедрой _____ С.В. Ловцов

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.